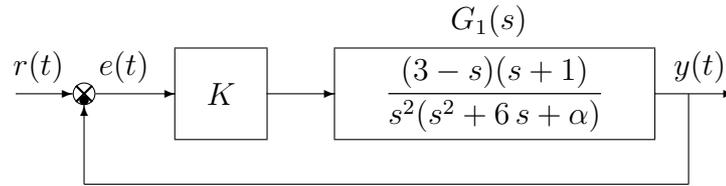


Controlli Automatici B

7 Giugno 2016 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a1) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Posto $\alpha = 81$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro K . Tracciare il luogo delle radici sia per $K > 0$ che per $K < 0$. Determinare la posizione degli asintoti, le intersezioni ω^* con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K^* . Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

Soluzione. Posto $\alpha = 81$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + K_1 G_1(s) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 + (-K) \frac{(s-3)(s+1)}{s^2(s^2 + 6s + 81)} = 0$$

dove $K_1 = -K$. Gli andamenti qualitativi dei luoghi delle radici del sistema $G_1(s)$ al variare di $K_1 < 0$ e di $K_1 > 0$ sono mostrati in Fig. 1. Il luogo delle radici è caratterizzato da due asintoti.

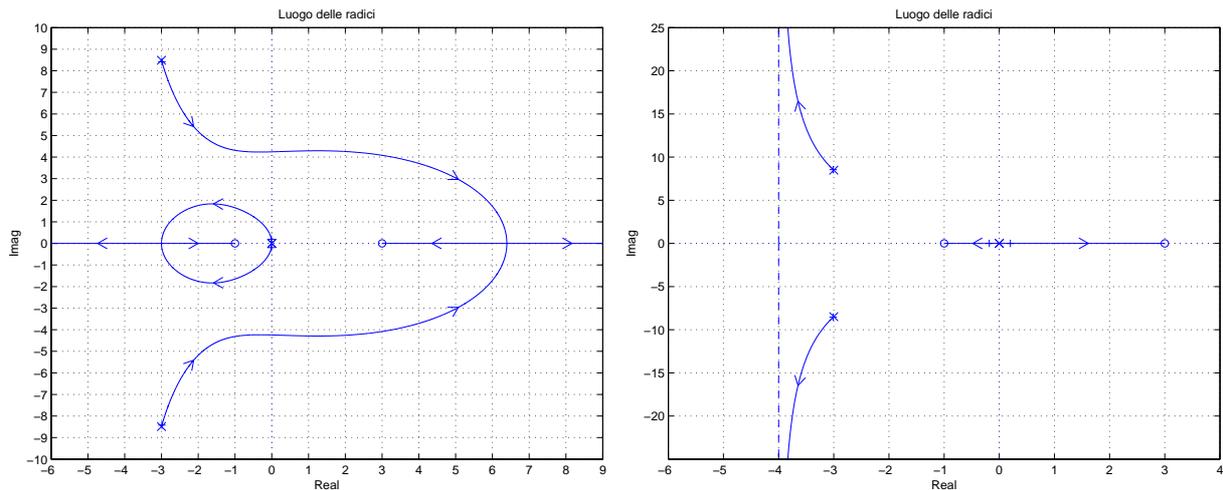


Figura 1: Luoghi delle radici del sistema $G_1(s)$ al variare di $K_1 < 0$ e di $K_1 > 0$.

Per $K > 0$ i due asintoti coincidono con i due semiassi reali (positivo e negativo). Per $K < 0$ i due asintoti sono verticali e si incontrano nel seguente punto σ_a :

$$\sigma_a = \frac{1}{2} (-6 - 3 + 1) = -4.$$

L'intersezione con l'asse immaginario si calcola applicando il criterio di Routh alla seguente equazione caratteristica:

$$1 + \frac{K(3-s)(1+s)}{s^2(s^2 + 6s + 81)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^4 + 6s^3 + (81 - K)s^2 + 2Ks + 3K = 0.$$

La tabella di Routh ha la seguente struttura:

$$\begin{array}{c|ccc} 4 & & 1 & 81 - K & 3K \\ 3 & & 6 & 2K & \\ 2 & & 486 - 8K & 18K & \\ 1 & & 2K(486 - 8K) - 108K & & \\ 0 & & 18K & & \end{array}$$

Dalla riga 2 e dalla riga 0 si ricavano i seguenti vincoli:

$$K < \frac{486}{8} = 60.75, \quad K > 0.$$

Dalla riga 1 si ottiene la seguente disequazione:

$$2(486 - 8K) - 108 > 0 \quad \rightarrow \quad K < \frac{486 - 54}{8} = 54 = K^*.$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$0 < K < K^* = 54.$$

La pulsazione ω^* corrispondente al valore limite K^* è:

$$\omega^* = \sqrt{\frac{K^*}{3}} = \sqrt{18} = 4.2426.$$

a.2) Posto $K = 50$ nel sistema retroazionato sopra definito, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\alpha > 0$. Nella graficazione del contorno si tenga conto che per $\alpha = 0$ i poli del contorno sono posizionati in $p_{1,2} \simeq 3 \pm 2j$, $p_3 \simeq -1$ e $p_4 \simeq -11$ e che il sistema retroazionato è stabile per $\alpha > \alpha^*$. Il calcolo di α^* non è necessario. Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

Sol. Posto $K = 50$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è la seguente:

$$1 + \frac{50(3-s)(s+1)}{s^2(s^2+6s+\alpha)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^2(s^2+6s+\alpha) + 50(3-s)(s+1) = 0$$

da cui si ricava l'equazione caratteristica $1 + \alpha G_2(s) = 0$:

$$s^3(s+6) + 50(3-s)(s+1) + \alpha s^2 = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{\alpha s^2}{s^3(s+6) + 50(3-s)(s+1)} = 0$$

I poli della funzione $G_2(s)$ sono quelli indicati sopra:

$$1 + \frac{\alpha s^2}{((s-3)^2 + 2^2)(s+1)(s+11)} = 0$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $\alpha > 0$ è mostrato in Fig. 2.

