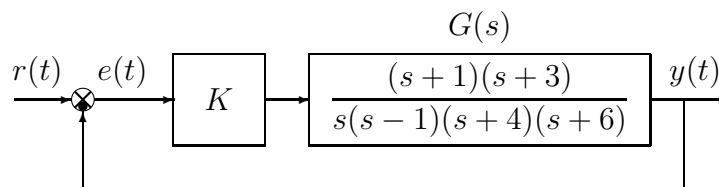


Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



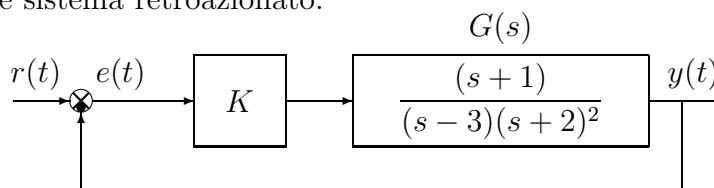
a.1) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

a.2) Sia data la seguente funzione di trasferimento  $G_3(s)$ :

$$G_3(s) = \frac{s + 2}{s^2 + (\alpha + 2)s + 2\alpha + 1}$$

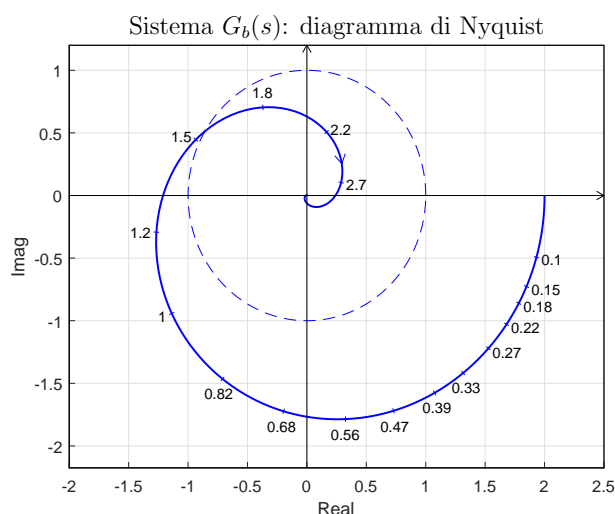
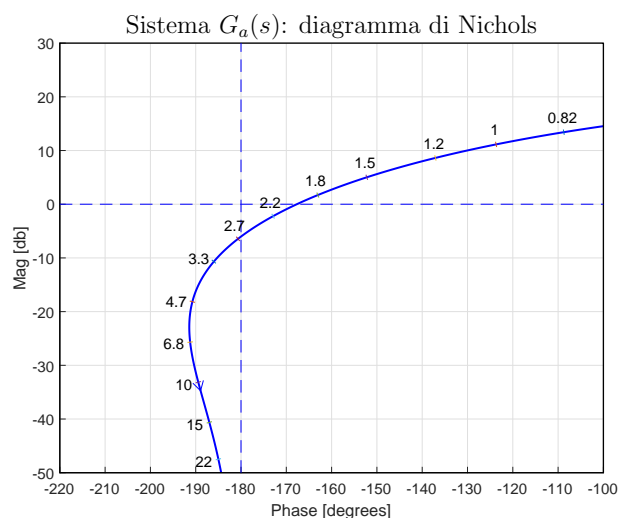
Mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso i poli della funzione di trasferimento  $G_3(s)$  al variare del parametro  $\alpha > 0$ . Calcolare il valore  $\alpha^*$  a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento del sistema  $G_3(s)$  alla risposta al gradino.

a.3) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni  $\omega^*$  con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno  $K^*$ . Determinare per quale valore di  $K$  il sistema retroazionato presenta il minimo tempo di assestamento.

