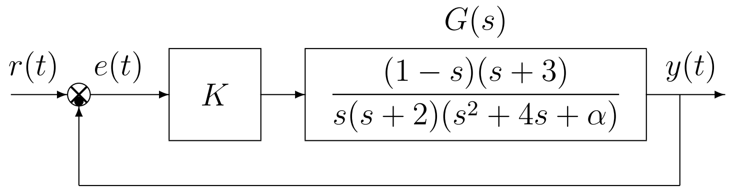
Controlli Automatici B
7 Giugno 2022 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



a.1) Posto $\alpha = 8$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato nei seguenti due casi: $K > 0$ e $K < 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

Sol. Posto $\alpha = 8$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + K_1\, G(s) = 0 \qquad \leftrightarrow \qquad 1 + \frac{(-K)\,(s-1)(s+3)}{s(s+2)(s^2+4s+8)} = 0$$

dove $K_1 = -K$. L'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema $G(s)$ per $K > 0$ ($K_1 < 0$) é mostrato in Fig. 1.

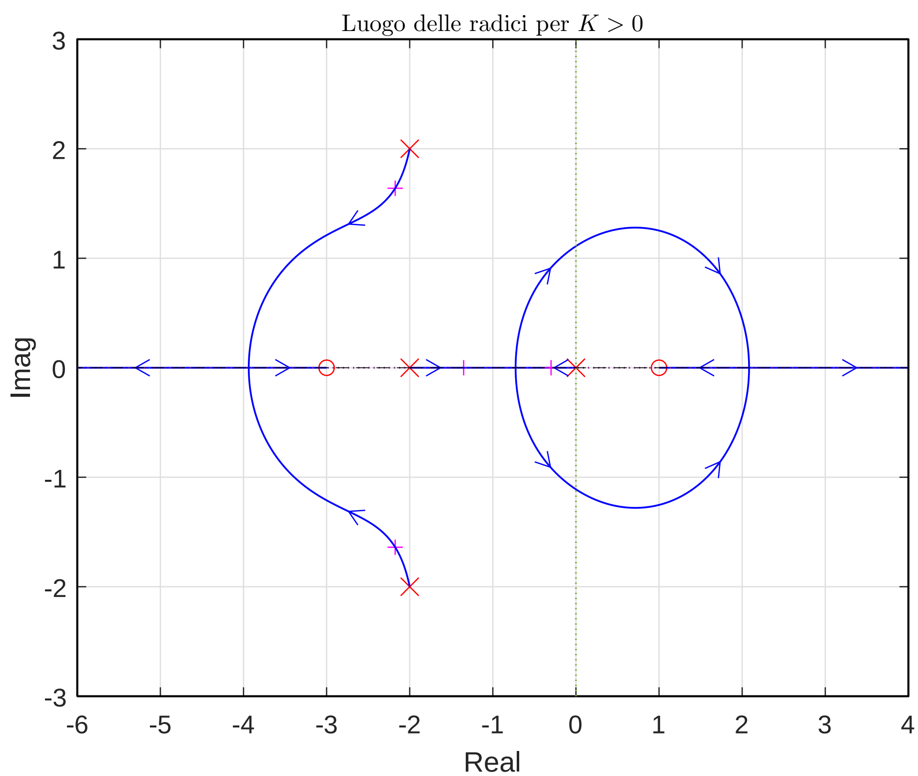


Figura 1: Luogo delle radici del sistema $G(s)$ per $K > 0$ ($K_1 < 0$).

L'andamento qualitativo del luogo delle radici per $K < 0$ ($K_1 > 0$) é mostrato in Fig. 2.
Il luogo delle radici ha due asintoti. Il centro degli asintoti è:

$$\sigma_a = \frac{1}{2}\,(-2-2-2+3-1) = -\frac{4}{2} = -2.$$

a.2) Posto $K = 64$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\alpha > 0$. Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando $K = 64$ e $\alpha = 0$ è: $p_1 \simeq -10.1$, $p_2 \simeq -2.9$, $p_3 \simeq 1$, e $p_4 \simeq 6$. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

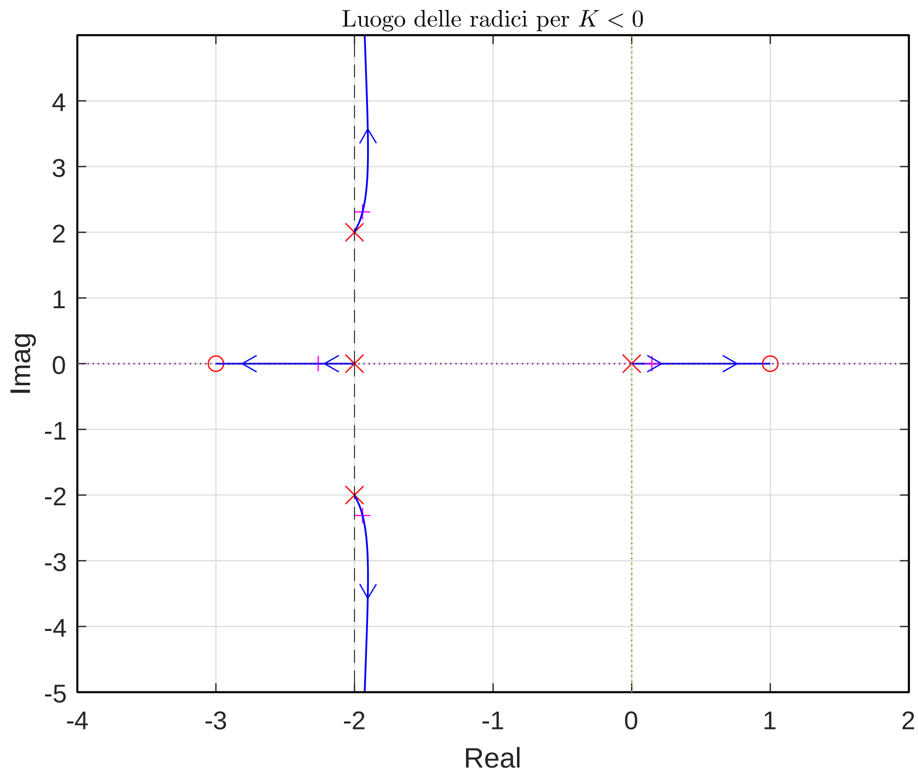


Figura 2: Luogo delle radici del sistema $G_1(s)$ per $K < 0$ $(K_1 > 0)$.