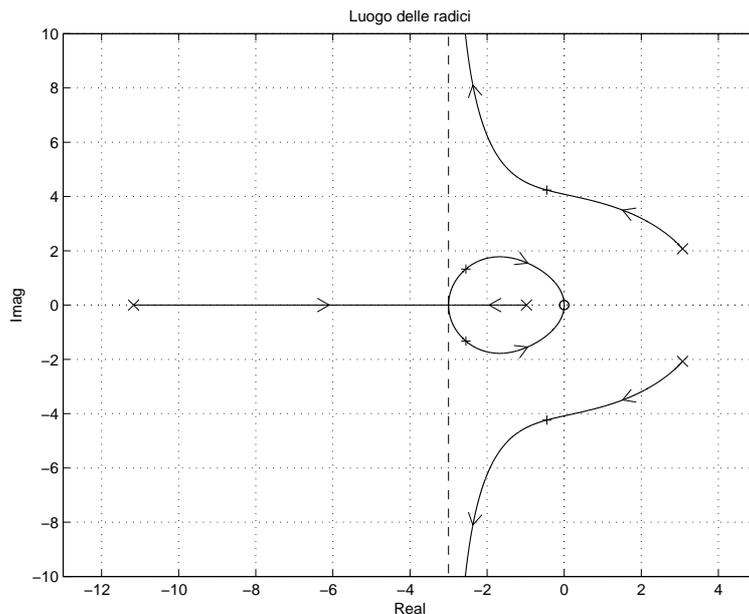


Figura 2: Contorno delle radici del sistema $G_2(s)$ al variare del parametro $\alpha > 0$.

Il centro dei due asintoti del sistema è:

$$\sigma_a = \frac{1}{2} (6 - 1 - 11) = -3.$$

a.3) Sia data la seguente funzione di trasferimento $G_3(s)$ che descrive il legame tra la tensione in ingresso $V(s)$ e la velocità angolare in uscita $\omega(s)$ di un motore elettrico in corrente continua:

$$G_3(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K_e}{(R + Ls)(b + Js) + K_e^2}$$

Posto $J = 1$, $R = 1$, $K_e = 2$, e $b = 2$, mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso i poli della funzione di trasferimento $G_3(s)$ al variare del parametro $L > 0$. Determinare esattamente la posizione dei punti di diramazione.

Soluzione. I poli della funzione di trasferimento $G_3(s)$ coincidono con le radici del polinomio a denominatore:

$$(R + Ls)(b + Js) + K_e^2 = 0$$

Posto $J = 1$, $R = 1$, $K_e = 2$, e $b = 2$ si ottiene la seguente equazione:

$$(1 + Ls)(s + 2) + 4 = 0$$

che, in modo equivalente, può essere riscritta nel seguente modo:

$$s + 6 + Ls(s + 2) = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + L \frac{s(s + 2)}{s + 6} = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + LG_4(s) = 0$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $L > 0$ è mostrato in Fig. 3. In questo caso

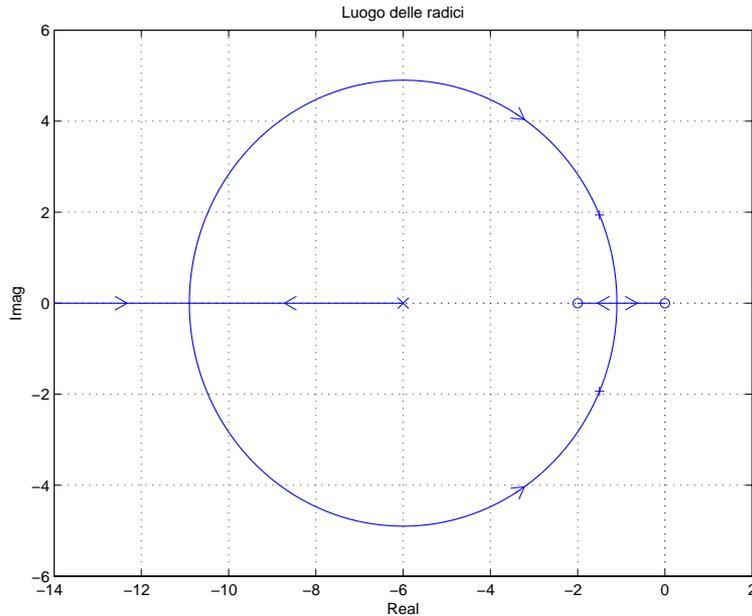


Figura 3: Contorno delle radici del sistema $G_4(s)$ al variare del parametro $L > 0$.

il contorno delle radici si muove lungo una circonferenza centrata in $z = -6$. Il raggio R della circonferenza è il seguente:

$$R = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{24} = 4.899$$

I punti di diramazione σ_1 e σ_2 del contorno delle radici sono:

$$\sigma_1 = -6 - \sqrt{24} = -10.899, \quad \sigma_2 = -6 + \sqrt{24} = -1.101.$$

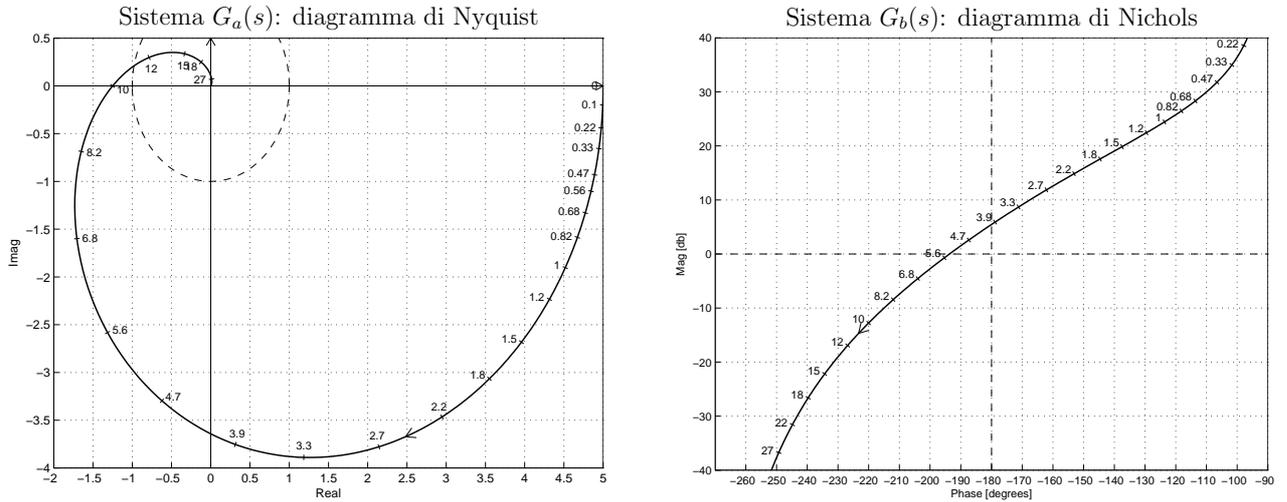
È possibile giungere allo stesso risultato nel seguente modo:

$$\frac{dG_4(s)}{ds} = 0 \quad \rightarrow \quad (2s + 2)(s + 6) - (s^2 + 2s) = s^2 + 12s + 12 = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_{1,2} = -6 \pm \sqrt{24}.$$

La condizione di minimo tempo di assestamento si ha in corrispondenza del punto di diramazione $\sigma_1 = -10.899$ e quindi per il seguente valore del parametro L^* :

$$L^* = - \left. \frac{1}{G_4(s)} \right|_{s=\sigma_2} = - \left. \frac{s + 6}{s(s + 2)} \right|_{s=-10.899} = 0.0505.$$

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete correttiva $C(s)$ in grado di far passare la funzione di risposta armonica del sistema $C(s)G_a(s)$ per il punto B caratterizzato dalle seguenti coordinate: $B = (-0.4, -0.4)$.

