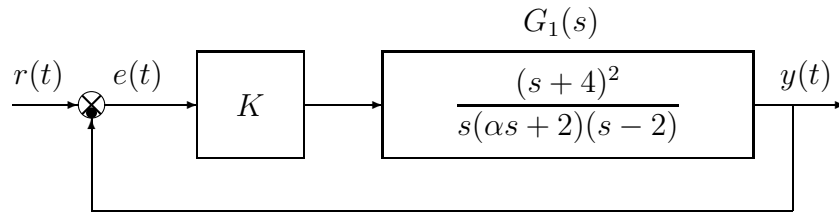


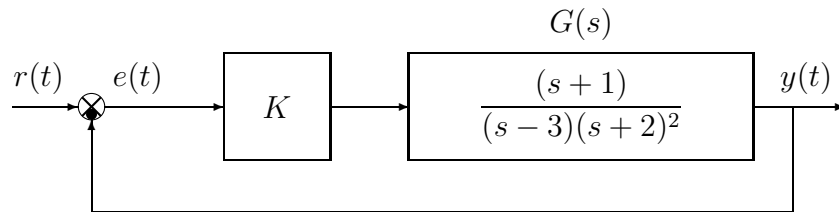
Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



- a.1) Posto  $\alpha = 1$ , tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare per quali valori di  $K$  il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre la posizione degli asintoti, le intersezioni  $\omega^*$  con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno  $K^*$ . Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".
- a.2) Posto  $K = 8$  nel sistema retroazionato sopra definito, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $\alpha > 0$ . Nella graficazione del contorno delle radici si tenga conto che nei punti  $p_1 \simeq -5.48$  e  $p_2 \simeq -7.72$  sono presenti due punti di diramazione del contorno delle radici. Il calcolo di  $\alpha^*$  non è necessario. Determinare la posizione degli altri punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

b) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

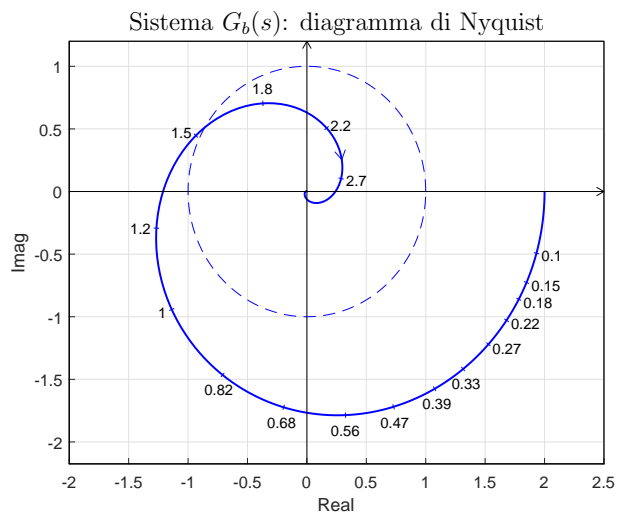
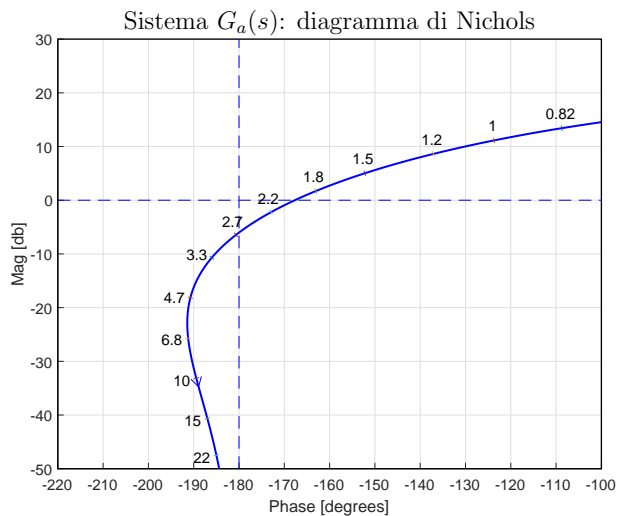