Soluzione. Posto $K = 64$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è la seguente:

$$s(s+2)(s^2+4s+\alpha) - K\,(s-1)(s+3) = 0 \qquad \rightarrow \qquad 1+\frac{\alpha\, s(s+2)}{s^2(s+2)(s+4) -\ K\,(s-1)(s+3)} = 0$$

I poli della funzione $G_2(s)$ sono quelli indicati nel testo dell'esercizio:

$$1 + \frac{\alpha\, s(s+2)}{(s+10.1)(s+2.9)(s-1)(s-6)} = 0 \qquad \leftrightarrow \qquad 1 + \alpha\, G_2(s) = 0$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $\alpha > 0$ è mostrato in Fig. 3.

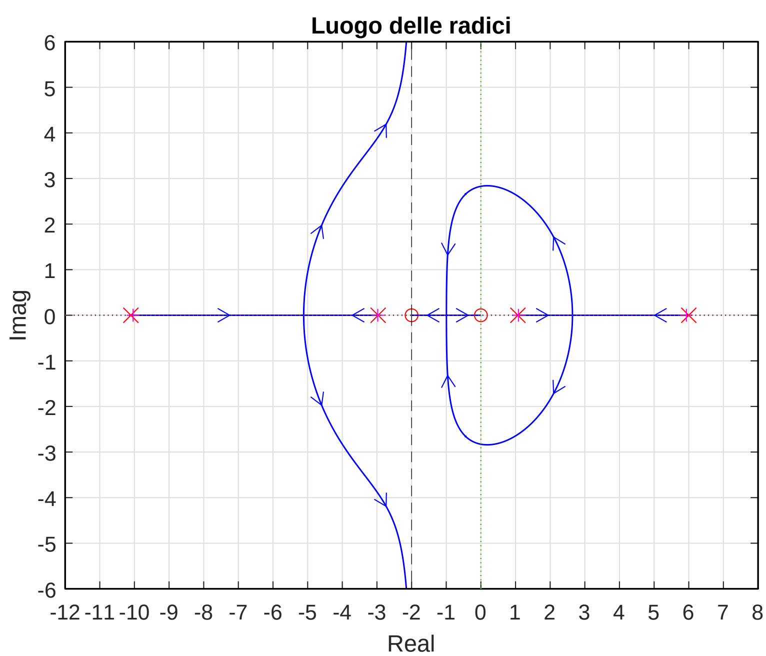


Figura 3: Contorno delle radici del sistema $G_2(s)$ al variare del parametro $\alpha > 0$.

Il contorno delle radici ha due asintoti. Il centro degli asintoti σ_a è il seguente:

$$\sigma_a = \frac{1}{2}\,(-10.1 - 2.9 + 1 + 6 + 2) = -2$$

a.3) Sia data la seguente funzione di trasferimento che descrive la dinamica di un sistema fisico al variare di un parametro β:

$$G(s) = \frac{(s+5)}{s^3 + 8s^2 + (\beta + 7)\, s + 2\,\beta}$$

Utilizzando la metodologia del contorno delle radici mostrare come si spostano sul piano complesso i poli della funzione $G(s)$ al variare del parametro $\beta > 0$. Calcolare il valore β^* di β in corrispondenza del quale si ha il minimo tempo di assistamento della risposta al gradino del sistema $G(s)$. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

Sol. I poli della funzione $G(s)$ sono le soluzioni della seguente equazione:

$$s^3 + 8s^2 + (\beta + 7)\, s + 2\,\beta = 0$$

che puó essere riscritta nel seguente modo $1 + \beta\, G_1(s) = 0$:

$$s^3 + 8s^2 + (\beta + 7)\, s + 2\,\beta = 0 \qquad \rightarrow \qquad 1 + \beta\, \frac{(s+2)}{s^3 + 8s^2 + 7\, s} = 0$$

Mettendo in evidenza i poli e gli zeri della funzione $G_1(s)$ si ottiene:

$$1 + \beta\, \frac{(s+2)}{s(s+1)(s+7)} = 0$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $\beta > 0$ è mostrato in Fig. 4. Nel contorno

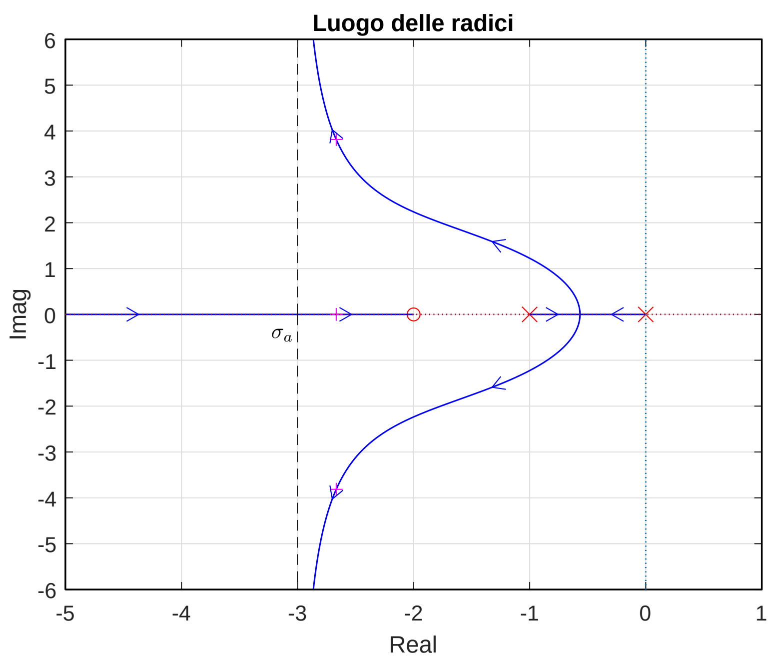


Figura 4: Luogo delle radici del sistema $G_1(s)$ al variare del parametro $\beta > 0$.

delle radici sono presenti due asintoti verticali. Il centro degli asintoti σ_a è il seguente:

$$\sigma_a = \frac{1}{2}\,(-1 - 7 + 2) = -3$$

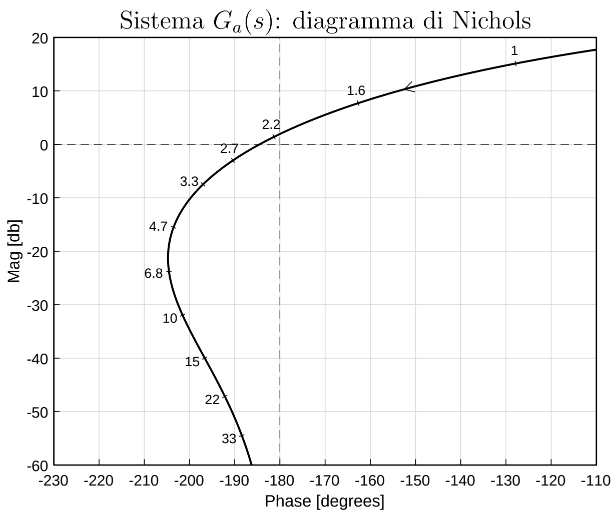
La condizione di minimo tempo di assestamento della risposta al gradino del sistema $G(s)$ si ha quando i tri poli del sistema sono allineati. Tale condizione di allineamento si determina applicando il teorema del baricentro:

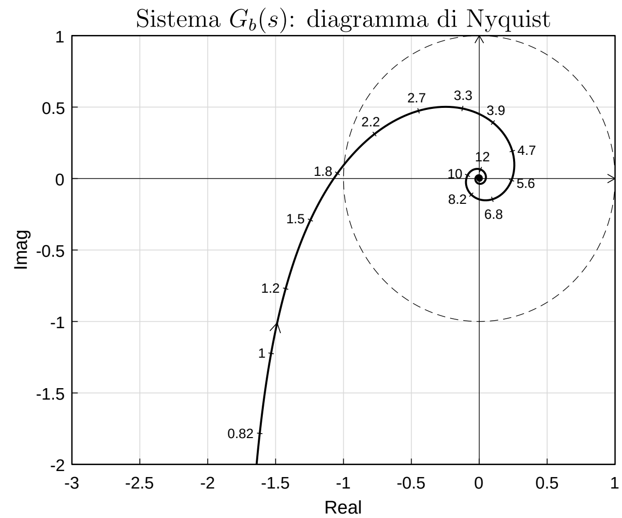
$$3\,\sigma_0 = \sum_{i=1}^{3} p_i = -8 \qquad \rightarrow \qquad \sigma_0 = -\frac{8}{3} = -2.666$$

Il valore β^* a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento i determina nel seguente modo:

$$\beta^* = -\frac{1}{G_1(s)} = 28.888.$$

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:





b.1) Per il sistema $G_a(s)$ progettare una rete anticipatrice in modo che la funzione di risposta armonica del sistema compensato passi per il punto $B = (-160°, -10 \text{ db})$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Sol. La posizione del punto B è completamente determinata dalla specifica di progetto $B = M_B\, e^{j\varphi_B}$: $M_B = -10$ db $= 0.3162$ e $\varphi_B = -160°$. La regione di ammissibilitá è mostrata in grigio in Fig. 5. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 15$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 0.01, \qquad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -196.6°.$$

Sostituendo i valori di M, φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 3.441$ e $\tau_2 = 0.086$ della rete correttrice $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 31.59, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = 36.63° \qquad \rightarrow \qquad C_1(s) = \frac{(1 + 3.441\, s)}{(1 + 0.086\, s)}.$$

Il diagramma di Nichols delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 5.

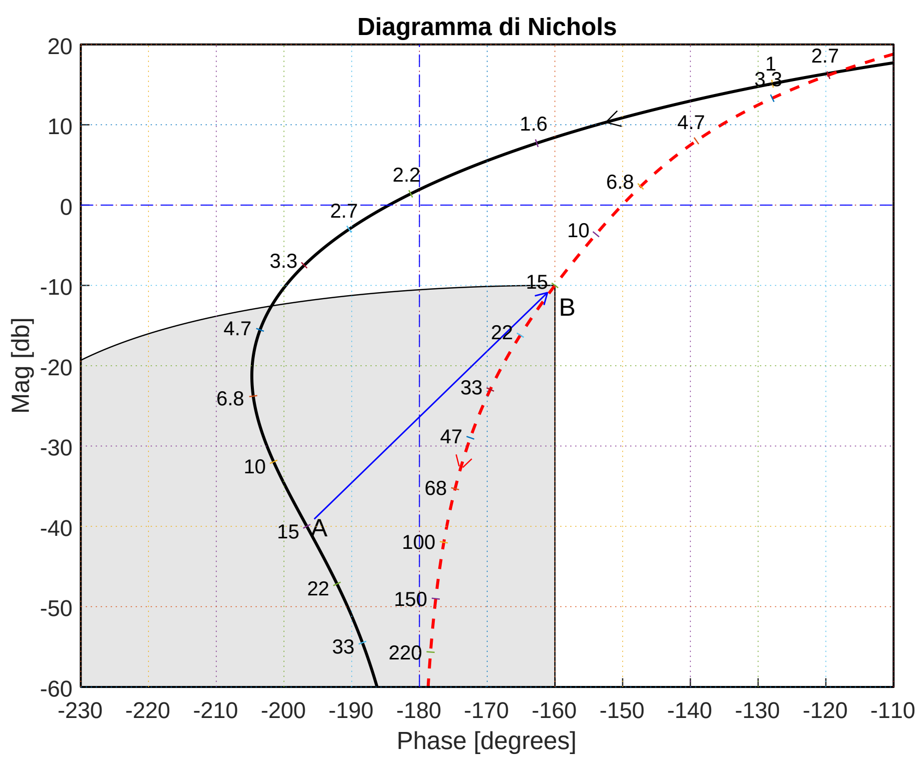


Figura 5: Diagrammi di Nichols delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)\,G_a(s)$.

Sintesi della rete correttrice $C_1(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A:

$$
\begin{array}{rl}
\omega_A = & [\;4.7 \quad 6.8 \quad 10 \quad 15 \quad 22 \quad 33\;] \\
M_A = & [\;0.1673 \quad 0.0646 \quad 0.0252 \quad 0.0100 \quad 0.0043 \quad 0.0018\;] \\
\varphi_A = & [\;156.5 \quad 155.5 \quad 158.5 \quad 163.4 \quad 167.8 \quad 171.6\;] \\
M = & [\;1.891 \quad 4.889 \quad 12.53 \quad 31.6 \quad 72.14 \quad 167.6\;] \\
\varphi = & [\;43.53 \quad 44.54 \quad 41.53 \quad 36.63 \quad 32.18 \quad 28.42\;] \\
\tau_1 = & [\;0.3601 \quad 0.8756 \quad 1.777 \quad 3.441 \quad 6.085 \quad 10.61\;] \\
\tau_2 = & [\;0.0605 \quad 0.1066 \quad 0.1009 \quad 0.0861 \quad 0.0710 \quad 0.0556\;]
\end{array}
$$

b.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete ritardatrice in grado da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 4$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Sol. La specifica sul margine di ampiezza $M_\alpha = 4$ definisce completamente la posizione del punto $B = M_B\, e^{j\varphi_B}$: $M_B = 0.25$ e $\varphi_B = 180°$. La regione ammissibile è mostrata in grigio in Fig. 6. Il punto $A = G_b(j\omega_A)$ scelto per la sintesi della rete correttrice è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 1.2$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 1.277, \qquad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = 193.1°.$$

Sostituendo i valori di M, φ e $\omega = \omega_A$ all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 2.28$ e $\tau_2 = 12.12$ della rete correttrice $C(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.196, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -13.14° \qquad \rightarrow \qquad C_2(s) = \frac{(1 + 2.28\, s)}{(1 + 12.12\, s)}.$$

Il diagramma di Nyquist delle funzioni $G_b(s)$ e $C_2(s)G_b(s)$ sono mostrati in Fig. 6.

