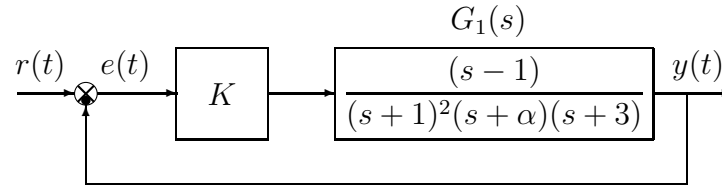


Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a1) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Posto $\alpha = 2$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. **Tracciare il luogo delle radici sia per $K > 0$ che per $K < 0$.** Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”. Nota: non é necessario calcolare le intersezioni con l’asse immaginario.

Soluzione. Posto $\alpha = 2$, l’equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + K_1 G_1(s) = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 + K \frac{(s-1)}{(s+1)^2(s+2)(s+3)} = 0$$

dove $K_1 = K$. L’andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema $G_1(s)$ per $K > 0$ é mostrato in Fig. 1. L’andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema $G_1(s)$ per $K < 0$

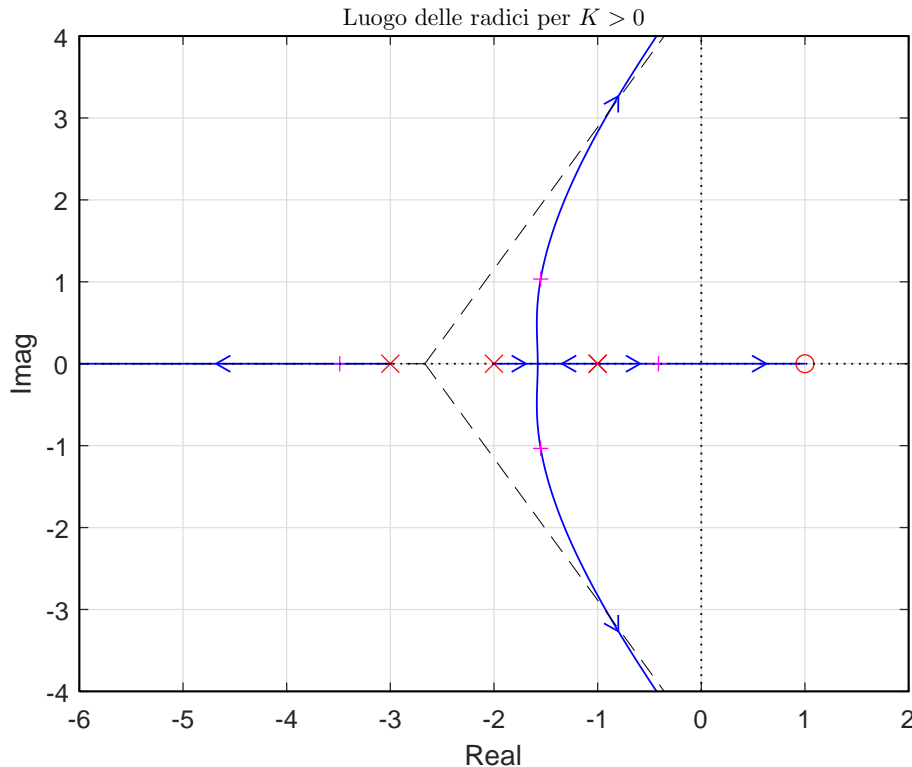


Figura 1: Luogo delle radici del sistema $G_1(s)$ al variare di $K > 0$

é mostrato in Fig. 2. Il luogo delle radici é caratterizzato da tre asintoti. La posizione degli asintoti é mostrata in figura. Il centro degli asintoti σ_a é il seguente:

$$\sigma_a = \frac{1}{3}(-1 - 1 - 2 - 3 - 1) = -\frac{8}{3} = -2.666.$$

L’equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + K \frac{(s-1)}{(s+1)^2(s+2)(s+3)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^4 + 7s^3 + 17s^2 + (K+17)s + (6-K) = 0$$

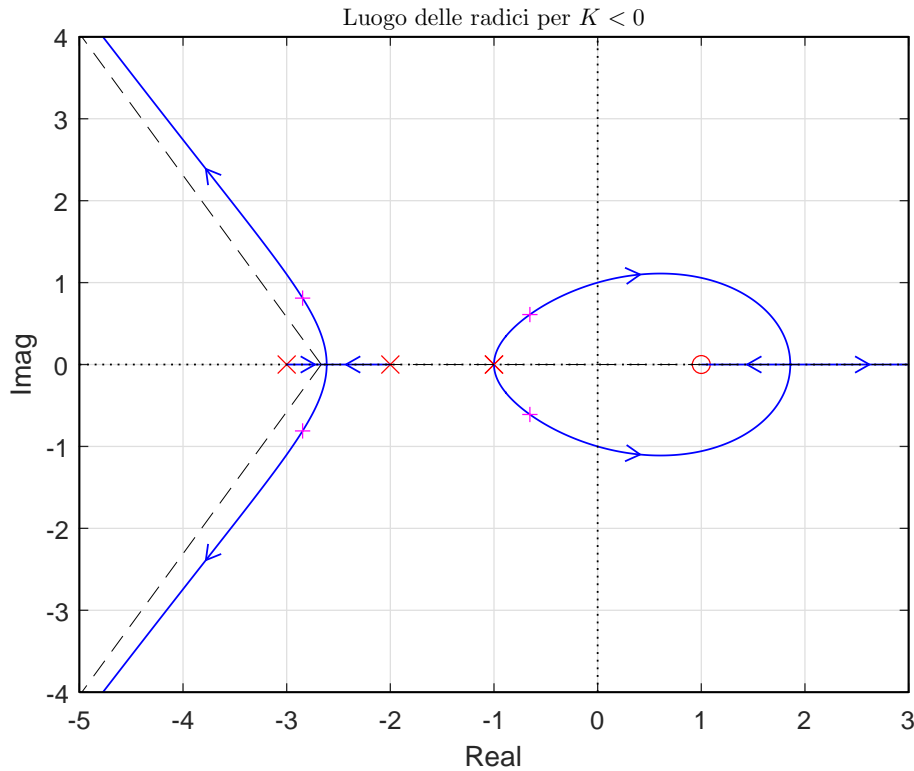


Figura 2: Luogo delle radici del sistema $G_1(s)$ al variare di $K > 0$

La tabella di Routh ha la seguente struttura:

4	1	17	$6 - K$
3	7	$K + 17$	
2	$102 - K$	$42 - 7K$	
1	$134K - K^2 + 1440$		
0	$42 - 7K$		

Imponendo che tutti gli elementi della prima colonna della tabella di Routh siano positivi si ricavano i seguenti vincoli:

$$102 - K > 0, \quad 134K - K^2 + 1440 > 0, \quad 42 - 7K > 0,$$

dai quali si ricava:

$$K < 102, \quad -10 < K < 144, \quad K < 6.$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$K_1 = -10 < K < 6.$$

La pulsazione ω_1 corrispondente al valore limite K_1 è:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{42 - 7K_1}{102 - 1K_1}} = \sqrt{\frac{K_1 + 17}{7}} = 1.$$

- a.2) Posto $K = 25$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\alpha > 0$. Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando $K = 25$ e $\alpha = 0$ è: $p_1 \simeq -4.9$, $p_{2,3} \simeq -0.38 \pm 2.6j$ e $p_4 \simeq 0.7$. Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

Soluzione. Posto $K = 25$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è la seguente:

$$1 + 25 \frac{(s - 1)}{(s + 1)^2 (s + \alpha) (s + 3)} = 0 \quad \rightarrow \quad (s + 1)^2 (s + \alpha) (s + 3) + 25 (s - 1) = 0$$

da cui si ottiene la seguente equazione:

$$1 + \frac{\alpha (s+1)^2 (s+3)}{s (s+1)^2 (s+3) + 25 (s-1)} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 + K_1 G_2(s) = 0$$

dove $K_1 = \alpha$. I poli della funzione $G_2(s)$ sono i seguenti:

$$1 + \frac{K_1 (s+1)^2 (s+3)}{(s+4.9)[(s+0.38)^2 + 2.6^2](s-0.7)} = 0$$

I poli indicati nel testo dell'esercizio sono "approssimati". Il contorno delle radici al variare del parametro $\alpha > 0$ è mostrato in Fig. 3.

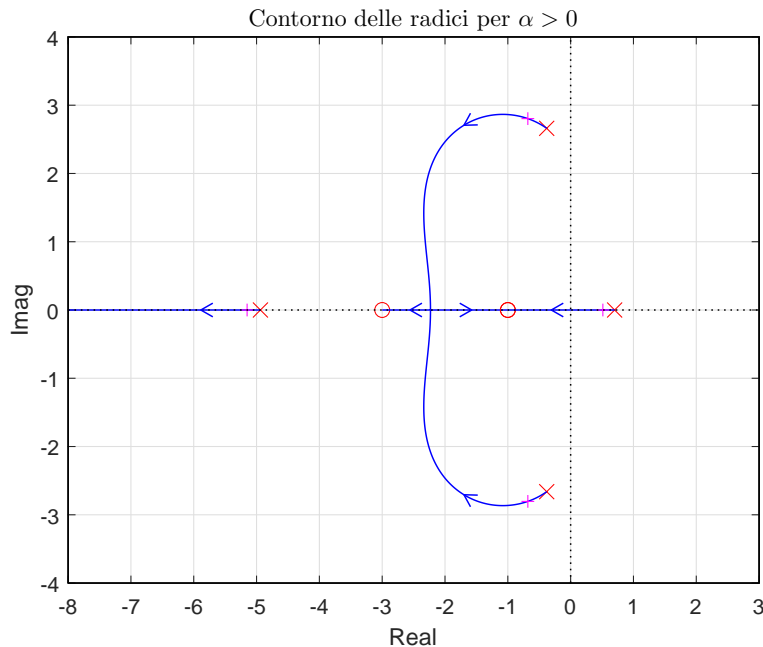


Figura 3: Contorno delle radici del sistema $G_2(s)$ al variare del parametro $\alpha > 0$.

Il contorno delle radici ha un solo asintoto che coincide con il semiasse reale negativo.

a.3) Sia data la seguente equazione polinomiale in s :

$$(s-2)(s+5)^2 + Ks + 4K = 0$$

Mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso le radici dell'equazione polinomiale al variare del parametro $K > 0$. Calcolare il valore K^* a cui corrisponde la massima distanza di tutte le radici dell'equazione dall'asse immaginario.

Soluzione. L'equazione polinomiale:

$$(s-2)(s+5)^2 + Ks + 4K = 0$$

può essere riscritta nel seguente modo:

$$(s-2)(s+5)^2 + K(s+4) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 + \frac{K(s+4)}{(s-2)(s+5)^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 + K G_4(s) = 0.$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $K > 0$ è mostrato in Fig. 4. Nel contorno delle radici sono presenti 2 asintoti verticali. Il centro degli asintoti σ_a è il seguente:

$$\sigma_a = \frac{1}{2} (2 - 5 - 5 + 4) = -2$$

La condizione di massima distanza di tutte le radici dell'equazione dall'asse immaginario si ha quando le tre radici dell'equazione sono allineate verticalmente. Tale condizione, in questo caso, può essere calcolata utilizzando il teorema del baricentro:

$$3\sigma_0 = \sum_{i=1}^3 = -8 \quad \rightarrow \quad \sigma_0 = -\frac{8}{3} = -2.666.$$

