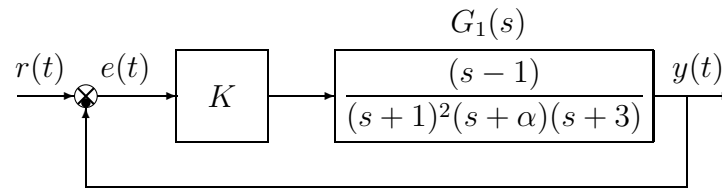


# Controlli Automatici B

## 7 giugno 2024 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a.1) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Posto  $\alpha = 2$ , tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . **Tracciare il luogo delle radici sia per  $K > 0$  che per  $K < 0$ .** Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”. Nota: non é necessario calcolare le intersezioni con l’asse immaginario.

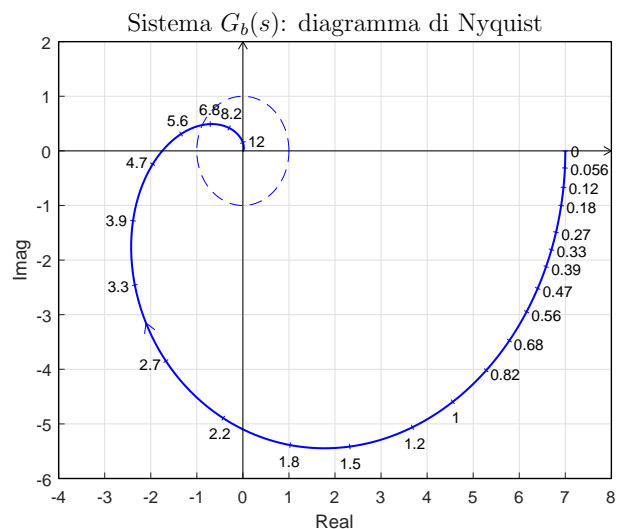
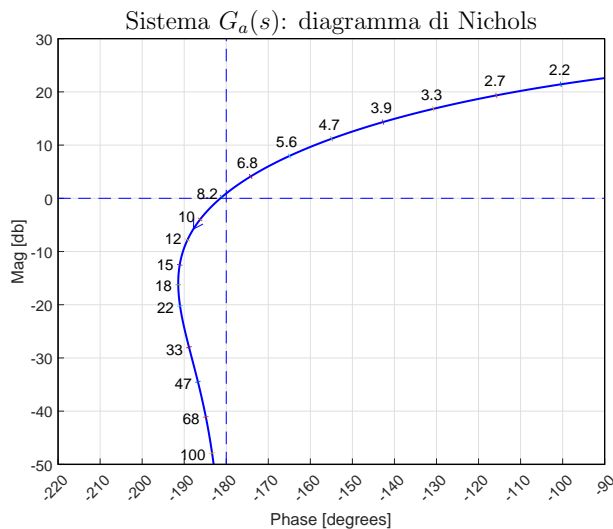
a.2) Posto  $K = 25$ , tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $\alpha > 0$ . Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando  $K = 25$  e  $\alpha = 0$  è:  $p_1 \simeq -4.9$ ,  $p_{2,3} \simeq -0.38 \pm 2.6j$  e  $p_4 \simeq 0.7$ . Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

a.3) Sia data la seguente equazione polinomiale in  $s$ :

$$(s - 2)(s + 5)^2 + Ks + 4K = 0$$

Mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso le radici dell’equazione polinomiale al variare del parametro  $K > 0$ . Calcolare il valore  $K^*$  a cui corrisponde la massima distanza di tutte le radici dell’equazione dall’asse immaginario.

