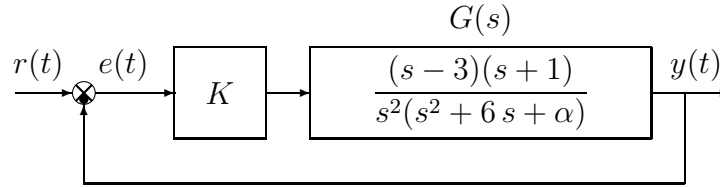


Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

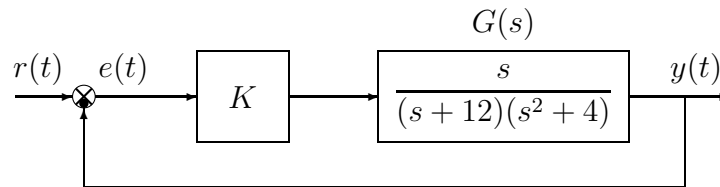


- a.1) Posto  $\alpha = 81$ , tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato nei seguenti due casi:  $K > 0$  e  $K < 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.
- a.2) Posto  $K = -50$ , tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $\alpha > 0$ . Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando  $K = -50$  e  $\alpha = 0$  è:  $p_{1,2} \simeq 3 \pm 2j$ ,  $p_3 \simeq -1$  e  $p_4 \simeq -11$  e che il sistema retroazionato è stabile per  $\alpha > \alpha^*$ . Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.
- a.3) Sia data la seguente funzione di trasferimento che descrive la dinamica di un sistema fisico al variare di un parametro  $\beta$ :

$$G(s) = \frac{\beta}{s^3 + 2s^2 + (2 + \beta)s + \beta}$$

Utilizzando la metodologia del contorno delle radici mostrare come si spostano sul piano complesso i poli della funzione  $G(s)$  al variare del parametro  $\beta > 0$ . Calcolare il valore  $\beta^*$  di  $\beta$  in corrispondenza del quale si ha il minimo tempo di assestamento della risposta al gradino del sistema  $G(s)$ . Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

b.1) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



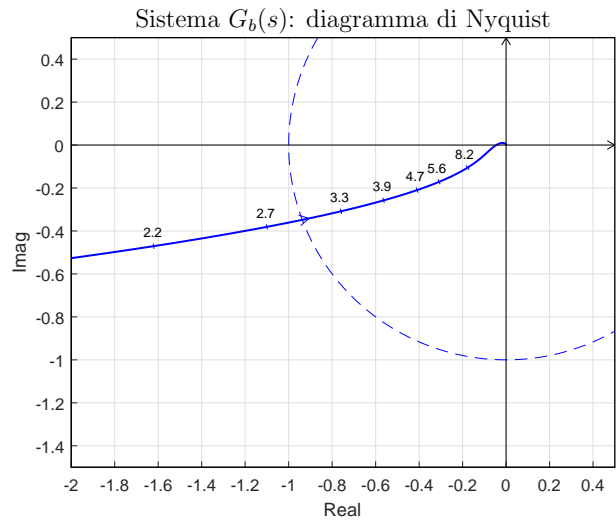
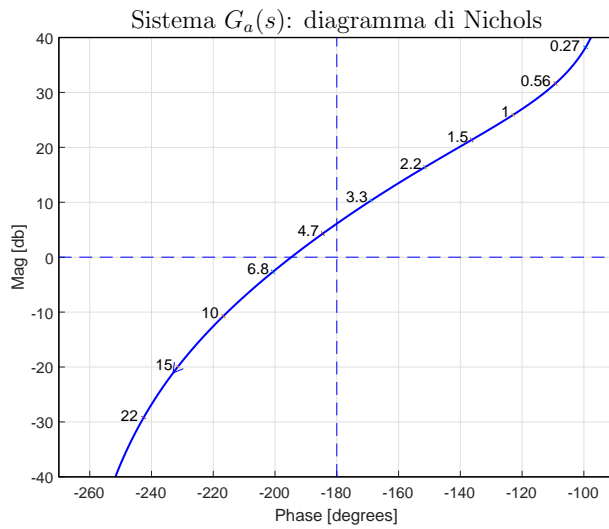
Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni  $\omega^*$  con l’asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno  $K^*$ . Tracciare il luogo delle radici tenendo conto che in  $\sigma_1 \simeq -2.7$  e  $\sigma_2 \simeq -5.1$  sono presenti due punti di diramazione.