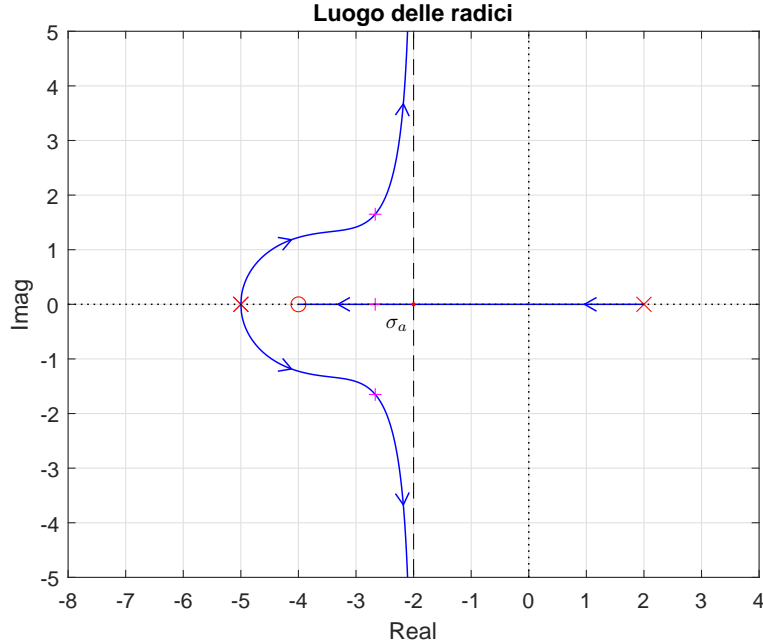
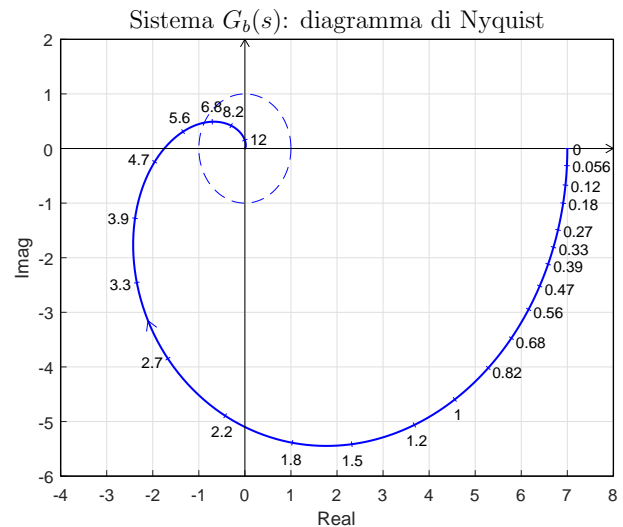
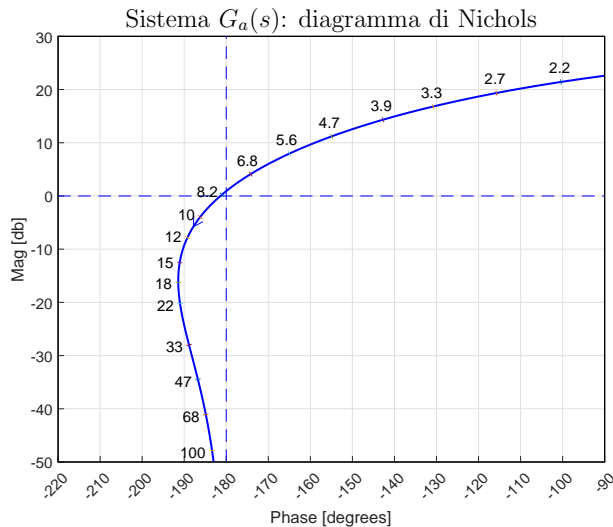


Figura 4: Contorno delle radici del sistema $G_4(s)$ al variare del parametro $K > 0$.

Il valore K^* a cui corrisponde la massima distanza della radici dall'asse immaginario si calcola nel seguente modo:

$$K^* = - \left. \frac{1}{G_4(s)} \right|_{s=\sigma_0} = - \left. \frac{(s-2)(s+5)^2}{(s+4)} \right|_{s=-2.666} = 19.055.$$

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete anticipatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 50$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Soluzione. La posizione del punto B è completamente determinata dalla specifica di progetto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = 0$ db = 1 e $\varphi_B = -130^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio in Fig. 5. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 22$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = -20.24 \text{ db} = 0.0973, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -191^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 0.509$ e $\tau_2 = 0.0201$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 10.28, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = 60.99^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 0.509s)}{(1 + 0.0201s)}.$$

Sintesi della rete correttiva $C_1(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A :

$$\begin{aligned} \omega_A &= [15 \quad 18 \quad 22 \quad 33 \quad 47 \quad 68 \quad 100] \\ M_A &= [0.2371 \quad 0.1542 \quad 0.0973 \quad 0.0398 \quad 0.0188 \quad 0.0088 \quad 0.0040] \\ \varphi_A &= [168.9 \quad 168.6 \quad 169 \quad 171.1 \quad 173.3 \quad 175.1 \quad 176.6] \\ M &= [4.218 \quad 6.484 \quad 10.28 \quad 25.09 \quad 52.93 \quad 113.2 \quad 247.6] \\ \varphi &= [61.07 \quad 61.42 \quad 60.99 \quad 58.86 \quad 56.74 \quad 54.86 \quad 53.38] \\ \tau_1 &= [0.2845 \quad 0.3799 \quad 0.509 \quad 0.8701 \quad 1.333 \quad 2.026 \quad 3.077] \\ \tau_2 &= [0.0187 \quad 0.0205 \quad 0.0201 \quad 0.0169 \quad 0.0134 \quad 0.0101 \quad 0.0073] \end{aligned}$$

I diagrammi di Nichols delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 5.

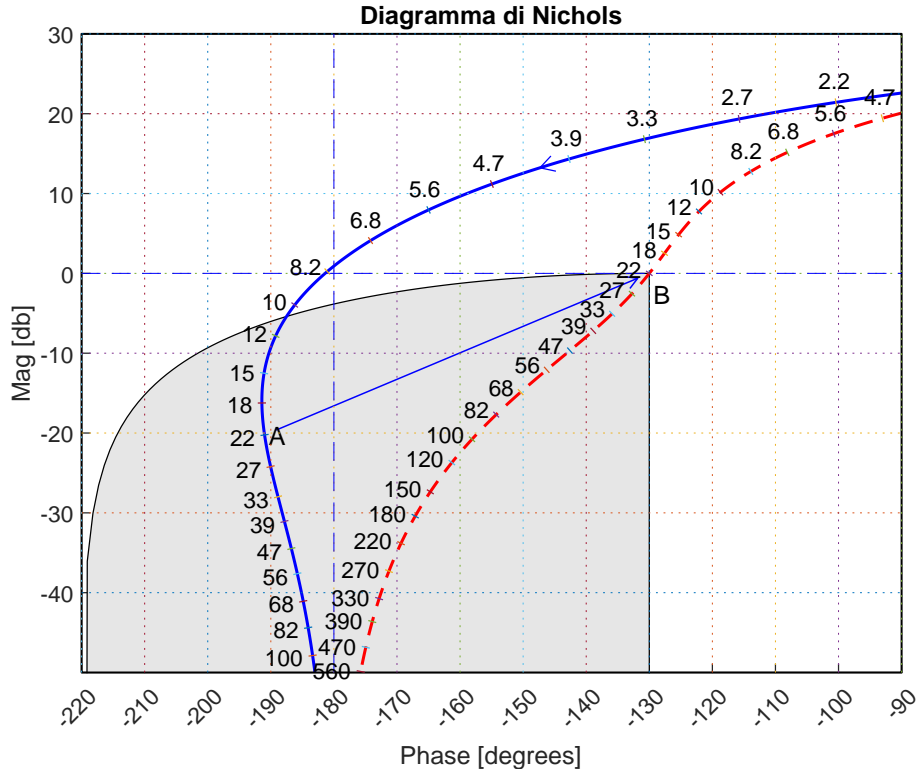


Figura 5: Diagrammi di Nichols delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$.