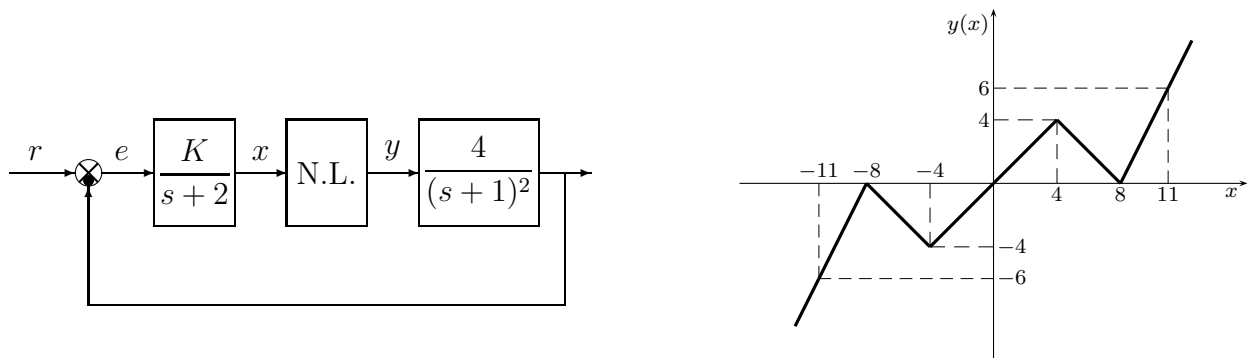
b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi  $G_a(s)$  e  $G_b(s)$ :



b.1) Per il sistema  $G_a(s)$ , progettare una rete anticipatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\varphi = 50$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;

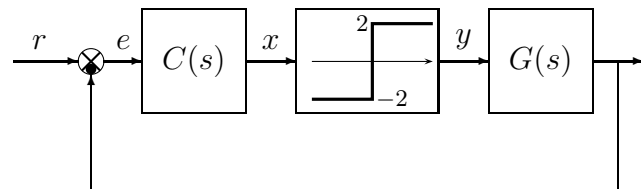
b.2) Per il sistema  $G_b(s)$ , progettare una rete correttiva in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza  $M_\alpha = 5$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



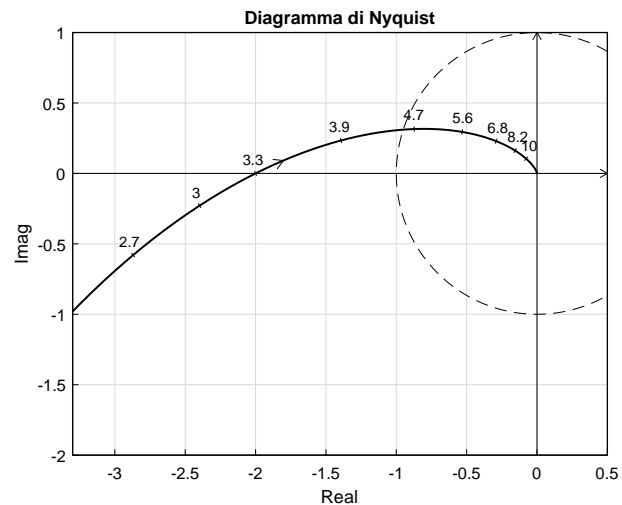
- c.1) Posto  $K = 1$ , determinare per quale valore  $r_1$  dell'ingresso  $r$  il punto di lavoro del sistema retroazionato è posizionato in  $(x_1, y_1) = (11, 6)$ .
- c.2) Posto  $K = 1$  ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto  $(x_1, y_1) = (11, 6)$ .
- c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva  $F(X)$ , per  $X > 0$ , nell'intorno del punto di lavoro  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ . Utilizzare le variabili  $m_1, m_2, \dots$  per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione  $F(X)$ .
- c.4) Discutere "qualitativamente", in funzione dei parametri  $m_1, m_2, \dots$ , l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno  $K > 0$ .

d) Sia dato il sistema retroazionato riportato a fianco, e il diagramma di Nyquist della funzione  $G(s)$  riportato sotto.



d.1) Posto  $C(s) = 1$ , determinare l'ampiezza  $X^*$  e la pulsazione  $\omega^*$  dell'oscillazione autosostenuta che è presente all'interno del sistema quando  $r = 0$ .

d.2) Progettare una rete correttiva  $C(s)$ , in modo che l'oscillazione autosostenuta che è presente all'interno del sistema quando  $r = 0$  sia caratterizzata da un'ampiezza  $X^* = 2.5$  e da una pulsazione  $\omega^* = 5.6$ .



e) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare il seguente regolatore tempo-continuo:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s + 3)}{(s + 1)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.1$ .

f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze:

$$y(n + 1) = -0.4 y(n) + 7 x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario  $x(n) = 1$ .