b.2) Sia data il seguente polinomio  $D(s)$ :

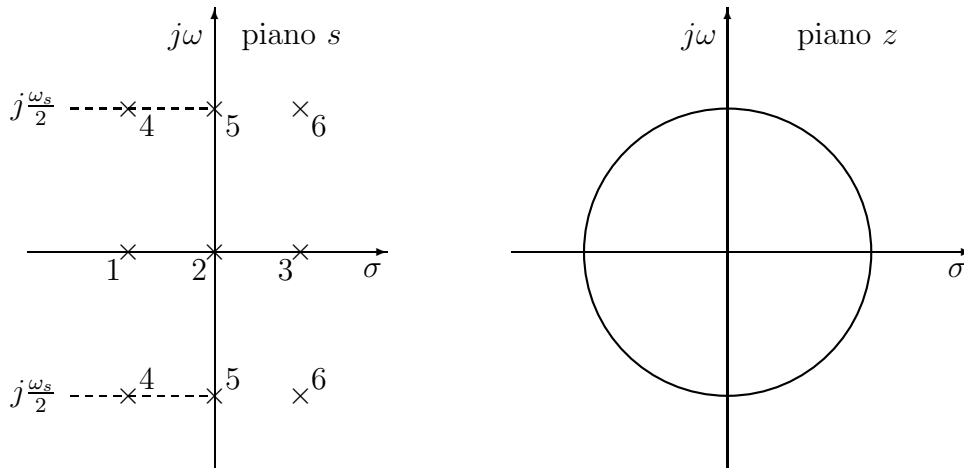
$$D(s) = (1 + Ls)(2 + s) + 4$$

Mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso le radici del polinomio  $D(s)$  al variare del parametro  $L > 0$ . Determinare esattamente la posizione dei punti di diramazione.

c) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi  $G_a(s)$  e  $G_b(s)$ :



- c.1) Per il sistema  $G_a(s)$ , progettare una rete ritardatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza  $M_\alpha = 5$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno.
- c.2) Per il sistema  $G_b(s)$  progettare una rete correttiva in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\varphi = 60$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;
- d) In base al legame teorico a tra il piano  $s$  e il piano  $z$ , tracciare qualitativamente sul piano  $z$  le posizioni dei poli 1, 2, 3, ..., 6 che sono stati evidenziati con delle crocette sul piano  $s$ :



e) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare il seguente sistema tempo-continuo:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+1)}{s(s+3)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.1$ .

f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze:

$$y(n+1) = 0.6y(n) + 4x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario  $x(n) = 1$ .

**Controlli Automatici B**  
**6 Giugno 2025 - Domande Teoriche**

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 5z^{-1} + 3z^{-2}}{2 + 4z^{-1} + 6z^{-2} + z^{-3}} \quad \rightarrow$$

2. Calcolare le successioni discrete  $x(k)$  corrispondenti alle seguenti funzioni complesse  $X(z)$ :

$$X(z) = \frac{2z}{(z - e^{-3T})} \quad \rightarrow \quad x(k) =$$

$$X(z) = \frac{5Tz}{(z - 1)^2} \quad \rightarrow \quad x(k) =$$

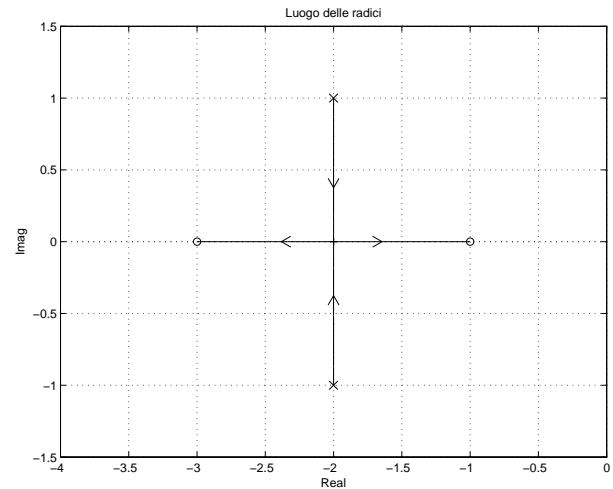
3. A fianco é riportato il luogo delle radici del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{(s + 1)(s + 3)}{(s + 2)^2 + 1}$$