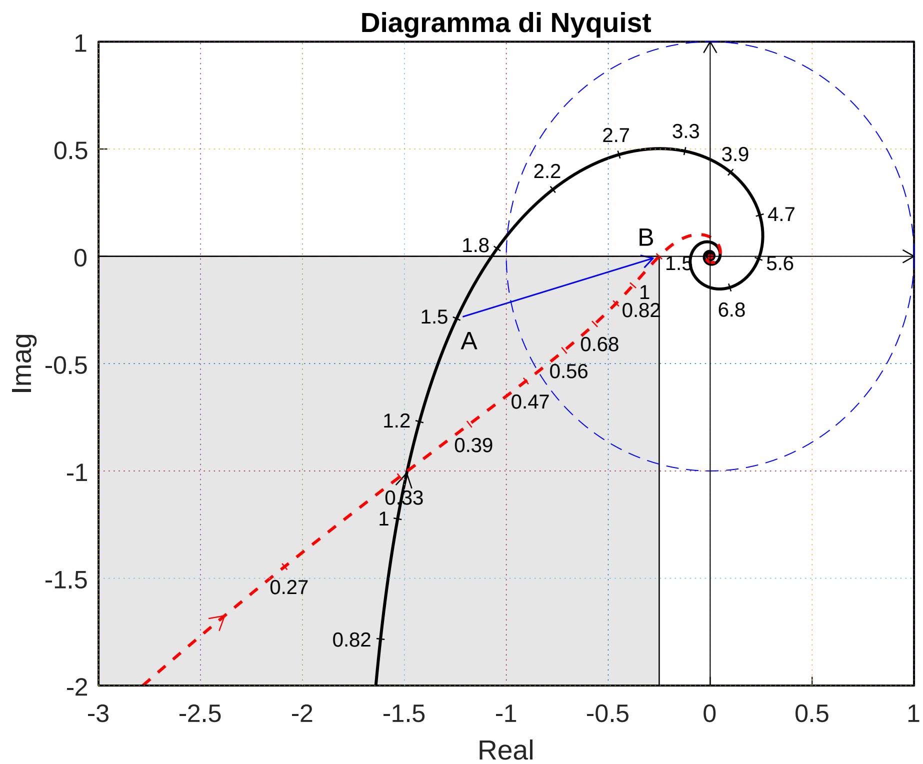
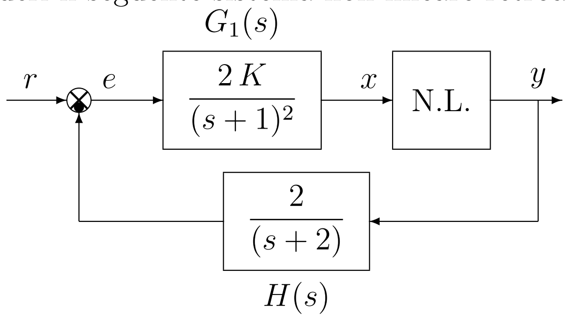


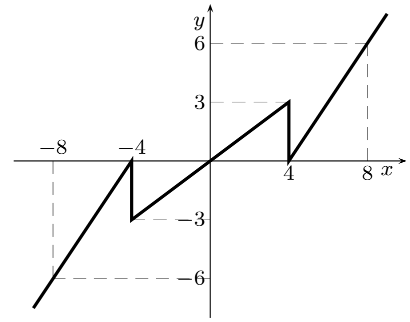
Figura 6: Diagrammi di Nyquisty delle funzioni $G_b(s)$ e $C_2(s)\, G_b(s)$.

Sintesi della rete correttrice $C_2(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A:

$$
\begin{array}{rl}
\omega_A = & [\;0.82 \quad 1 \quad 1.2 \quad 1.5\;] \\
M_A = & [\;2.407 \quad 1.961 \quad 1.621 \quad 1.277\;] \\
\varphi_A = & [\;-132.2 \quad -141.4 \quad -151.6 \quad -166.9\;] \\
M = & [\;0.1039 \quad 0.1275 \quad 0.1543 \quad 0.1958\;] \\
\varphi = & [\;-47.8 \quad -38.58 \quad -28.38 \quad -13.14\;] \\
\tau_1 = & [\;0.9348 \quad 1.049 \quad 1.272 \quad 2.282\;] \\
\tau_2 = & [\;14.74 \quad 11.33 \quad 9.824 \quad 12.12\;]
\end{array}
$$

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





c.1) Posto $K = 1$, determinare per quale valore r^* dell'ingresso r il punto di lavoro del sistema retroazionato é posizionato in $(x_1, y_1) = (8, 6)$.

Soluzione. I guadagni statici delle funzioni $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $H(s)$ sono: $K_1 = 2$, $K_2 = 1$ e $K_3 = 1$. La retta di carico della parte lineare del sistema è:

$$x = K_1(r - K_2 K_3 y) = 2(r - y) \quad \rightarrow \quad r = \frac{x}{2} + y \quad \rightarrow \quad r^* = \frac{8}{2} + 6 = 10.$$

c.2) Posto $K = 1$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto $(x_1, y_1) = (8, 6)$.