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere la funzione  $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$  corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

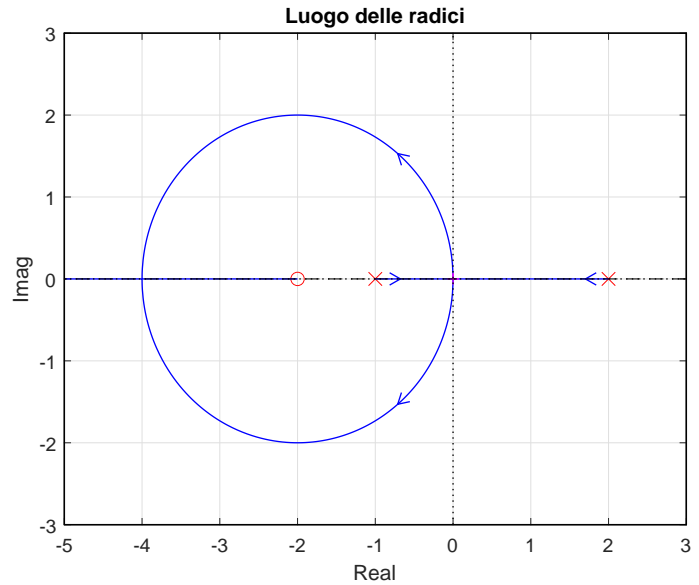
$$y_n + 3y_{n-1} + 5y_{n-2} + 2y_{n-3} = 4x_{n-1} + 6x_{n-2} + x_{n-3} \quad \rightarrow \quad G(z) =$$

2. Calcolare la  $\mathcal{Z}$ -trasformata  $X(z)$  dei seguenti segnali tempo continui  $x(t)$  quando  $t = kT$ :

$$x(t) = 3t \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

$$x(t) = 2a^{-3t} \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

3. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema  $G(s) = \frac{(s+2)}{(s+1)(s-2)}$ , posto in retroazione negativa, al variare del parametro  $K > 0$ . Calcolare:



1) Il valore  $K_a$  corrispondente alla condizione di minimo tempo di assestamento del sistema retroazionato:

$$K_a =$$

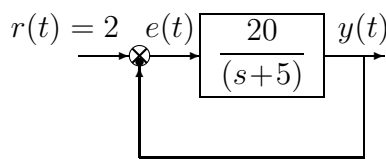
2) Il valore limite  $K^*$  dell'intervallo di stabilità  $K > K^*$  del sistema retroazionato:

$$K^* =$$

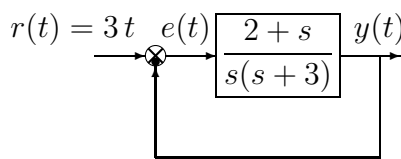
4. Calcolare il valore iniziale  $y_0 = \lim_{k \rightarrow 0} y(k)$  e il valore finale  $y_\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} y(k)$  del segnale  $y(k)$  corrispondente alla seguente funzione  $Y(z)$ :

$$Y(z) = \frac{z(1+4z)}{(z-1)(z+0.5)} \quad \rightarrow \quad y_0 = \quad y_\infty =$$

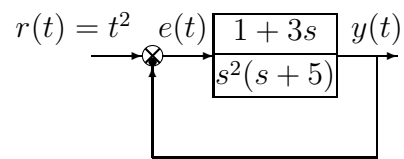
5. Calcolare l'errore a regime  $e(\infty)$  per i seguenti sistemi retroazionati:



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$

6. Un sistema in retroazione negativa avente  $G(s)$  sul ramo diretto,  $H(s)$  sul ramo di retroazione ed avente un elevato guadagno di anello, risulta poco sensibile