Sol. La specifica definisce completamente la posizione del punto $B = M_B e^{j\varphi_B}$:

$$M_B = \sqrt{0.4^2 + 0.4^2} = 0.5657, \quad \varphi_B = -135^\circ$$

La regione ammissibile è mostrata in grigio in Fig. 4.

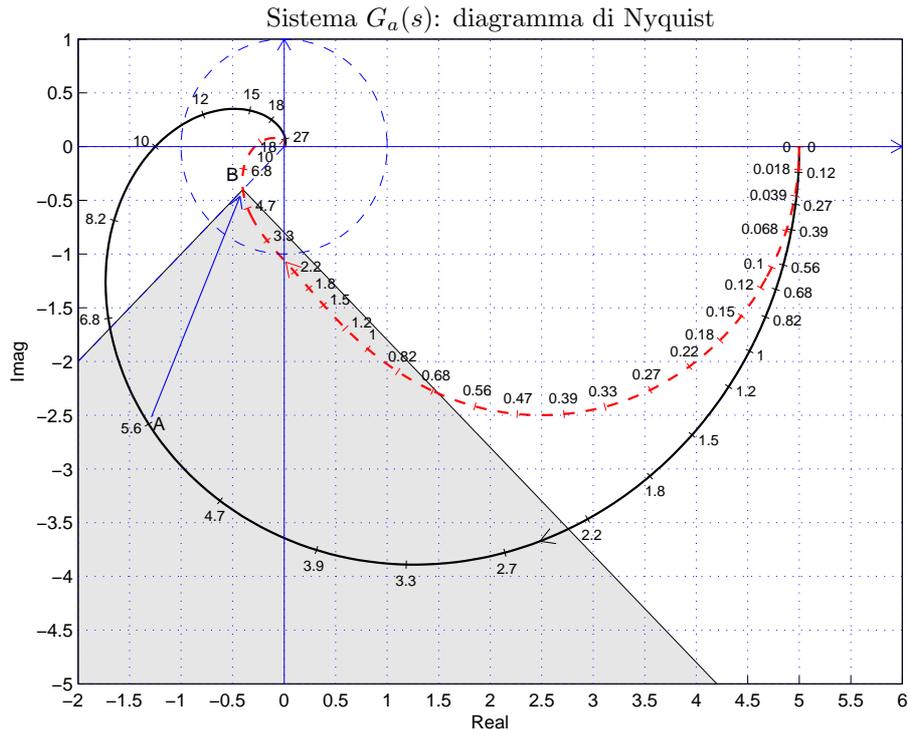


Figura 4: Diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$.

Il punto $A = G_b(j\omega_A)$ scelto per la sintesi della rete correttiva è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 5.6$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 2.898, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -117^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e $\omega = \omega_A$ all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 0.4366$ e $\tau_2 = 2.41$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.1952, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -18^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 0.4366 s)}{(1 + 2.41 s)}.$$

Il diagramma di Myquist delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 4. Sintesi della rete correttiva $C_1(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A :

$$\begin{aligned} \omega_A &= [5.6 & 4.7 & 3.9 & 3.3] \\ M_A &= [2.898 & 3.354 & 3.767 & 4.066] \\ \varphi_A &= [-117 & -100.7 & -85.22 & -73.05] \\ M &= [0.1952 & 0.1686 & 0.1502 & 0.1391] \\ \varphi &= [-18 & -34.31 & -49.78 & -61.95] \\ \tau_1 &= [0.4366 & 0.2482 & 0.1664 & 0.1137] \\ \tau_2 &= [2.41 & 1.927 & 2.019 & 2.307] \end{aligned}$$

- b.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete ritardatrice in grado da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = 5$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Sol.

La posizione del punto $B = M_B e^{j\varphi_B}$ è completamente determinata dalla specifica di progetto: $M_B = 1/M_a = 0.2 = 14$ db e $\varphi_B = -180^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio in Fig. 5. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla

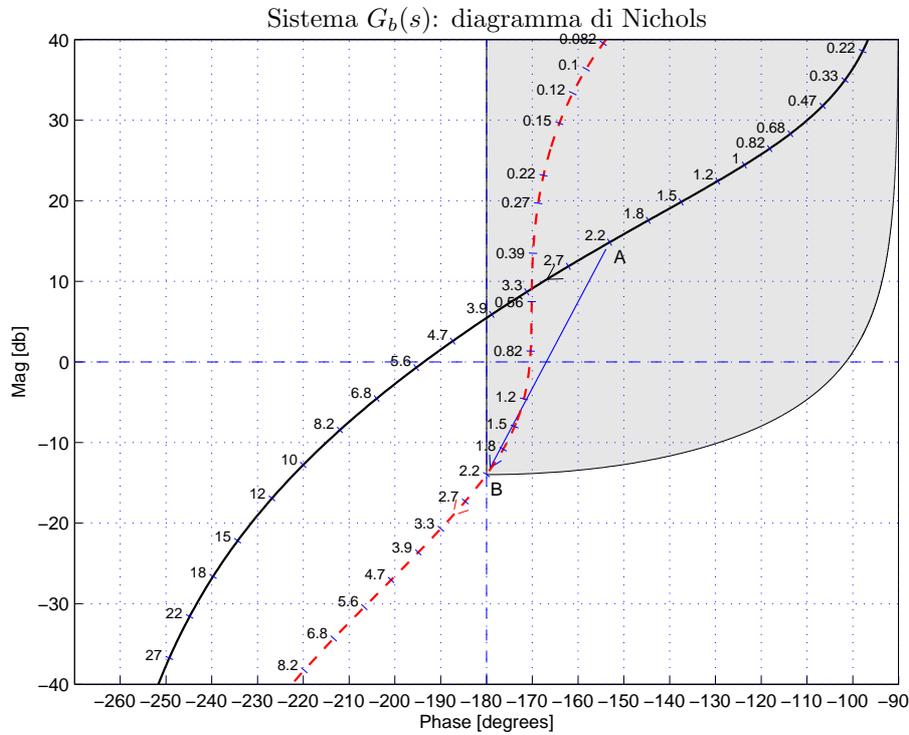


Figura 5: Diagrammi di Nichols delle funzioni $G_b(s)$ e $C_2(s)G_b(s)$.

pulsazione $\omega_A = 2.2$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 5.528, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -153.1^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 0.8597$ e $\tau_2 = 26.87$ della rete correttiva $C_2(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.0361, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -26.9^\circ \quad \rightarrow \quad C_2(s) = \frac{(1 + 0.8597 s)}{(1 + 26.87 s)}.$$

Il diagramma di Nyquist delle funzioni $G_b(s)$ e $C_2(s)G_b(s)$ sono mostrati in Fig. 5.