- b.2) Per il sistema $G_b(s)$, progettare una rete correttiva in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

Soluzione. La posizione del punto B è completamente determinata dalla specifica di progetto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = 0.2$ e $\varphi_B = 180^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio in Fig. 6. Il punto $A = G_b(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 3.9$:

$$M_A = |G_b(j\omega_A)| = 2.706, \quad \varphi_A = \arg[G_b(j\omega_A)] = 208.2^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 0.4384$ e $\tau_2 = 6.867$ della rete correttiva $C_2(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.07391, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -28.18^\circ \quad \rightarrow \quad C_2(s) = \frac{(1 + 0.4384s)}{(1 + 6.867s)}.$$

Sintesi della rete correttiva $C_2(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A :

$$\begin{aligned} \omega_A &= [2.2 \quad 2.7 \quad 3.3 \quad 3.9 \quad 4.7] \\ M_A &= [4.913 \quad 4.196 \quad 3.396 \quad 2.706 \quad 1.973] \\ \varphi_A &= [265 \quad 246.5 \quad 226.3 \quad 208.2 \quad 187.1] \\ M &= [0.0407 \quad 0.0476 \quad 0.0588 \quad 0.0739 \quad 0.1014] \\ \varphi &= [-85 \quad -66.52 \quad -46.3 \quad -28.18 \quad -7.086] \\ \tau_1 &= [0.0211 \quad 0.1416 \quad 0.2649 \quad 0.4384 \quad 1.537] \\ \tau_2 &= [11.17 \quad 8.311 \quad 6.829 \quad 6.867 \quad 15.3] \end{aligned}$$

I diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_b(s)$ e $C_2(s)G_b(s)$ sono mostrati in Fig. 6.

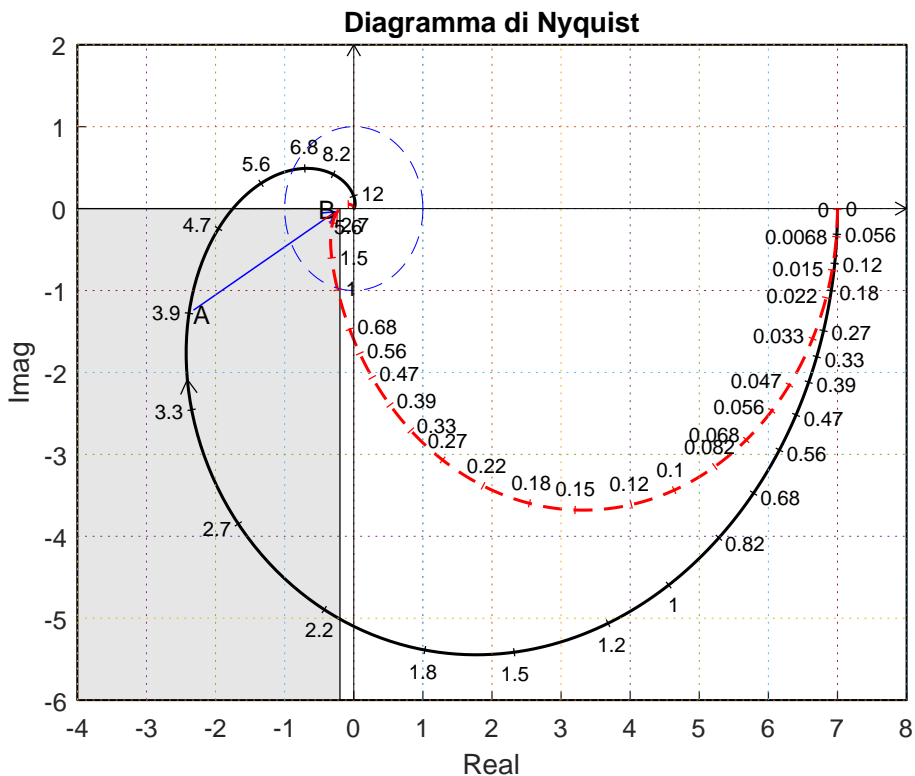
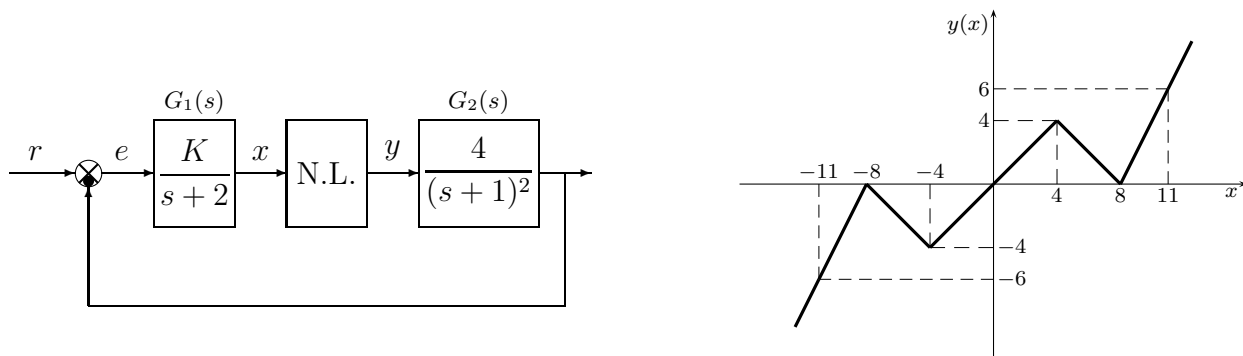


Figura 6: Diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_b(s)$ e $C_2(s)G_b(s)$.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



c.1) Posto $K = 1$, determinare per quale valore r_1 dell'ingresso r il punto di lavoro del sistema retroazionato è posizionato in $(x_1, y_1) = (11, 6)$.