- b.1) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare per quali valori di  $K$  il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre la posizione degli asintoti, le intersezioni  $\omega^*$  con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno  $K^*$ . Determinare per quale valore di  $K$  il sistema retroazionato presenta il minimo tempo di assestamento.
- b.2) Sia data la seguente funzione di trasferimento  $G_3(s)$ :

$$G_3(s) = \frac{s + 2}{s^2 + (\alpha + 2)s + 2\alpha + 1}$$

Mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso i poli della funzione di trasferimento  $G_3(s)$  al variare del parametro  $\alpha > 0$ . Calcolare il valore  $\alpha^*$  a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento del sistema  $G_3(s)$  alla risposta al gradino.

c) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi  $G_a(s)$  e  $G_b(s)$ :



- c.1) Per il sistema  $G_a(s)$  progettare una rete anticipatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\varphi = 50^\circ$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;
- c.2) Per il sistema  $G_b(s)$ , progettare una rete correttiva  $C(s)$  in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza  $M_a = 5$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;
- d) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare il seguente sistema tempo-continuo:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s + 2)}{(s + 3)}$$

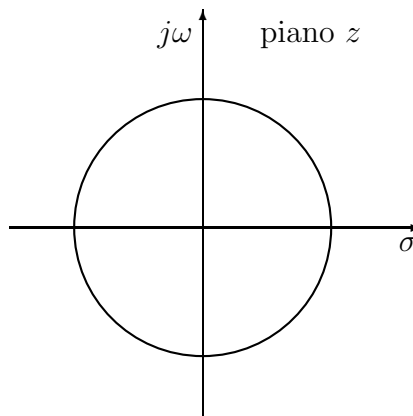
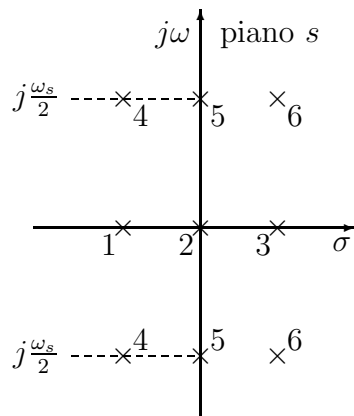
giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.2$ .

- e) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze:

$$y(n + 1) = -0.6 y(n) + 7 x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario  $x(n) = 1$ .

- f) In base al legame teorico a tra il piano  $s$  e il piano  $z$ , tracciare qualitativamente sul piano  $z$  le posizioni dei poli 1, 2, 3, ..., 6 che sono stati evidenziati con delle crocette sul piano  $s$ :



Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere la funzione di trasferimento discreta  $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$  corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

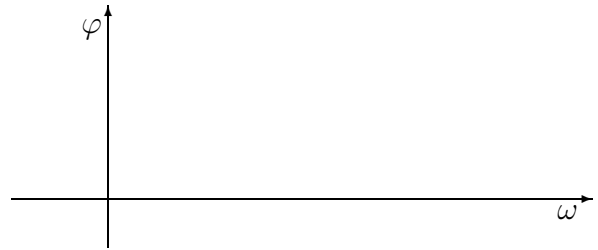
$$y_{n+3} + 4y_{n+2} + 5y_{n+1} + 3y_n = 7x_{n+2} + 2x_{n+1} \quad \rightarrow \quad G(z) =$$

2. Sia  $G(z)$  la  $\mathcal{Z}$ -trasformata della successione numerica  $g(k)$ . Scrivere gli enunciati dei teoremi del valore iniziale e del valore finale:

$$g(0) = g(k)|_{k=0} =$$

$$g(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} g(k) =$$

3. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete anticipatrice  $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$ , ( $\tau_1 > \tau_2$ ):



4. Fornire l'enunciato del Teorema del baricentro: *La somma dei poli del sistema ottenuto chiudendo in retroazione un sistema dinamico descritto da una funzione di trasferimento  $G(s)$  razionale fratta con ...*

5. In un sistema discreto a segnali campionati, qual è il legame che lega la variabile discreta  $z$  e la variabile  $s$  di Laplace?

$$z =$$

6. Scrivere la funzione di trasferimento  $H_0(s)$  del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) =$$

7. Calcolare la soluzione  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale  $y(0) = y_0$ :

$$y(n+1) + 0.4y(n) = 0 \quad \rightarrow \quad y(n) =$$

8. Calcolare la  $\mathcal{Z}$ -trasformata  $X(z)$  delle seguenti due successioni numeriche  $x(k)$ :

$$x(k) = 3k \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

$$x(k) = e^{2kT} \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

9. Nel piano  $z$  i luoghi dei punti a coefficiente di smorzamento  $\delta$  costante

- sono rette uscenti dall'origine                       sono tratti di spirali verso l'origine  
 sono circonferenze centrate nell'origine            nessuna delle precedenti risposte