Sintesi della rete corretttrice $C_2(s)$ per alcuni valori della pulsazione ω_A :

$$\begin{aligned} \omega_A &= [1.5 & 1.8 & 2.2 & 2.7 & 3.3] \\ M_A &= [9.829 & 7.554 & 5.528 & 3.916 & 2.722] \\ \varphi_A &= [-137.5 & -144.7 & -153.1 & -162.1 & -171.2] \\ M &= [0.0203 & 0.0264 & 0.0361 & 0.0510 & 0.0734] \\ \varphi &= [-42.51 & -35.33 & -26.9 & -17.88 & -8.802] \\ \tau_1 &= [0.7072 & 0.7583 & 0.8597 & 1.087 & 1.811] \\ \tau_2 &= [47.76 & 35.5 & 26.87 & 22.48 & 25] \end{aligned}$$

b.3) Sempre per il sistema $G_b(s)$, progettare i parametri K , τ_1 e τ_2 di una rete corretttrice $C(s) = K \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}$ in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 50^\circ$ e una larghezza di banda del sistema retroazionato $\omega_{f0} = 2.7$;

Sol. Soluzione. La specifica sul margine fase $M_\varphi = 50^\circ$ definisce completamente la posizione del punto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = 1$ e $\varphi_B = 230^\circ = -130^\circ$. La regione ammissibile è mostrata in grigio in Fig. 6. Il punto $A = G(j\omega_A)$ che deve essere portato in B è quello assegnato corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 2.7$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 3.917, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -162.12^\circ.$$

Tale punto può essere portato in B usando una rete anticipatrice solamente se il parametro K viene scelto in modo che il punto $A' = K A$ appartenga alla regione di ammissibilità. In questo caso si sceglie $K = 0.1$ e si ottiene $M_{A'} = 0.3917$. I valori di M e φ da usare nelle formule di inversione vanno ora calcolati utilizzando i punti A' e B :

$$M = \frac{M_B}{M_{A'}} = 2.5533, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_{A'} = 32.12^\circ \quad \rightarrow \quad C_3(s) = \frac{(1 + 1.189 s)}{(1 + 0.3171 s)}.$$

Sostituendo tali valori all'interno delle formule di inversione si ottengono i parametri $\tau_1 = 1.189$ e $\tau_2 = 0.3171$. I diagrammi di Nichols delle funzioni $G_b(s)$, $K G_b(s)$ e $K C_3(s) G_b(s)$ sono mostrati in Fig. 6.

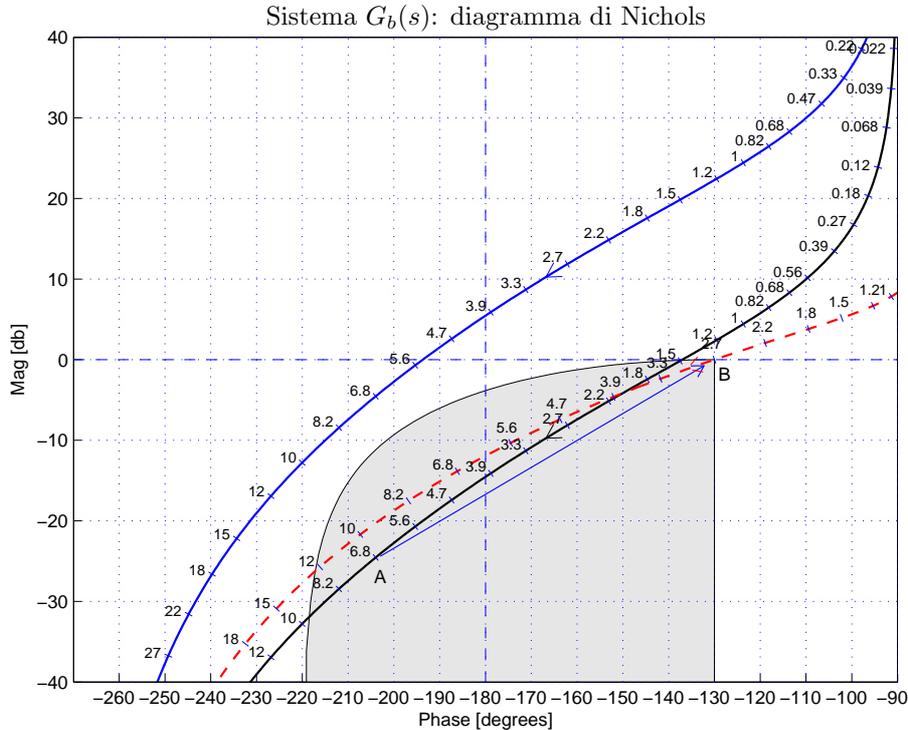
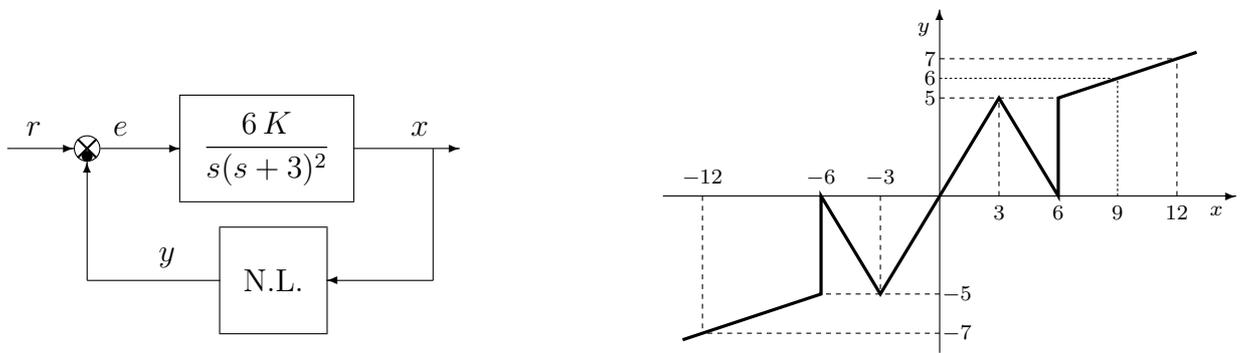


Figura 6: Diagrammi di Nichols delle funzioni $G_b(s)$, $K G_b(s)$ e $K C_3(s) G_b(s)$.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



- c.1) Posto $K = 1$, determinare per quale valore r^* del riferimento r il punto di lavoro del sistema retroazionato coincide con il punto $(x_0, y_0) = (9, 6)$.