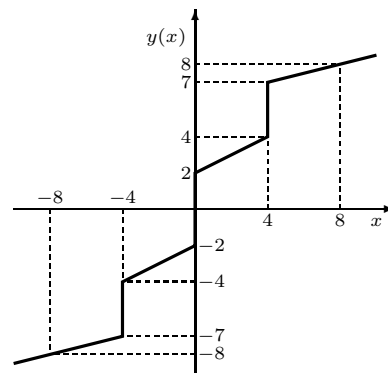
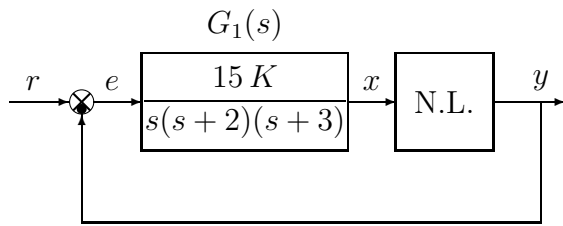
b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi  $G_a(s)$  e  $G_b(s)$ :



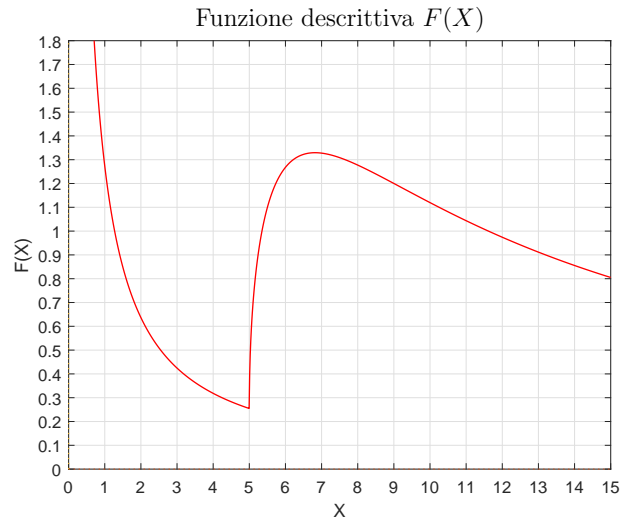
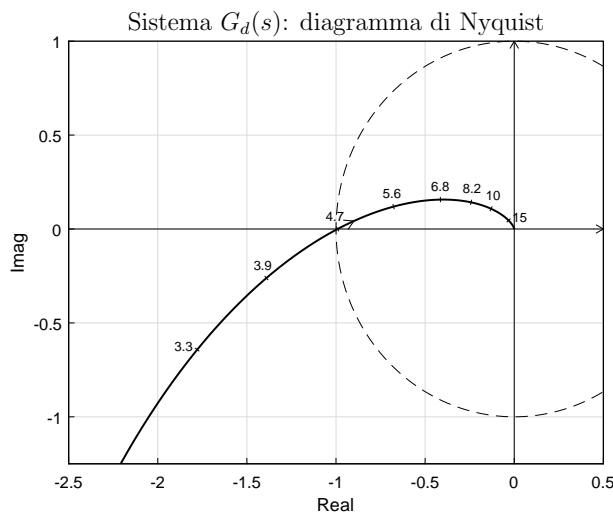
b.1) Per il sistema  $G_a(s)$  progettare una rete anticipatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\varphi = 50^\circ$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;

b.2) Per il sistema  $G_b(s)$ , progettare una rete correttiva  $C(s)$  in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza  $M_a = 5$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



- c.1) Posto  $K = 1$ , determinare per quali valori  $r_1$  ed  $r_2$  dell'ingresso  $r$  i punti di lavoro del sistema retroazionato sono posizionati in  $(x_0, y_0) = (0, 0)$  e in  $(x_1, y_1) = (-2, -3)$ .
- c.2) Posto  $K = 1$  ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto  $(x_1, y_1) = (-2, -3)$ .
- c.3) Fornire l'espressione esatta della funzione descrittiva  $F(X)$  della non linearità  $y(x)$  nell'intorno del punto  $(0, 0)$  per  $X \leq 4$ . Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva  $F(X)$  per  $X > 0$ . Utilizzare le variabili  $m_1, m_2, \dots$  per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione  $F(X)$ .
- c.4) Discutere "qualitativamente", in funzione dei parametri  $m_1, m_2, \dots$ , l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno  $K > 0$ .
- d) Sia dato il diagramma di Nyquist di un sistema  $G_d(s)$  posto in retroazione negativa su di una non linearità  $y = y(x)$  di cui viene fornita la funzione descrittiva  $F(X)$ .