10. Una rete ritardatrice  $\frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$  viene inserita in un anello di controllo

- per ridurre gli errori a regime per ingresso a gradino
- per migliorare l'andamento "a regime" del sistema retroazionato
- per migliorare l'andamento "in transitorio" del sistema retroazionato

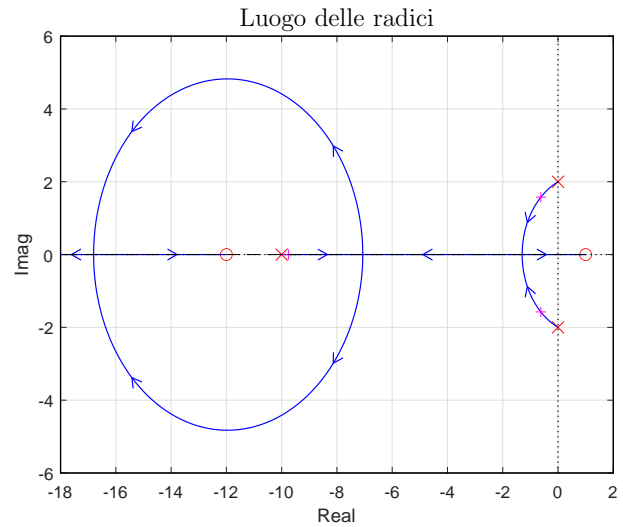
11. Si consideri il sistema

$$G(s) = \frac{(s-1)(s+12)}{(s^2+4)(s+10)}$$

e il corrispondente luogo delle radici rappresentato in figura.

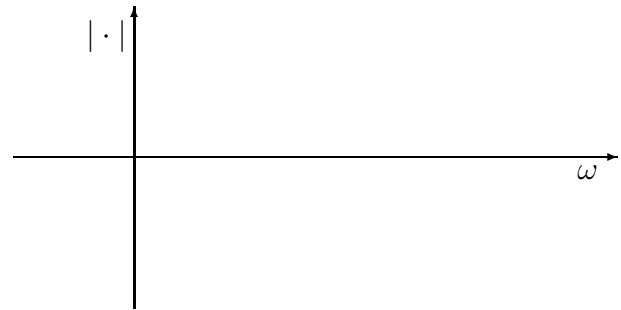
Nei limiti della precisione consentita dal grafico riportato sopra, calcolare il minimo tempo di assestamento ottenibile al variare di  $K > 0$ .

$$T_a =$$

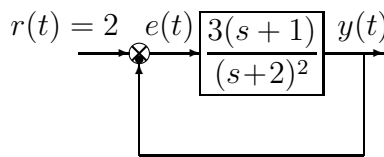


12. Scrivere la funzione di trasferimento  $G(s)$  di un regolatore standard PID e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli:

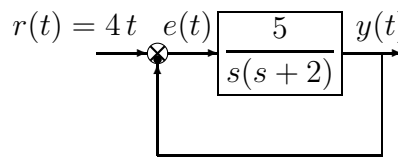
$$G(s) =$$



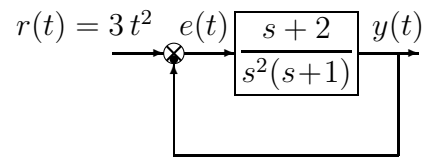
13. Calcolare l'errore a regime  $e(\infty)$  per i seguenti sistemi retroazionati:



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$

14. Indicare quale dei seguenti sistemi discreti  $G(z)$  tende a zero "più lentamente":

- $G(z) = \frac{1}{z(z+0.6)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(3z-1)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(z+0.8)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(z-0.4)}$

15. Posto  $T = 0.2$ , calcolare il tempo di assestamento  $T_a$  della risposta impulsiva  $g(k)$  del sistema discreto  $G(z) = \frac{z}{z-0.5}$ :

$$T_a =$$

16. Sia  $X(z) = \mathcal{Z}[x(k)]$ . Enunciare il teorema della traslazione "in anticipo" nel tempo:

$$\mathcal{Z}[x(t+nT)] =$$