Sol. Il guadagno statico del sistema $G_1(s)$ è infinito, per cui la retta di carico è orizzontale:

$$y = \frac{r}{K_2 K_3} = r \quad \text{dove} \quad K_2 = 1, \quad K_3 = 1$$

Il valore r^* si ottiene ponendo $y = 6$ nella retta di carico:

$$r^* = 6.$$

- c.2) Posto $K = 1$, $r = r^*$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro $(x_0, y_0) = (9, 6)$.

Sol. Per $r = r^*$ il punto di lavoro coincide con il punto $(x_0, y_0) = (9, 6)$. Le pendenze delle 2 rette che passano nel punto di lavoro e che racchiudono a settore tutta la non linearità sono:

$$\alpha = \frac{1}{6}, \quad \beta = 2.$$

Per $K = 1$, il guadagno d'anello del sistema è:

$$G(s) = \frac{6}{s(s+3)^2}$$

Il margine di ampiezza K^* e la pulsazione ω^* della funzione $G(s)$ sono i seguenti:

$$K^* = \frac{3 \cdot 3(3+3)}{6} = 9, \quad \omega^* = \sqrt{3 \cdot 3} = 3$$

In questo caso il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ non interseca il cerchio critico per cui in base al criterio del cerchio si può affermare che il punto $(x_0, y_0) = (9, 6)$ è un punto di equilibrio globalmente asintoticamente stabile. In Fig. 7 è mostrato il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ sovrapposto al cerchio critico.

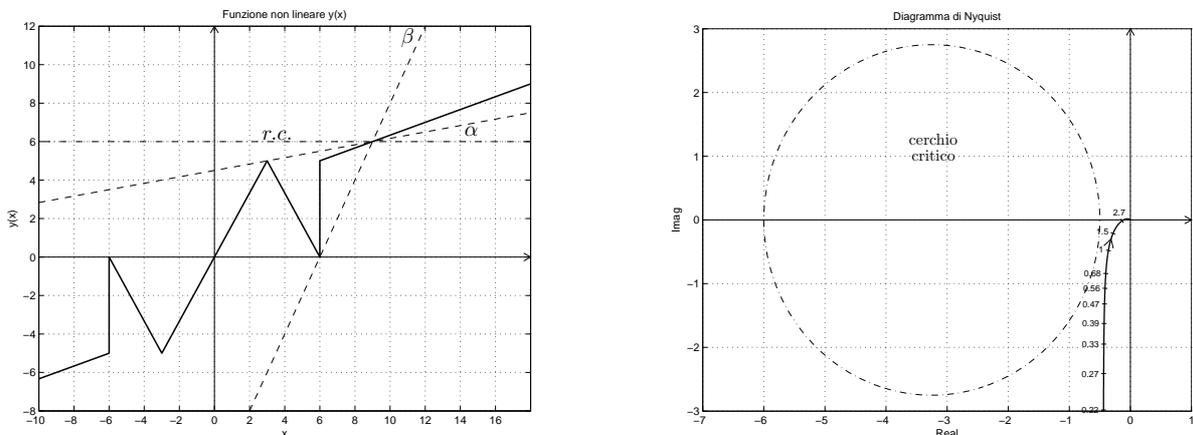


Figura 7: Diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ e cerchio critico.

- c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità N.L. assegnata, prendendo l'origine come punto di lavoro. Utilizzare delle variabili (per esempio: m_1, m_2, \dots) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

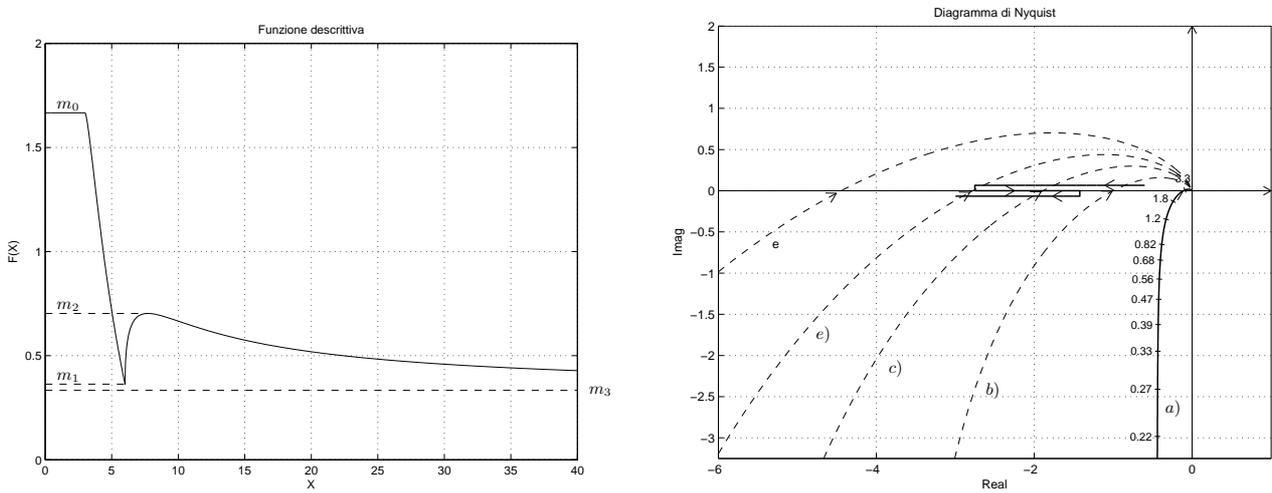


Figura 8: Andamento della funzione descrittiva $F(X)$.