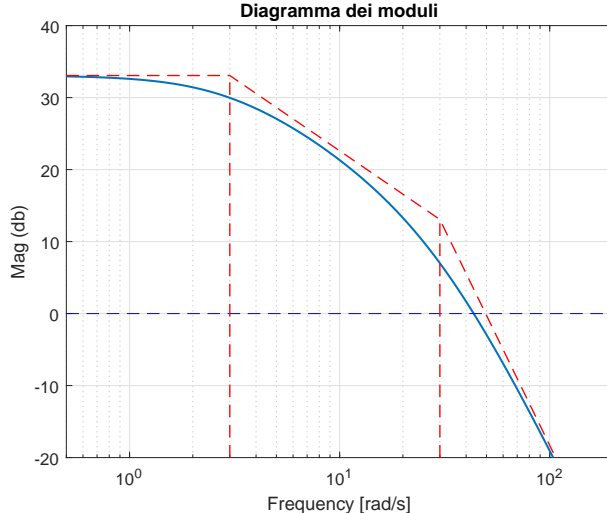
- ai disturbi additivi agenti sul sistema
- alle variazioni parametriche di  $H(s)$
- alle variazioni parametriche di  $G(s)$

7. Fornire una stima della larghezza di banda  $\omega_f$  e del tempo di salita  $t_r$  del sistema  $G_1(s)$  di cui a fianco è riportato il diagramma di Bode dei moduli:

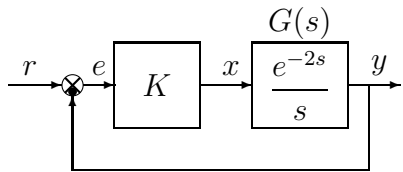
$$\omega_f \simeq \quad t_r \simeq$$

Fornire inoltre una stima della larghezza di banda  $\omega_{f0}$  e del tempo di salita  $t_{r0}$  del corrispondente sistema retroazionato:

$$\omega_{f0} \simeq \quad t_{r0} \simeq$$



8. Sia dato il seguente sistema retroazionato. Per quale valore di  $K$  il sistema retroazionato è stabile con un margina di fase  $M_\varphi = 60^\circ$ ?



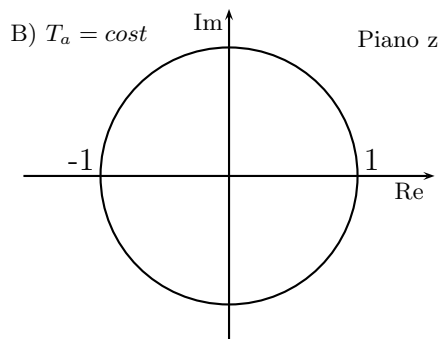
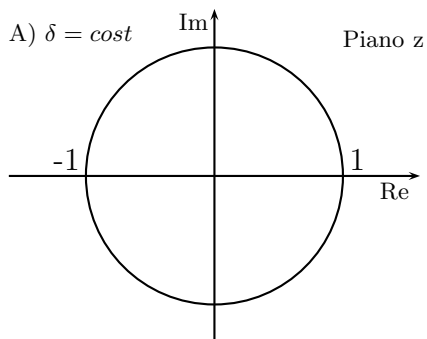
$K =$

9. Fornire l'enunciato del Teorema del baricentro: ...

10. Calcolare la soluzione  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale  $y(0) = 2$ :

$$y(n+1) + 0.6y(n) = 0 \quad \rightarrow \quad y(n) =$$

11. Tracciare qualitativamente sul piano  $z$ : A) i luoghi a coefficiente di smorzamento  $\delta$  costante; B) i luoghi a decadimento esponenziale costante:



12. Tipicamente, quali delle seguenti reti correttive è bene utilizzare se si vuole stabilizzare in retroazione un sistema caratterizzato da un margine di fase fortemente negativo?

- una rete anticipatrice;                       una rete ritardatrice;  
 un regolatore PD;                               un regolatore PI;

13. Il sistema dinamico discreto  $G(z) = \frac{1}{z(z+2)}$

- è asintoticamente stabile       è semplicemente stabile       è instabile