Soluzione. Posto $K = 1$, i guadagni statici del sistema retroazionato sono: $K_1 = 0.5$, $K_2 = 4$ e $K_3 = 1$. La retta di carico della parte lineare del sistema è la seguente:

$$x = K_1(r_1 - K_2 K_3 y) = 0.5(r_1 - 4y) \quad \rightarrow \quad r_1 = 2x + 4y = 46.$$

c.2) Posto $K = 1$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto $(x_1, y_1) = (11, 6)$.

Soluzione. Le pendenze α e β delle due rette che centrate nel punto $(x_1, y_1) = (11, 6)$ racchiudono a settore tutta la non linearità sono le seguenti:

$$\alpha = \frac{2}{7} = 0.2857, \quad \beta = 2.$$

Il cerchio critico interseca il semiasse reale negativo nei punti:

$$-\frac{1}{\alpha} = -\frac{7}{2} = -3.5, \quad -\frac{1}{\beta} = -0.5.$$

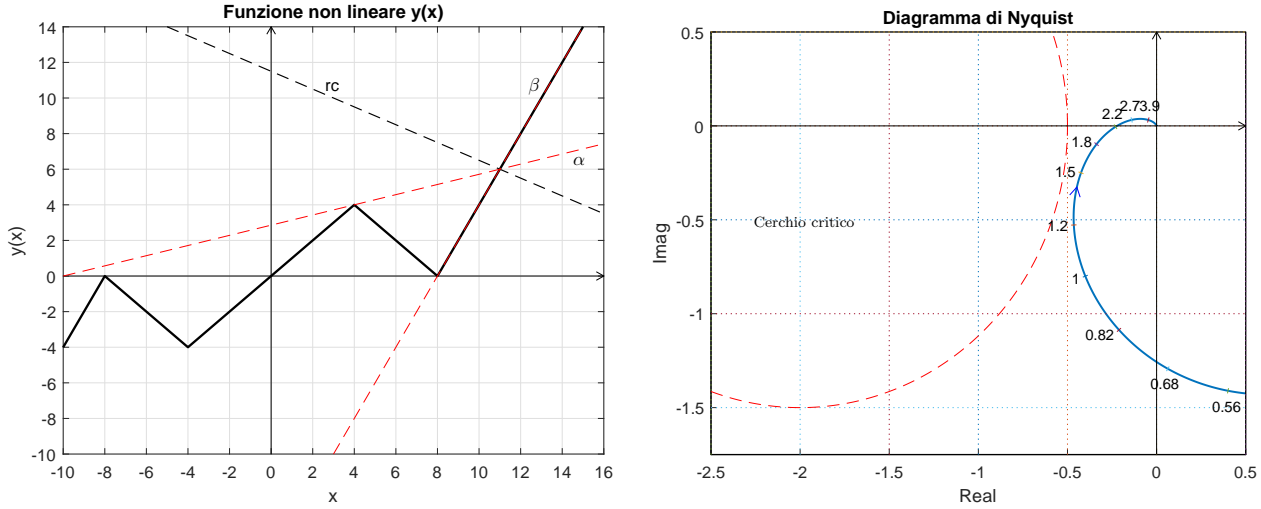


Figura 7: Settore che racchiude la non linearità e cerchio critico.

Il margine di ampiezza K_1^* e la pulsazione ω^* della funzione $G(s) = G_1(s)G_2(s)$ si determinano applicando il criterio di Routh. L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + KG(s) = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + K \frac{4}{(s+1)^2(s+2)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^3 + 4s^2 + 5s + (4K+2) = 0.$$

La tabella di Routh ha la seguente struttura:

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 4K+2 \\ 1 & 18-4K & \\ 0 & 4K+2 & \end{array}$$

Imponendo che tutti gli elementi della prima colonna della tabella di Routh siano positivi si ricavano i seguenti vincoli:

$$18 - 4K > 0, \quad 4K + 2 > 0,$$

dai quali si ricava:

$$K < 4.5, \quad K > -0.5.$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$-0.5 < K < 4.5 = K_1^*.$$

La pulsazione ω^* corrispondente al valore limite K_1^* è:

$$\omega^* = \sqrt{\frac{4K_1^* + 2}{4}} = 2.2361.$$

Essendo $K_1^* > \beta$, il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ non interseca il cerchio critico e quindi, in base al criterio del cerchio, si può affermare che il sistema retroazionato è globalmente asintoticamente stabile nell'intorno del punto $(x_1, y_1) = (11, 6)$.

- c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$, per $X > 0$, nell'intorno del punto di lavoro $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Utilizzare le variabili m_1, m_2, \dots per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione $F(X)$.

Soluzione. L'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ è mostrato in Fig. 8. Indichiamo con $m_1 = 0.202$ il minimo assoluto della funzione $F(X)$ nel punto $X = 8.36$: Indichiamo inoltre con m_2 il valore finale a cui tende la funzione $F(X)$ per $X \rightarrow \infty$:

$$m_2 = F(X)|_{X \rightarrow \infty} = 2.$$

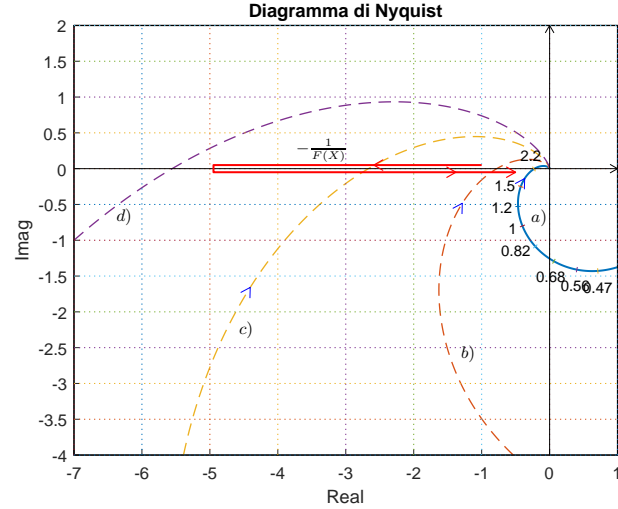
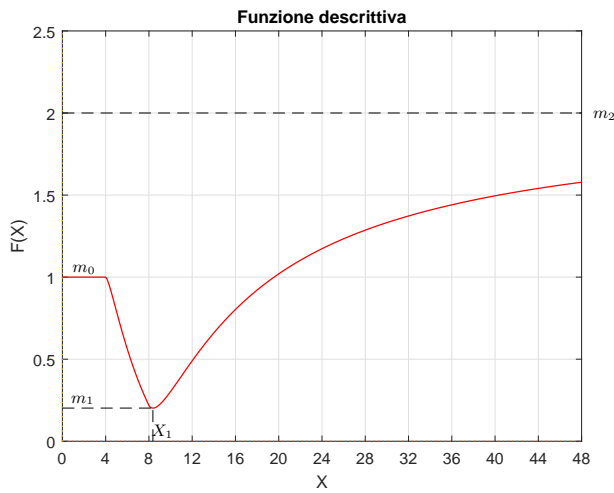