Soluzione. Le pendenze α e β delle due rette che centrate nel punto $(x_1, y_1) = (8, 6)$

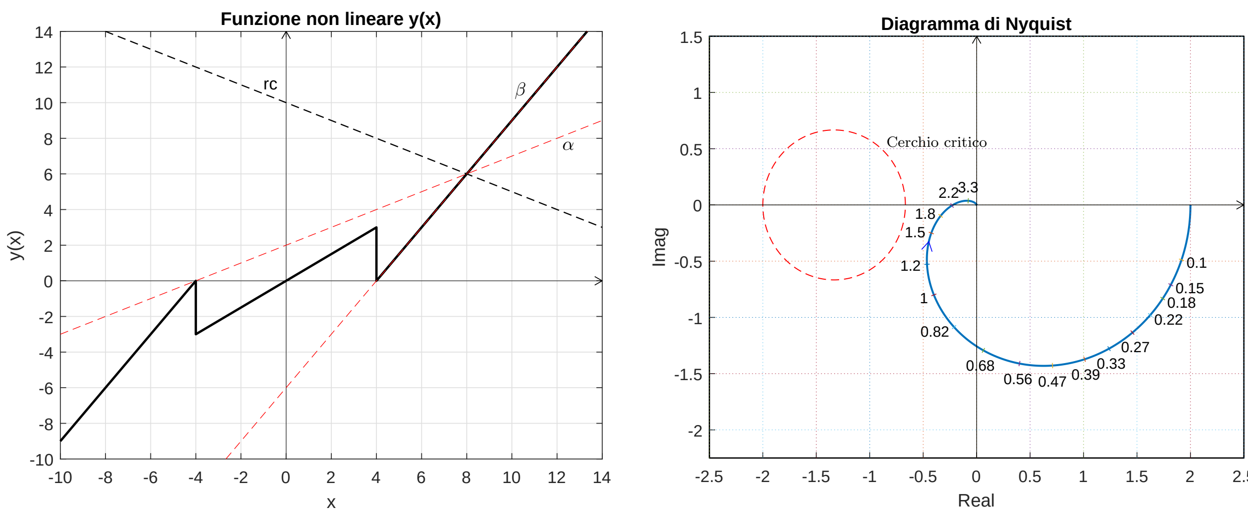


Figura 7: Settore che racchiude la non linearitá e cerchio critico.

racchiudono a settore tutta la non linearità sono le seguenti:

$$\alpha = \frac{6}{12} = 0.5, \qquad \beta = \frac{6}{4} = 1.5.$$

Il cerchio critico interseca il semiasse reale negativo nei punti:

$$-\frac{1}{\alpha} = -2, \qquad -\frac{1}{\beta} = -\frac{2}{3} = 0.666$$

Per $K = 1$, il guadagno d'anello del sistema è:

$$G(s) = G_1(s)\, H(s) = \frac{4}{(s+1)^2(s+2)}$$

L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + \frac{4K}{(s+1)^2(s+2)} = 0 \qquad \rightarrow \qquad s^3 + 4s^2 + 5s + 2 + 4K = 0$$

La tabella di Routh ha la seguente struttura:

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 2+4\,K \\ 1 & 20-2-4\,K & \\ 0 & 2+4\,K & \end{array}$$

Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$-0.5 < K < K^* = \frac{18}{4} = 4.5$$

La pulsazione ω^* corrispondente al valore limite K^* è:

$$\omega^* = \sqrt{5} = 2.236.$$

Il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ non interseca il cerchio critico e quindi, in base al criterio del cerchio, si può affermare che il sistema retroazionato è asintoticamente stabile nell'intorno del punto di lavoro $(x_1, y_1) = (8, 6)$.

c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto $(0, 0)$. Utilizzare le variabili m_1, m_2, ... per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione $F(X)$.

Soluzione. L'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ è mostrato in Fig. 8. Indichiamo con m_0 il valore iniziale della funzione $F(X)$ per $0 < X < 4$: $m_0 = \frac{3}{4} = 0.75$. Indichiamo inoltre con $m_1 = 0.368$ il minimo locale che si ha nell'intorno di $X \simeq 4.9$ e con m_2 il valore finale a cui tende la funzione $F(X)$ per $X \to \infty$: $m_2 = F(X)|_{X\to\infty} = 1.5$.

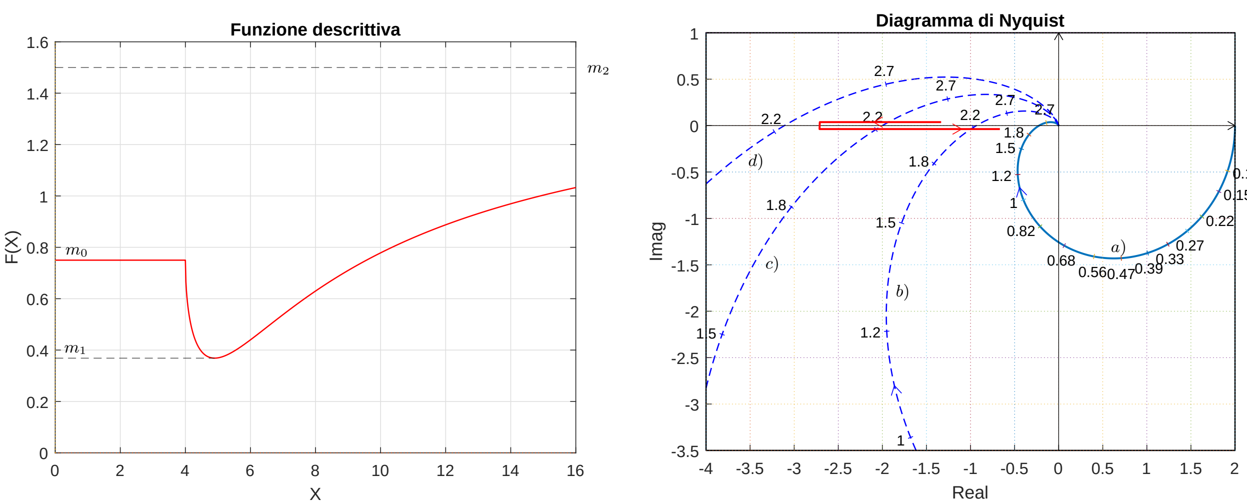


Figura 8: Funzione descrittiva $F(X)$ e discussione grafica.

c.4) Discutere "qualitativamente", in funzione dei parametri m_1, m_2 ..., l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

Soluzione. Per $K = 1$, il margine di ampiezza K_1^* del sistema $G_1(s)$ è $K_1^* = 4.5$. Per $K \neq 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $K\,G_1(s)$ è $K^* = \frac{K_1^*}{K}$. Al variare di K^* si possono avere le seguenti condizioni dinamiche per sistema retroazionato:

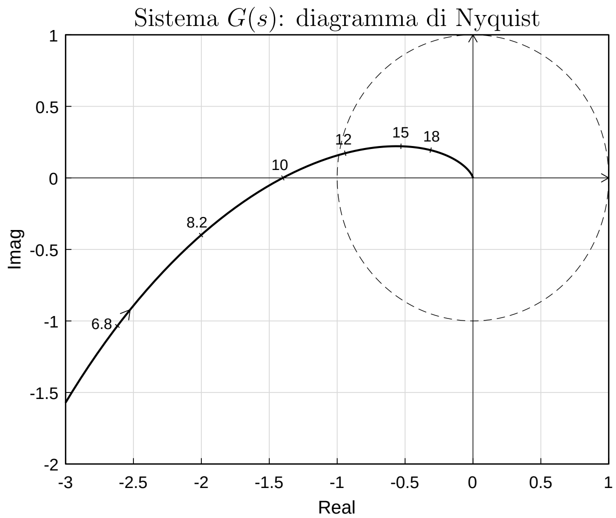
a) Per $K^* > m_2$ il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ non interseca la funzione $-1/F(X)$. La funzione $-1/F(X)$ é tutta esterna al diagramma polare completo per cui il sistema retroazionato é stabile.

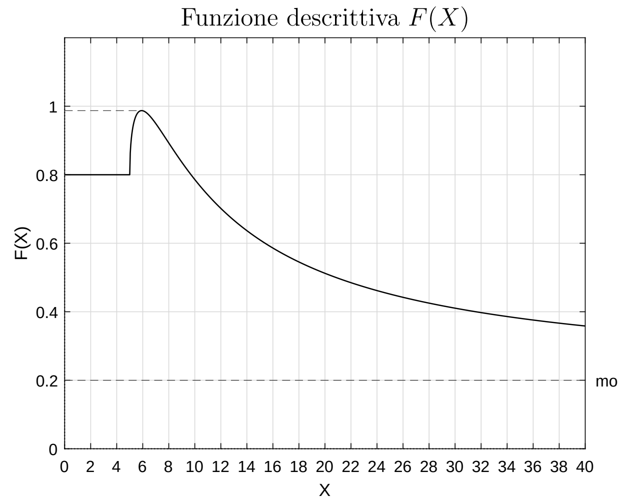
b) Per $m_0 < K^* < m_2$ il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in un solo punto a cui corrisponde un ciclo limite instabile.

c) Per $m_1 < K^* < m_0$, il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in due punti a cui corrispondono un ciclo limite stabile (quello uscente) e un ciclo limite instabile (quello entrante).

d) Per $K^* < m_1$, la funzione $-1/F(X)$ è tutta interna al diagramma polare completo della funzione $G(s)$ per cui non vi sono cicli limite e il sistema retroazionato è instabile.

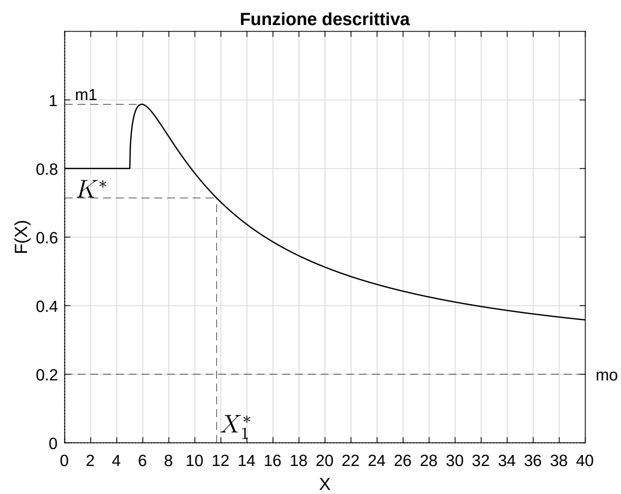
d) Dato il diagramma di Nyquist di un sistema $G(s)$ posto in retroazione negativa su di una non linearità $y = y(x)$ di cui viene fornita la funzione descrittiva $F(X)$.





d.1) Nei limiti della precisione dei grafici forniti, determinare l'ampiezza X^* e la pulsazione ω^* del ciclo limite presente all'interno del sistema retroazionato.

Sol. Dal diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ si ricava (in modo approssimato) il margine di ampiezza $K^* \simeq \frac{1}{1.4} = 0.714$ e la pulsazione $\omega^* \simeq 10$.



Utilizzando la funzione descrittiva $F(X)$ che è stata fornita ed imponendo $F(X^*) = K^*$ si ricava:

$$X_1^* \simeq 11.67.$$

d.2) Progettare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete correttrice $C(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ da mettere in cascata al sistema $G(s)$ in modo che nel sistema retroazionato sia presente un ciclo limite stabile di ampiezza $X^* = 32$ in corrispondenza della pulsazione $\omega^* = 15$.

Sol. Nel sistema retroazionato sarà presente un ciclo limite stabile di ampiezza $X^* = 32$ solo se il margine di ampiezza $\bar{K}^*$ del sistema compensato $C(s)G(s)$ ha il valore $\bar{K}^* \simeq 0.4$ che si ricava dalla $F(X)$ in corrispondenza del valore $X^* = 32$. Il sistema compensato dovrà quindi passare per il punto $B = -\frac{1}{\bar{K}^*} = -2.5$:

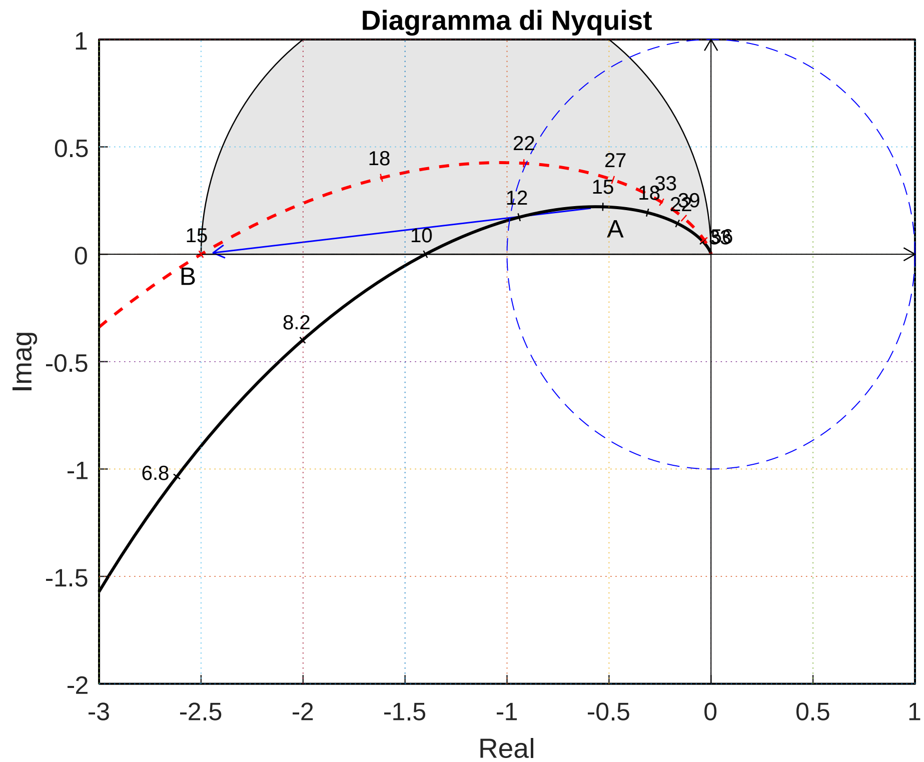
$$M_B = 2.5, \qquad \varphi_B = 180^o$$

Un punto A che deve essere portato in B è quello caratterizzato dalla pulsazione $\omega = 15$:

$$M_A = 0.574, \quad \varphi_A = 157.4^o \qquad \longrightarrow \qquad M = \frac{M_B}{M_A} = 4.35, \qquad \varphi = 22.6^o$$

La rete ritardatrice che si ottiene utilizzando le formule di inversione è la seguente:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos\varphi}{\omega\,\sin\varphi} = 0.5945, \qquad \tau_2 = \frac{\cos\varphi - \frac{1}{M}}{\omega\,\sin\varphi} = 0.1202 \qquad \to \qquad C(s) = \frac{1 + 0.5945\,s}{1 + 0.1202\,s}$$



e) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare la seguente rete correttrice

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+2)}{s(s+4)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.2$.

Sol. Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro si ottiene:

$$D(z) = \left.\frac{(s+2)}{s(s+4)}\right|_{s=\frac{(1-z^{-1})}{T}} = \frac{T(1 + 2T - z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + 4T - z^{-1})}$$

Per $T = 0.2$ si ha:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{0.2(1.4 - z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1.8 - z^{-1})} = \frac{0.28 - 0.2\,z^{-1}}{1.8 - 2.8\,z^{-1} + z^{-2}}$$

La corrispondente equazione alle differenze assume la forma seguente:

$$m(k) = \frac{1}{1.8}[2.8\,m(k-1) - m(k-2) + 0.28\,e(k) - 0.2\,e(k-1)]$$

cioè:

$$m(k) = 1.5556\,m(k-1) - 0.5556\,m(k-2) + 0.1556\,e(k) - 0.1111\,e(k-1)]$$

f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta $y(n)$ della seguente equazione alle differenze

$$y(n+1) = 0.4\,y(n) + 2\,x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario $x(n) = 1$.

Soluzione. L'equazione alle differenze genera la seguente funzione discreta $G(z)$:

$$y(n+1) = 0.4\,y(n) + 2\,x(n) \qquad \leftrightarrow \qquad G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2}{z - 0.4}.$$

La $\mathcal{Z}$-trasformata del segnale di ingresso $x(n) = 1$ è:

$$X(z) = \frac{z}{z-1}.$$

La $\mathcal{Z}$-trasformata $Y(z)$ del segnale di uscita è quindi la seguente:

$$Y(z) = G(z)X(z) = \frac{2}{(z-0.4)(z-1)}.$$

Mediante il metodo della scomposizione in fratti semplici si ricava:

$$\frac{Y(z)}{z} = \frac{2}{(z-1)(z-0.4)} = \frac{3.333}{(z-1)} - \frac{3.333}{(z-0.4)}$$

e quindi:

$$Y(z) = \frac{3.333\,z}{(z-1)} - \frac{3.333\,z}{(z-0.4)} \qquad \rightarrow \qquad y(n) = 3.333[1 - 0.4^n].$$

Controlli Automatici B

7 Giugno 2022 - Domande Teoriche

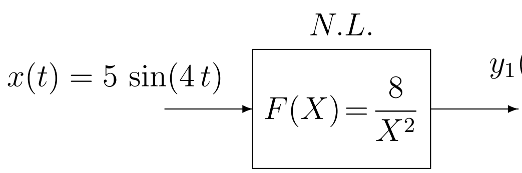
Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere la funzione di trasferimento discreta $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$6\,y_{k+2} + 4\,y_{k+1} + 5\,y_k + 3\,y_{k-1} = 2\,x_{k+1} + x_{k-1} \qquad \rightarrow \qquad G(z) = \frac{2\,z + z^{-1}}{6\,z^2 + 4\,z + 5 + 3\,z^{-1}}$$

2. Sia $x(t) = 5\sin(4\,t)$ un segnale periodico posto in ingresso ad un elemento non lineare N.L. caratterizzato da una funzione descrittiva $F(X) = \frac{8}{X^2}$. Indicare qual è l'andamento temporale $y_1(t)$ della fondamentale del segnale periodico che si ha all'uscita del blocco non lineare:

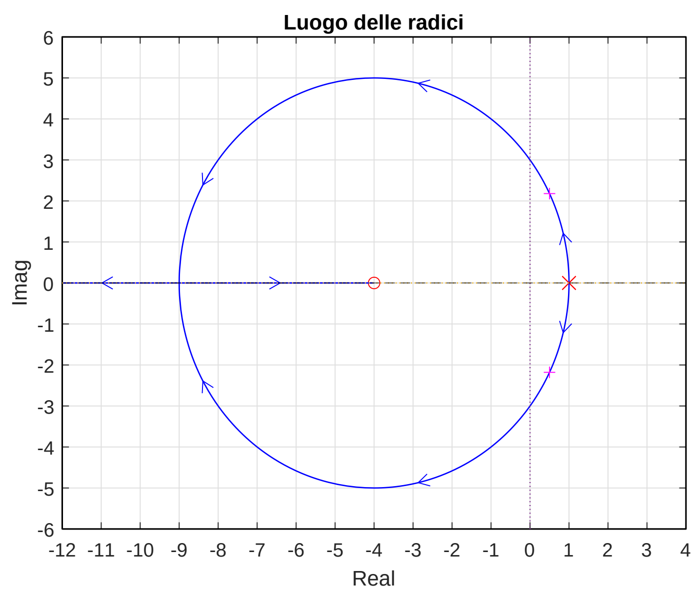


$$y_1(t) = \frac{8}{5}\,\sin(4\,t) = 1.6\,\sin(4\,t)$$

3. Posto $T = 0.4$ e utilizzando la corrispondenza tra piano-s e piano-z, calcolare il tempo di assestamento T_a della risposta impulsiva $g(k)$ del sistema discreto $G(z) = \frac{z}{z-0.6}$:

$$T_a = \left.\frac{3}{|\frac{1}{T}\ln(z)|}\right|_{z=0.6} = \frac{3}{|\frac{1}{0.4}\ln(0.6)|} = 2.3491 \text{ s.}$$

4. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{(s+4)}{(s-1)^2}$ al variare del parametro $K > 0$. Calcolare:



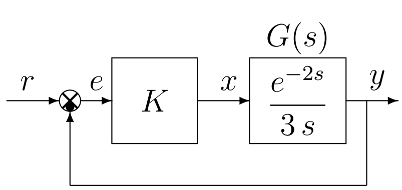
4.1) Il valore K_0 corrispondente alla condizione di minimo tempo di assestamento del sistema retroazionato:

$$K_0 = -\left.\frac{1}{G(s)}\right|_{s=-9} \frac{100}{4} = 20$$

4.2) Per quali valori di K il sistema retroazionato è stabile:

$$K^* = -\left.\frac{1}{G(s)}\right|_{s=3\,j} = 2 < K < \infty$$

5. Sia dato il seguente sistema retroazionato. Per quale valore di K il sistema retroazionato è stabile con un margine di fase $M_\varphi = 60°$?

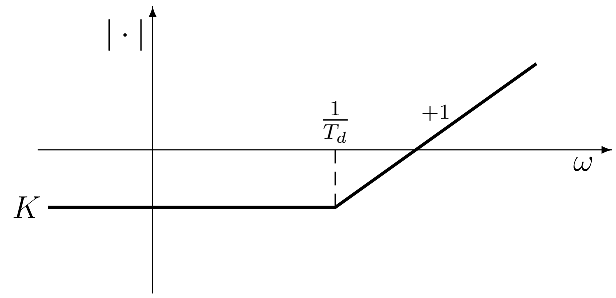


$$K = \frac{3}{t_0}\left(\frac{\pi}{2} - M_\varphi\right) = \frac{\pi}{4} = 0.7854$$

6. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{k\to 0} y(k)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{k\to\infty} y(k)$ del segnale $y(k)$ corrispondente alla seguente funzione $Y(z)$:

$$Y(z) = \frac{z\,(3+z)}{(1-z)(1+2\,z)} \qquad \to \qquad y_0 = -\frac{1}{2}, \qquad y_\infty = -\frac{4}{3}$$

7. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un regolatore standard PD e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli:



$$G(s) = K(1 + T_d s)$$

8. Tipicamente, quali delle seguenti reti correttrici è bene utilizzare se si vuole stabilizzare un sistema in retroazione caratterizzato da un margine di fase fortemente negativo?

⊗ un regolatore PI; ⊗ una rete ritardatrice;
○ un regolatore PD; ○ una rete anticipatrice;

9. Calcolare la soluzione $y(n)$ della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale $y(0) = 5$:

$$3\,y(n+1) + 0.6\,y(n) = 0 \qquad \to \qquad y(n) = 5\,(-0.2)^n.$$

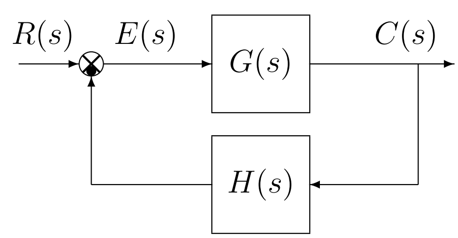
Infatti applicando la $\mathcal{Z}$-trasformata si ha:

$$3\,z[Y(z) - 5] + 0.6\,Y(z) = 0 \qquad \to \qquad Y(z) = 5\,\frac{z}{(z+0.2)}$$

10. Indicare, tra i seguenti sistemi discreti $G(z)$, quelli che tendono a zero "più lentamente":

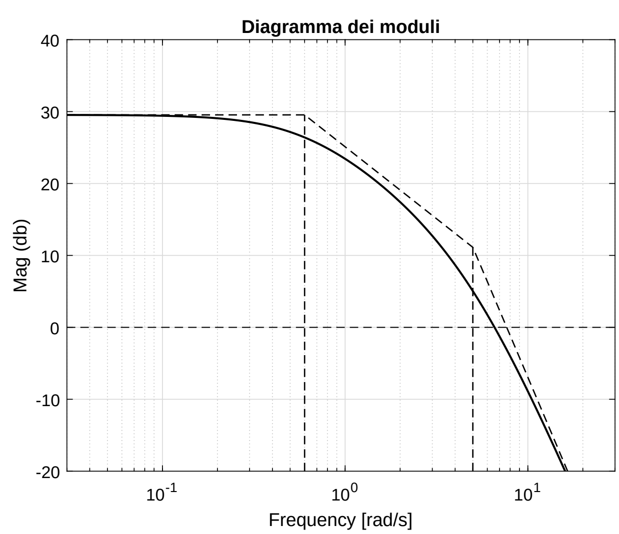
○ $G(z) = \frac{1}{z(z+0.5)}$ ⊗ $G(z) = \frac{1}{z(3z-2)}$ ⊗ $G(z) = \frac{1}{z(3z+2)}$ ○ $G(z) = \frac{1}{z(z-0.3)}$

11. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere il legame che lega la variazione relativa del sistema $G(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro α interno alla funzione di trasferimento $G(s)$:



$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}\;\frac{\Delta G(s)}{G(s)}$$

12. Fornire una stima della larghezza di banda ω_f e del tempo di salita t_r del sistema $G_1(s)$ di cui a fianco è riportato il diagramma di Bode dei moduli:



$$\omega_f \simeq 0.6 \qquad t_r \simeq 1.66$$

Fornire inoltre una stima della larghezza di banda ω_{f0} e del tempo di salita t_{r0} del corrispondente sistema retroazionato:

$$\omega_{f0} \simeq 6.5 \qquad t_{r0} \simeq 0.15$$

13. Sia dato un sistema dinamico non lineare retroazionato (di quelli trattati a lezione) caratterizzato dalla presenza di un solo ciclo limite stabile. Nei limiti della precisione del metodo della funzione descrittiva, é possibile affermare che:

- ○ il sistema é instabile se la condizione iniziale é molto lontana dall'origine;
- ⊗ il sistema tende al ciclo limite anche se la condizione iniziale é vicina all'origine;
- ⊗ il sistema tende al ciclo limite anche se la condizione iniziale é lontana dall'origine;