Nei limiti della precisione dei grafici forniti, determinare l'ampiezza  $X^*$ , la pulsazione  $\omega^*$  e la stabilità degli eventuali cicli limite presenti nel sistema retroazionato.

- e) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare il seguente sistema tempo-continuo:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+2)}{(s+3)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.2$ .

- f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze:

$$y(n+1) = -0.6y(n) + 7x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario  $x(n) = 1$ .

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere la funzione di trasferimento discreta  $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$  corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

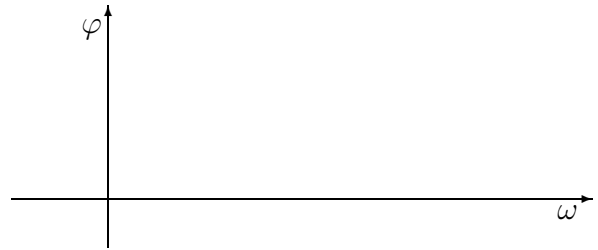
$$y_{n+3} + 4y_{n+2} + 5y_{n+1} + 3y_n = 7x_{n+2} + 2x_{n+1} \quad \rightarrow \quad G(z) =$$

2. Sia  $G(z)$  la  $\mathcal{Z}$ -trasformata della successione numerica  $g(k)$ . Scrivere gli enunciati dei teoremi del valore iniziale e del valore finale:

$$g(0) = g(k)|_{k=0} =$$

$$g(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} g(k) =$$

3. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete anticipatrice  $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$ , ( $\tau_1 > \tau_2$ ):



4. Fornire l'enunciato del Teorema del baricentro: *La somma dei poli del sistema ottenuto chiudendo in retroazione un sistema dinamico descritto da una funzione di trasferimento  $G(s)$  razionale fratta con ...*

5. In un sistema discreto a segnali campionati, qual è il legame che lega la variabile discreta  $z$  e la variabile  $s$  di Laplace?

$$z =$$

6. Scrivere la funzione di trasferimento  $H_0(s)$  del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) =$$

7. Calcolare la soluzione  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale  $y(0) = y_0$ :

$$y(n+1) + 0.4y(n) = 0 \quad \rightarrow \quad y(n) =$$

8. Calcolare la  $\mathcal{Z}$ -trasformata  $X(z)$  delle seguenti due successioni numeriche  $x(k)$ :

$$x(k) = 3k \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

$$x(k) = e^{2kT} \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

9. Nel piano  $z$  i luoghi dei punti a coefficiente di smorzamento  $\delta$  costante

- sono rette uscenti dall'origine                       sono tratti di spirali verso l'origine  
 sono circonferenze centrate nell'origine            nessuna delle precedenti risposte

10. L'uso di un regolatore standard di tipo PI è consigliato:

- Se si desidera introdurre un anticipo di fase
- Se si desidera amplificare alle basse frequenze
- Se si desidera introdurre un ritardo di fase alle alte frequenze
- Se si desidera avere errore a regime nullo per ingresso a gradino