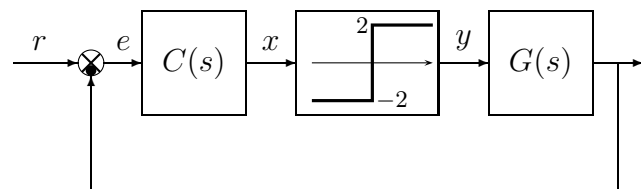
Figura 8: Funzione descrittiva $F(X)$ e discussione grafica.

c.4) Discutere “qualitativamente”, in funzione dei parametri $m_1, m_2 \dots$, l’esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

Soluzione. Per $K = 1$, il margine di ampiezza K_1^* del sistema $G(s)$ è $K_1^* = 4.5$. Per $K \neq 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $K G(s)$ è $K^* = \frac{4.5}{K}$. Al variare di K^* si possono avere le seguenti condizioni dinamiche di funzionamento per sistema retroazionato:

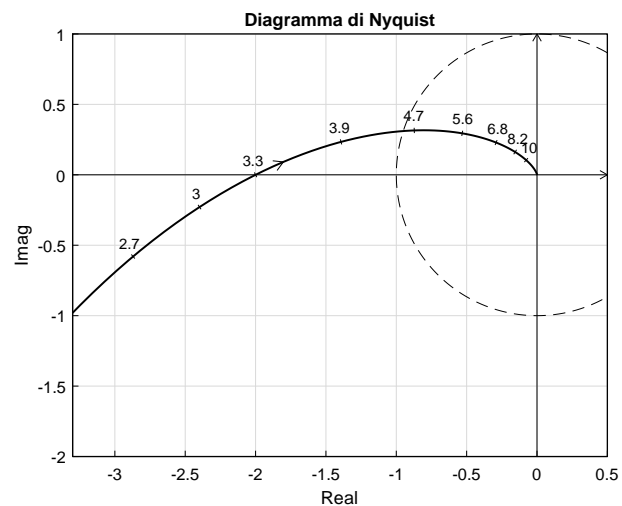
- a) Per $K^* > m_2$ il diagramma di Nyquist della funzione $K G(s)$ non interseca e non circonda la funzione $-1/F(X)$, per cui il punto di lavoro $(x_0, y_0) = (0, 0)$ è globalmente asintoticamente stabile.
- b) Per $m_0 < K^* < m_2$, il diagramma di Nyquist della funzione $K G(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in un punto a cui corrisponde un ciclo limite instabile.
- c) Per $m_1 < K^* < m_0$, il diagramma di Nyquist della funzione $K G(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in due punti a cui corrispondono un ciclo limite stabile (il primo) e un ciclo limite instabile (il secondo).
- d) Per $K^* < m_1$, la funzione $-1/F(X)$ è tutta interna al diagramma polare completo della funzione $K G(s)$ per cui non vi sono cicli limite e il sistema retroazionato è instabile nell’interno del punto di lavoro $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

d) Sia dato il sistema retroazionato riportato a fianco, e il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ riportato sotto.



d.1) Posto $C(s) = 1$, determinare l’ampiezza X^* e la pulsazione ω^* dell’oscillazione autosostenuta che è presente all’interno del sistema quando $r = 0$.

d.2) Progettare una rete correttiva $C(s)$, in modo che l’oscillazione autosostenuta che è presente all’interno del sistema quando $r = 0$ sia caratterizzata da un’ampiezza $X^* = 2.5$ e da una pulsazione $\omega^* = 5.6$.



Soluzione.

d.1) La funzione descrittiva del relè ideale è:

$$F(X) = \frac{8}{\pi X}$$

L'intersezione della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ con il semiasse reale negativo avviene nel punto -2 in corrispondenza della pulsazione $\omega = 3.3$. Il margine di ampiezza del sistema $G(s)$ è quindi $K^* = -\frac{1}{-2} = 0.5$. L'ampiezza X^* dell'oscillazione autosostenuta si ricava imponendo $F(X^*) = K^*$:

$$\frac{8}{\pi X^*} = 0.5 \quad \rightarrow \quad X^* = \frac{16}{\pi} = 5.093$$

d.2) Per poter avere un'oscillazione autosostenuta con ampiezza $X^* = 2.5$, il margine di ampiezza K^* del sistema compensato dovrà essere uguale a $F(X^*)$:

$$K^* = \frac{8}{\pi X^*} = \frac{8}{\pi \cdot 2.5} = 1.0186 \quad \rightarrow \quad B = -\frac{1}{K^*} = -0.9817$$

Modulo e fase del punto B :

$$M_B = 0.9817, \quad \varphi_B = 180^\circ$$

Il punto A è quello corrispondente alla pulsazione $\omega = 5.6$:

$$M_A = 0.6075, \quad \varphi_A = 151.02^\circ \quad \rightarrow \quad M = \frac{M_B}{M_A} = 1.6158, \quad \varphi = 28.98^\circ$$

La rete correttiva che si ottiene utilizzando le formule di inversione è la seguente:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi} = 0.2731, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi} = 0.09432 \quad \rightarrow \quad C(s) = \frac{1 + 0.2731 s}{1 + 0.09432 s}$$

La regione ammissibile è mostrata in grigio in Fig. 9.