Sol. L'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ quando è mostrato in Fig. 8. Indichiamo: a) con $m_0 = \frac{5}{3} = 1.666$ il valore iniziale della funzione $F(X)$ per $X < 3$; b) con $m_1 \simeq 0.35$ il valore minimo della funzione $F(X)$ per $X = 6$; c) con $m_2 \simeq 0.72$ il valore massimo della funzione $F(X)$ per $X \simeq 7.5$. d) con $m_3 = \frac{1}{3} = 0.33$ il valore minimo della funzione $F(X)$ per $X \rightarrow \infty$.

c.4) Discutere “qualitativamente” (in funzione anche dei parametri m_1, m_2, \dots) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

Sol. Per $K = 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $G(s)$ è $K^* = 9$. Al variare di K si hanno queste possibili soluzioni:

1) $-\frac{1}{m_0} < -\frac{K}{K^*}$: la funzione $-1/F(X)$ è tutta esterna al diagramma completo della funzione $G(s)$ per cui non vi sono cicli limite e l'origine è un punto di lavoro globalmente asintoticamente stabile.

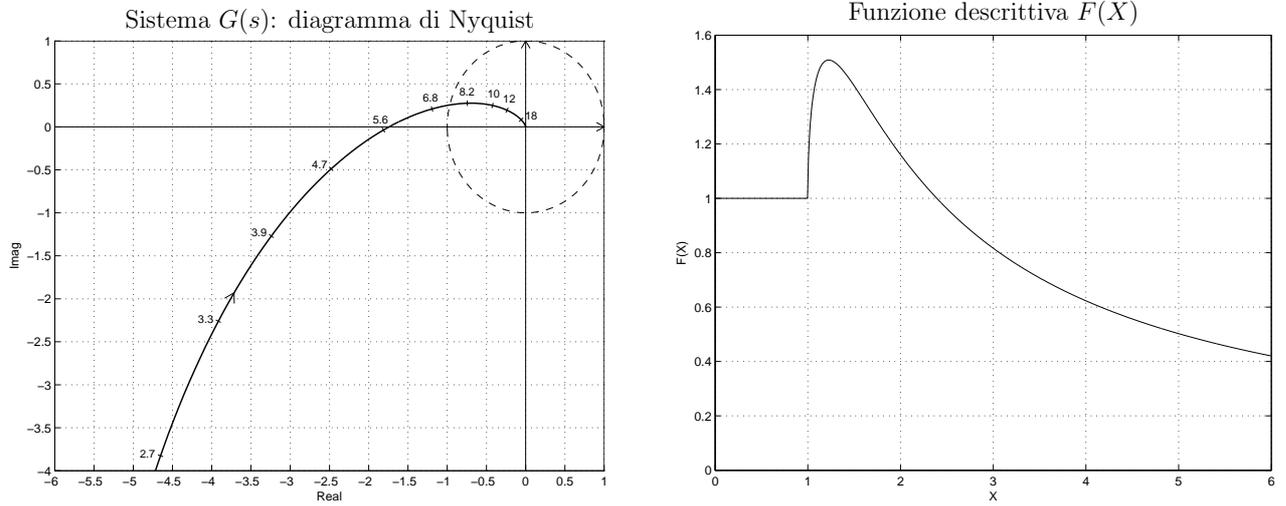
2) $-\frac{1}{m_2} < -\frac{K}{K^*} < -\frac{1}{m_0}$: il diagramma di Nyquist della $G(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in un solo punto a cui corrisponde un ciclo limite stabile.

3) $-\frac{1}{m_1} < -\frac{K}{K^*} < -\frac{1}{m_2}$: il diagramma di Nyquist della $G(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in 3 punti a cui corrispondono 2 cicli limite stabili (quelli uscenti) e un ciclo limite stabile (quello uscente).

4) $-\frac{1}{m_3} < -\frac{K}{K^*} < -\frac{1}{m_1}$: il diagramma di Nyquist della $G(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in un solo punto a cui corrisponde un ciclo limite stabile.

5) $-\frac{K}{K^*} < -\frac{1}{m_3}$: la funzione $-1/F(X)$ è tutta interna al diagramma completo della funzione $G(s)$ per cui non vi sono cicli limite e l'origine è un punto di lavoro instabile per il sistema retroazionato.

d) Sia dato il diagramma di Nichols di un sistema $G(s)$ posto in retroazione negativa su di una non linearità $y = y(x)$ di cui viene fornita la funzione descrittiva $F(X)$.



- d.1) Nei limiti della precisione dei grafici forniti, determinare l'ampiezza \bar{X}^* , la pulsazione $\bar{\omega}^*$ e la stabilità degli eventuali cicli limite presenti nel sistema retroazionato.
- d.2) Progettare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete correttiva $C(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ da mettere in cascata al sistema $G(s)$ in modo che il sistema retroazionato abbia un ciclo limite stabile di ampiezza $X^* = 2$ in corrispondenza della pulsazione $\omega^* = 3.9$.

Soluzione:

- d.1) Dal diagramma di Nyquist è possibile leggere il margine di ampiezza \bar{K}^* del sistema $G(s)$: $\bar{K}^* = 1/1.8 = 0.5556$. Tale valore viene utilizzato nel grafico della funzione descrittiva $F(X)$ per leggere l'ampiezza \bar{X}^* dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema: $\bar{X}^* \simeq 5$. La pulsazione $\bar{\omega}^*$ dell'oscillazione autosostenuta è quella che si legge sul diagramma di Nyquist in corrispondenza del margine di ampiezza: $\bar{\omega}^* = 5.8$ rad/s.

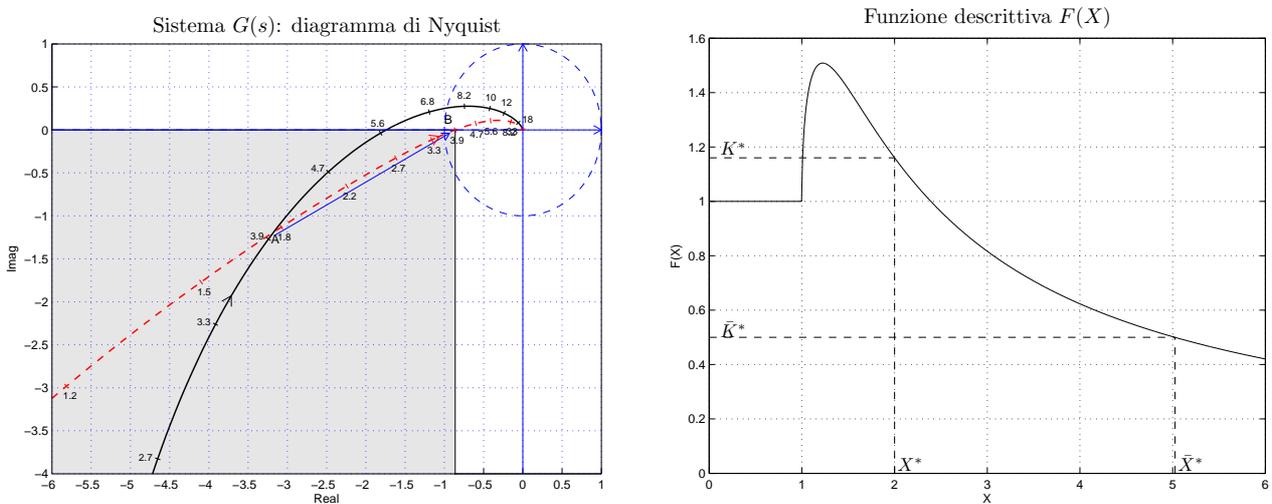


Figura 9: Funzione descrittiva $F(X)$ e sintesi della rete correttiva.