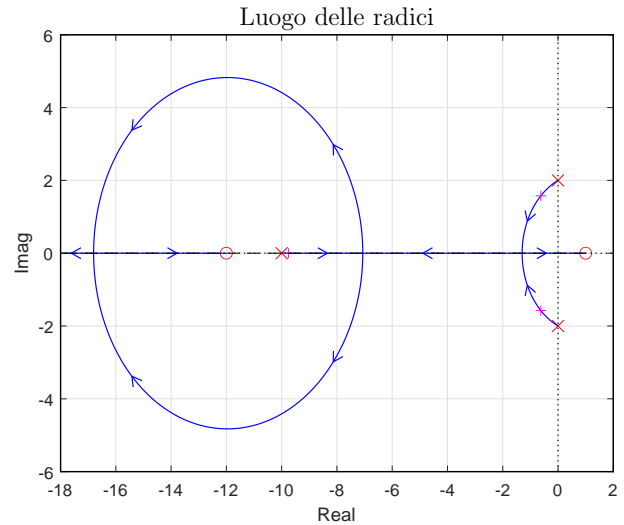
11. Si consideri il sistema

$$G(s) = \frac{(s - 1)(s + 12)}{(s^2 + 4)(s + 10)}$$

e il corrispondente luogo delle radici rappresentato in figura.

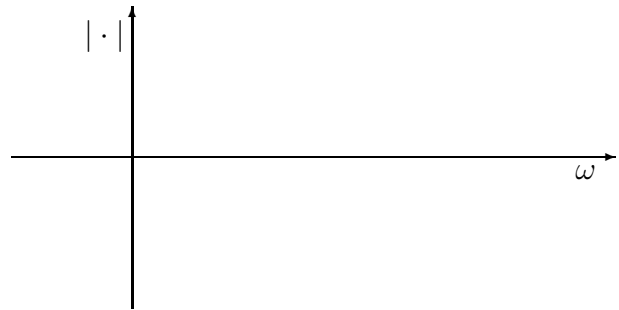
Nei limiti della precisione consentita dal grafico riportato sopra, calcolare il minimo tempo di assestamento ottenibile al variare di  $K > 0$ .

$$T_a =$$

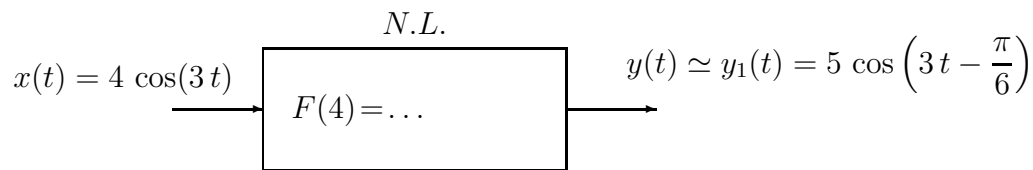


12. Scrivere la funzione di trasferimento  $G(s)$  di un regolatore standard PID e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli:

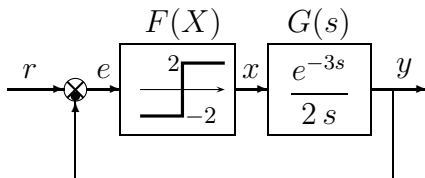
$$G(s) =$$



13. Sia  $y_1(t) = 5 \cos(3t - \frac{\pi}{6})$  la fondamentale del segnale periodico  $y(t)$  che si ha all'uscita del blocco non lineare N.L. sollecitato in ingresso dal segnale periodico  $x(t) = 4 \cos(3t)$ . Calcolare il valore della funzione descrittiva  $F(X)$  in corrispondenza del valore  $X = 4$ :



14. Sia dato il sistema retroazionato riportato qui sotto. Calcolare:



a) il margine di stabilità  $K^*$  del sistema  $G(s)$ :

$$K^* =$$

b) L'intersezione  $\sigma_0$  della funzione  $G(j\omega)$  con il semiasse reale negativo:

$$\sigma_0 =$$

c) la Funzione descrittiva  $F(X)$  del relé ideale:

$$F(X) =$$

d) la pulsazione  $\omega^*$  dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema retroazionato:

$$\omega^* =$$

e) l'ampiezza  $X^*$  dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema retroazionato:

$$X^* =$$