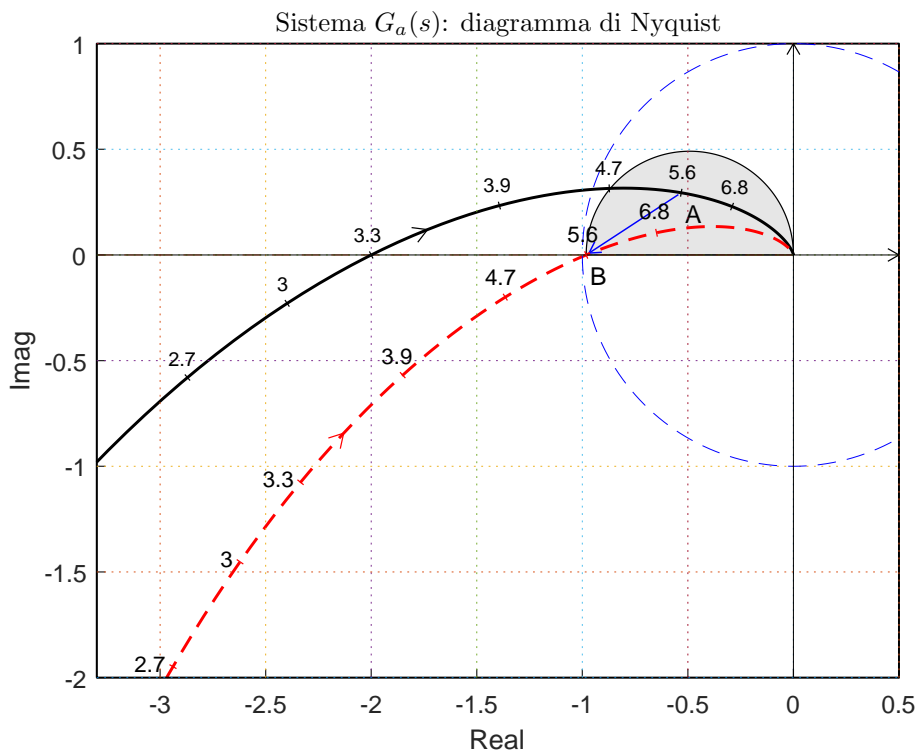


Figura 9: Diagrammi di Nyquist delle funzioni $G(s)$ e $C(s)G(s)$.

e) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare il seguente regolatore tempo-continuo:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s + 3)}{(s + 1)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.

Soluzione. Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare si ottiene:

$$D(z) = \frac{(s+3)}{(s+1)} \Big|_{s=\frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})}} = \frac{3T+2+(3T-2)z^{-1}}{T+2+(T-2)z^{-1}}$$

Sostituendo $T = 0.1$ si ottiene:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{2.3 - 1.7 z^{-1}}{2.1 - 1.9 z^{-1}}$$

La corrispondente equazione alle differenze ha la forma seguente:

$$m_k = \frac{1}{2.1} [1.9 m_{k-1} + 2.3 e_k - 1.7 e_{k-1}]$$

cioè:

$$m_k = 0.90476 m_{k-1} + 1.0952 e_k - 0.80952 e_{k-1}.$$

f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta $y(n)$ della seguente equazione alle differenze:

$$y(n+1) = -0.4 y(n) + 7 x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario $x(n) = 1$.

Soluzione. L'equazione alle differenze genera la seguente funzione di trasferimento discreta $G(z)$:

$$y(n+1) + 0.4 y(n) = 7 x(n) \quad \leftrightarrow \quad G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{7}{z+0.4}.$$

La \mathcal{Z} -trasformata del segnale di ingresso $x(n) = 1$ è:

$$X(z) = \frac{z}{z-1}.$$

La \mathcal{Z} -trasformata $Y(z)$ del segnale di uscita è quindi la seguente:

$$Y(z) = G(z)X(z) = \frac{7z}{(z+0.4)(z-1)}.$$

Utilizzando il metodo della scomposizione in fratti semplici si ricava:

$$Y(z) = z \left[\frac{7}{(z-1)(z+0.4)} \right] = z \left[\frac{5}{(z-1)} - \frac{5}{(z+0.4)} \right]$$

e quindi:

$$Y(z) = \frac{5z}{(z-1)} - \frac{5z}{(z+0.4)} \quad \rightarrow \quad y(n) = 5 [1 - (-0.4)^n].$$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere la funzione $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$y_n + 3y_{n-1} + 5y_{n-2} + 2y_{n-3} = 4x_{n-1} + 6x_{n-2} + x_{n-3} \quad \rightarrow \quad G(z) = \frac{4z^{-1} + 6z^{-2} + z^{-3}}{1 + 3z^{-1} + 5z^{-2} + 2z^{-3}}$$

2. Calcolare la \mathcal{Z} -trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = kT$:

$$x(t) = 3t \quad \rightarrow \quad X(z) = \frac{3Tz}{(z-1)^2} \qquad x(t) = 2a^{-3t} \quad \rightarrow \quad X(z) = \frac{2z}{(z-a^{-3T})}$$

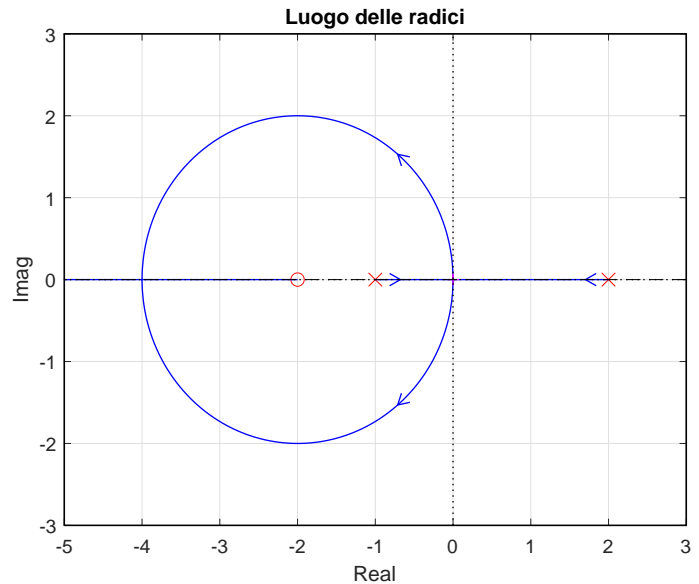
3. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{(s+2)}{(s+1)(s-2)}$, posto in retroazione negativa, al variare del parametro $K > 0$. Calcolare:

- 1) Il valore K_a corrispondente alla condizione di minimo tempo di assestamento del sistema retroazionato:

$$K_a = - \left. \frac{1}{G(s)} \right|_{s=-4} = 9$$

- 2) Il valore limite K^* dell'intervallo di stabilità $K > K^*$ del sistema retroazionato:

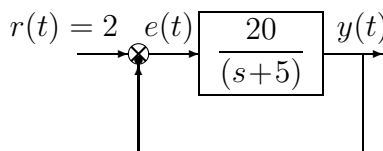
$$K^* = - \left. \frac{1}{G(s)} \right|_{s=0} = 1$$



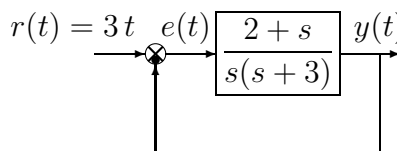
4. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{k \rightarrow 0} y(k)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} y(k)$ del segnale $y(k)$ corrispondente alla seguente funzione $Y(z)$:

$$Y(z) = \frac{z(1+4z)}{(z-1)(z+0.5)} \quad \rightarrow \quad y_0 = 4, \quad y_\infty = 3.3333$$

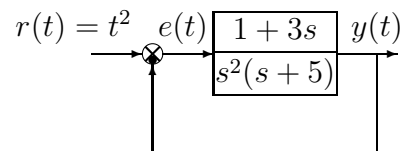
5. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



$$e(\infty) = \frac{2}{5} = 0.4$$



$$e(\infty) = \frac{9}{2} = 4.5$$



$$e(\infty) = 10$$

6. Un sistema in retroazione negativa avente $G(s)$ sul ramo diretto, $H(s)$ sul ramo di retroazione ed avente un elevato guadagno di anello, risulta poco sensibile

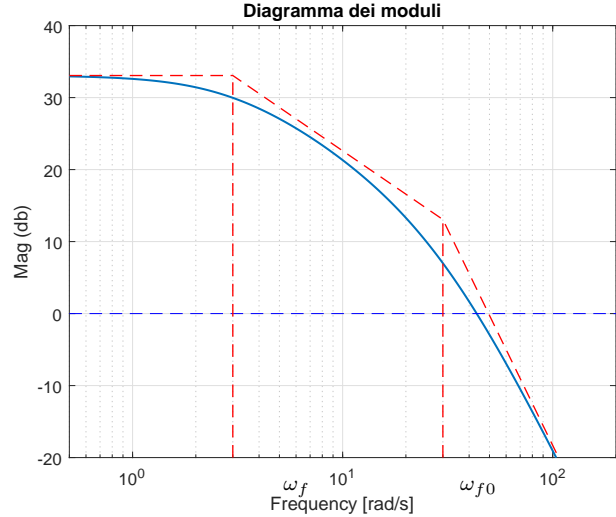
- ai disturbi additivi agenti sul sistema
- alle variazioni parametriche di $H(s)$
- alle variazioni parametriche di $G(s)$

7. Fornire una stima della larghezza di banda ω_f e del tempo di salita t_r del sistema $G_1(s)$ di cui a fianco è riportato il diagramma di Bode dei moduli:

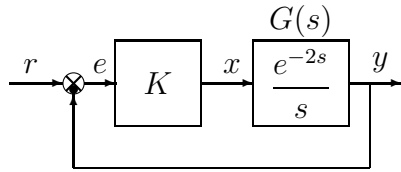
$$\omega_f \simeq 3 \quad t_r \simeq \frac{1}{\omega_f} = 0.33 \text{ s}$$

Fornire inoltre una stima della larghezza di banda ω_{f0} e del tempo di salita t_{r0} del corrispondente sistema retroazionato:

$$\omega_{f0} \simeq 43 \quad t_{r0} \simeq \frac{1}{\omega_{f0}} = 0.0233 \text{ s}$$



8. Sia dato il seguente sistema retroazionato. Per quale valore di K il sistema retroazionato è stabile con un margina di fase $M_\varphi = 60^\circ$?



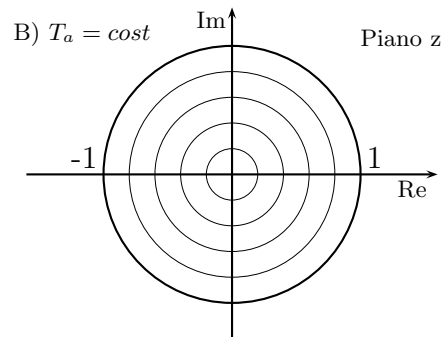
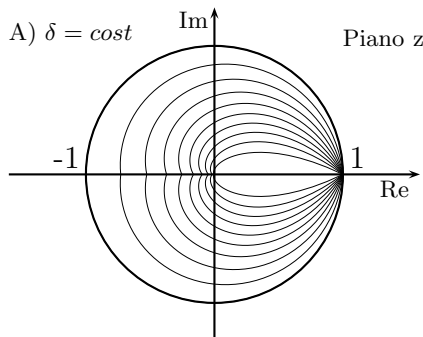
$$K = \frac{1}{t_0} \left(\frac{\pi}{2} - M_\varphi \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\pi}{12} = 0.2618$$

9. Fornire l'enunciato del Teorema del baricentro: ... *La somma dei poli del sistema ottenuto chiudendo in retroazione un sistema dinamico descritto da una funzione di trasferimento $G(s)$ razionale fratta con polinomio a denominatore di grado superiore di almeno due a quello del polinomio a numeratore è indipendente dal valore del guadagno statico di anello e dalle posizioni degli zeri ed è uguale alla somma dei poli del sistema ad anello aperto.*

10. Calcolare la soluzione $y(n)$ della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale $y(0) = 2$:

$$y(n+1) + 0.6y(n) = 0 \quad \rightarrow \quad y(n) = 2(-0.6)^n.$$

11. Tracciare qualitativamente sul piano z : A) i luoghi a coefficiente di smorzamento δ costante; B) i luoghi a decadimento esponenziale costante:



12. Tipicamente, quali delle seguenti reti correttive è bene utilizzare se si vuole stabilizzare in retroazione un sistema caratterizzato da un margine di fase fortemente negativo?

- una rete anticipatrice; una rete ritardatrice;
 un regolatore PD; un regolatore PI;

13. Il sistema dinamico discreto $G(z) = \frac{1}{z(z+2)}$

- è asintoticamente stabile è semplicemente stabile è instabile