- d.2) Il margine di ampiezza K^* corrispondente all'oscillazione autosostenuta desiderata $X^* = 2$ si determina utilizzando il grafico della funzione descrittiva: $K^* = 1.18$. Tale valore determina la posizione del punto B dove far passare la funzione di risposta armonica del sistema retroazionato: $M_B = 1/K^* = 0.8621$ e $\varphi_B = -180^\circ$. La regione di ammissibilità relativa al punto B è mostrata in grigio in Fig. 9. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ da utilizzare per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 3.9$ assegnata:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 3.4807, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -158.6^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 0.4805$ e $\tau_2 = 2.184$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.2477, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -21.39^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 0.4805 s)}{(1 + 2.184 s)}.$$

Il diagramma di Nyquist delle funzioni $G(s)$ e $C_1(s)G(s)$ sono mostrati in Fig. 9.

- e) Partendo da condizione iniziale nulla $y(0) = 0$, calcolare la risposta $y(n)$ al gradino unitario $x(n) = (1, 1, 1, \dots)$ del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n+1) = 0.7y(n) + 5x(n)$$

Sol. Applicando la Z-trasformata alla precedente equazione alle differenze si ottiene:

$$zY(z) = 0.7Y(z) + 5X(z)$$

Esprimendo $Y(z)$ in funzione di $X(z)$ si ottiene:

$$Y(z) = \frac{5}{z-0.7} X(z) = \frac{5z}{(z-0.7)(z-1)}$$

Scomponendo in fratti semplici si ottiene:

$$Y(z) = \frac{5z}{0.3} \left[\frac{1}{z-1} - \frac{1}{z-0.7} \right] = \frac{5}{0.3} \left[\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-0.7} \right]$$

Antitrasformando si ottiene:

$$y(n) = \frac{5}{0.3} [1 - (0.7)^n]$$

- f) Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri, discretizzare la seguente rete correttiva:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+1)}{(s+3)^2}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.2$ e si imponga l'uguaglianza dei guadagni alle basse frequenze.

Sol. Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri si ottiene:

$$D(z) = K \frac{(1+z^{-1})(1-e^{-T}z^{-1})}{(1-e^{-3T}z^{-1})^2} = K \frac{1+(1-e^{-T})z^{-1}+e^{-T}z^{-2}}{1-2e^{-3T}z^{-1}+e^{-6T}z^{-2}}$$

Il valore di K si determina imponendo l'uguaglianza dei guadagni alle basse frequenze:

$$\lim_{s \rightarrow 0} D(s) = \lim_{z \rightarrow 1} D(z) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{9} = K \frac{2(1-e^{-T})}{(1-e^{-3T})^2} \quad \rightarrow \quad K = \frac{(1-e^{-3T})^2}{18(1-e^{-T})} = 0.0624$$

Sostituendo in $D(z)$ si ottiene:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = 0.0624 \frac{1+0.181z^{-1}+0.819z^{-2}}{1-1.098z^{-1}+0.301z^{-2}} = \frac{0.0624+0.0113z^{-1}+0.0511z^{-2}}{1-1.098z^{-1}+0.301z^{-2}}$$

La corrispondente equazione alle differenze assume la forma seguente:

$$m_k = 1.098 m_{k-1} - 0.301 m_{k-2} + 0.0624 e_k + 0.0113 e_{k-1} + 0.0511 e_{k-2}.$$

Controlli Automatici B
7 Giugno 2016 - Domande Teoriche

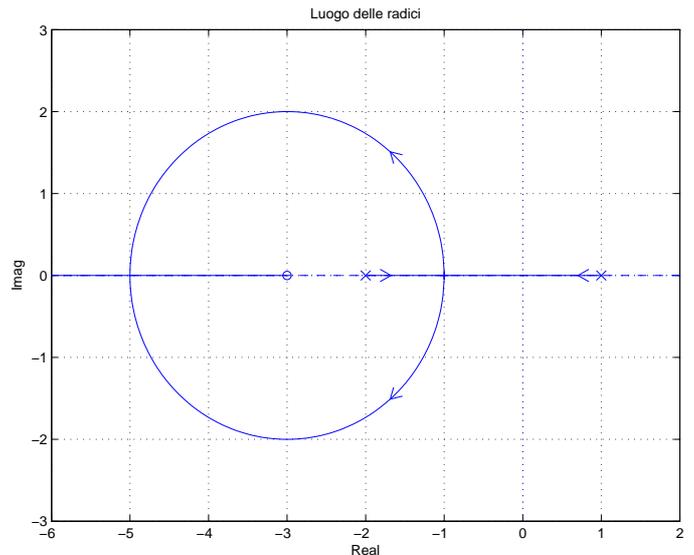
Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. La risposta al test è considerata corretta solo se tutte le affermazioni corrette sono state contrassegnate.

1. Calcolare il parametro β del sistema discreto $G(z) = \frac{z}{z-\beta}$ in modo che la risposta impulsiva $g(k)$ del sistema $G(z)$ abbia tempo di assestamento pari a T_a :

$$\beta = e^{-\frac{3T}{T_a}}$$

2. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{(s+3)}{(s+2)(s-1)}$ posto in retroazione negativa al variare del parametro $K > 0$. Calcolare:



- 1) Il valore K_a corrispondente alla condizione di minimo tempo di assestamento del sistema retroazionato:

$$K_a = - \left. \frac{1}{G(s)} \right|_{s=-5} = 9$$

- 2) Il valore limite K^* dell'intervallo di stabilità $K > K^*$ del sistema retroazionato:

$$K^* = - \left. \frac{1}{G(s)} \right|_{s=0} = \frac{2}{3} = 0.666$$

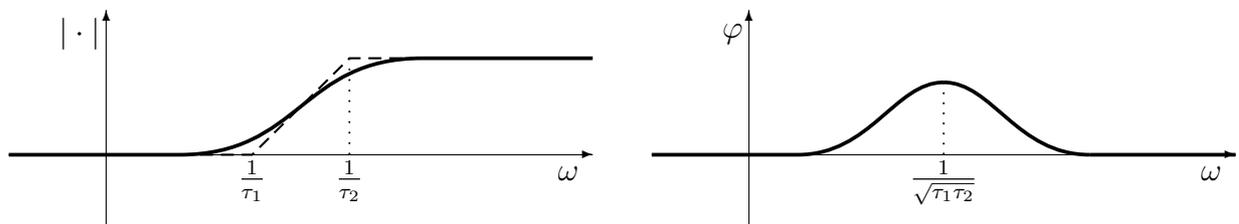
3. Calcolare la \mathcal{Z} -trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = kT$:

$$x(t) = 5t \quad \rightarrow \quad X(z) = \frac{5Tz}{(z-1)^2} \qquad x(t) = 3a^{-2t} \quad \rightarrow \quad X(z) = \frac{3z}{(z-a^{-2T})}$$

4. Sia $X(z) = \mathcal{Z}[x(k)]$. Enunciare il teorema della “moltiplicazione per a^k ”:

$$\mathcal{Z}[a^k x(k)] = X(a^{-1}z)$$

5. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete anticipatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$, ($\tau_1 > \tau_2$):



6. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{5 + 3z^{-1}}{3z + 2 + 6z^{-1} + 4z^{-2}} \quad \rightarrow \quad 3y_{k+1} + 2y_k + 6y_{k-1} + 4y_{k-2} = 5x_k + 3x_{k-1}$$

7. Indicare quali dei seguenti sistemi discreti $G(z)$ sono “asintoticamente” stabili:

$G(z) = \frac{1}{z(z+0.7)}$
 $G(z) = \frac{1}{z(z+1)}$
 $G(z) = \frac{1}{z(2z+1)}$
 $G(z) = \frac{1}{z(z+2)}$

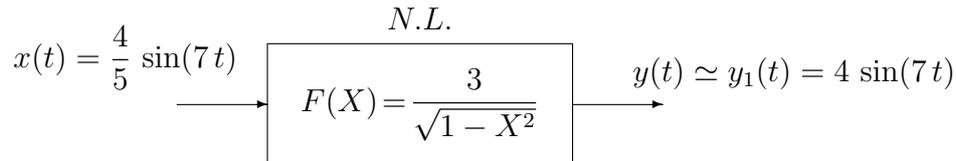
8. Calcolare la soluzione $c(n)$ della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale $c(0) = c_0$:

$$c(n+1) = (1+i)c(n) \quad \rightarrow \quad C(z) = \frac{z c_0}{z - (1+i)} \quad \rightarrow \quad c(n) = c_0(1+i)^n.$$

Calcolare il capitale finale $c_{10} = c(10)$ che si ottiene in 10 anni partendo da un capitale iniziale $c_0 = 1000$ ed utilizzando da un tasso di interesse fisso $i = 0.05$.

$$c_{10} = 1000(1.05)^{10} = 1629.$$

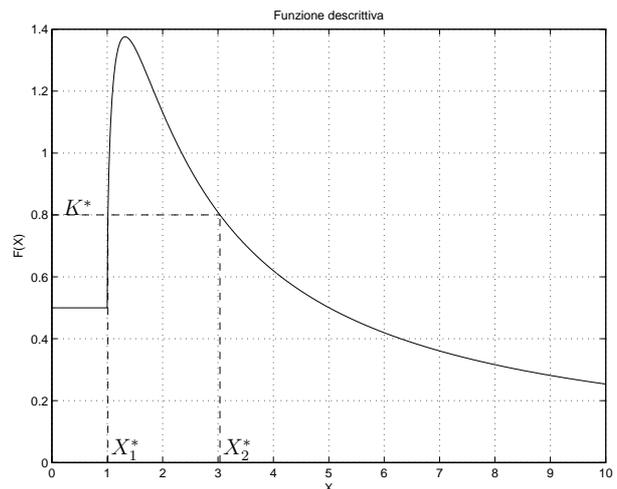
9. Sia $y_1(t) = 4 \sin(7t)$ la fondamentale del segnale periodico $y(t)$ che si ha all'uscita del blocco non lineare N.L. caratterizzato dalla funzione descrittiva $F(X) = \frac{3}{\sqrt{1-X^2}}$. Calcolare l'andamento temporale $x(t)$ del segnale periodico presente all'ingresso dell'elemento non lineare N.L.



Infatti, indicando con X l'ampiezza della sinusoide in ingresso si ha che:

$$X \cdot \frac{3}{\sqrt{1-X^2}} = 4 \quad \rightarrow \quad \frac{9X^2}{1-X^2} = 16 \quad \rightarrow \quad X = \frac{4}{\sqrt{9+16}} = \frac{4}{5}$$

10. Quella riportata a fianco è la funzione descrittiva $F(X)$ di una non linearità posta in retroazione su di un sistema lineare $G(s)$ il cui diagramma di Nyquist interseca l'asse reale negativo nel punto $\sigma_0 = -1.25$. Fornire una stima dell'ampiezza X^* di ciascun ciclo limite (stabile e instabile) eventualmente presente all'interno del sistema retroazionato:



$X_1^* = 1.01$ Stabile? si, no

$X_2^* = 3.04$ Stabile? si, no

11. Fornire l'enunciato del Criterio del cerchio. *Nell'ipotesi che la funzione di trasferimento della parte lineare del sistema $G(s)$ abbia tutti i poli a parte reale negativa, eccezion fatta per un eventuale polo nell'origine semplice o doppio, condizione sufficiente perché il sistema in retroazione sia globalmente asintoticamente stabile è che il diagramma polare completo della funzione $G(j\omega)$ non circonda né tocchi il cerchio critico.*

12. Il metodo di Ziegler-Nichols per determinare i valori di primo tentativo dei parametri di un regolatore standard PID

- richiede la conoscenza esatta del modello del sistema da controllare
- richiede la conoscenza della risposta impulsiva del sistema da controllare
- richiede la conoscenza della risposta al gradino del sistema da controllare
- è applicabile in modo approssimato anche al controllo di sistemi non lineari

13. Un sistema in retroazione negativa avente $G(s)$ sul ramo diretto, $H(s)$ sul ramo di retroazione ed avente un elevato guadagno di anello, risulta poco sensibile

- alle variazioni parametriche di $H(s)$
- alle variazioni parametriche di $G(s)$
- ai disturbi additivi agenti sul sistema