al variare del parametro  $K > 0$ .

Determinare per quale valore di  $K$  i due poli del sistema retroazionato si trovano nel punto di diramazione:

$$\bar{K} =$$



4. Nel metodo di discretizzazione per “corrispondenza poli/zeri” applicato alla funzione  $D(s)$ , il calcolo del guadagno  $k$  alle alte frequenze prevede l'utilizzo della relazione:

$\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = \lim_{z \rightarrow -1} G(z)$

$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{z \rightarrow 1} G(z)$

$\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = \lim_{z \rightarrow \infty} G(z)$

$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{z \rightarrow -1} G(z)$

5. Il valore a regime  $x(\infty)$  della sequenza  $x(k)$  corrispondente alla funzione  $X(z) = \frac{z(z+1)}{(z-1)(z-0.5)}$  è:

$x(\infty) = 0$

$x(\infty) = 1$

$x(\infty) = 2$

$x(\infty) = 4$

6. Il luogo delle radici di un sistema caratterizzato da guadagno d'anello  $K G(s)$ , con  $G(s)$  in forma fattorizzata poli-zeri:

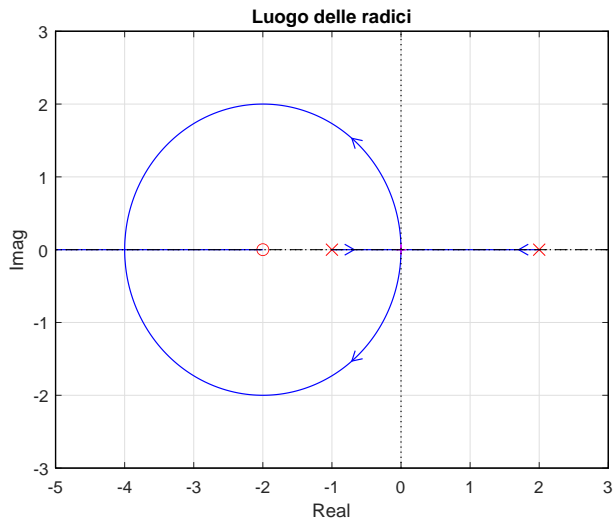
può presentare intersezioni con l'asse immaginario che, se presenti, si possono determinare con il Criterio di Routh

è simmetrico rispetto agli assi reale ed immaginario

ha tanti rami quanti sono i poli di  $K G(s)$  meno gli zeri di  $K G(s)$

può presentare degli asintoti che, se presenti, formano una stella di raggi centrati in un punto dell'asse reale

7. A fianco è riportato il luogo delle radici di **un sistema discreto**  $G(z)$  posto in retroazione negativa al variare del parametro  $K > 0$ . È possibile affermare che:



- Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per  $\bar{K} < K < K^*$
- Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per  $K > \bar{K}$
- Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per  $K < K^*$
- La funzione  $G(z)$  presenta due poli reali semplici

8. Indicare, tra i seguenti sistemi discreti  $G(z)$ , quello che ha la risposta impulsiva che tende a zero “più rapidamente”:

- $G(z) = \frac{1}{z(z+0.5)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(3z-1)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(3z+2)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(z-0.3)}$

9. Posto  $T = 1$  e utilizzando la corrispondenza tra piano- $s$  e piano- $z$ , calcolare il tempo di assestamento  $T_a$  della risposta impulsiva  $g(k)$  del sistema discreto  $G(z) = \frac{z}{z-0.5}$ :

$$T_a =$$

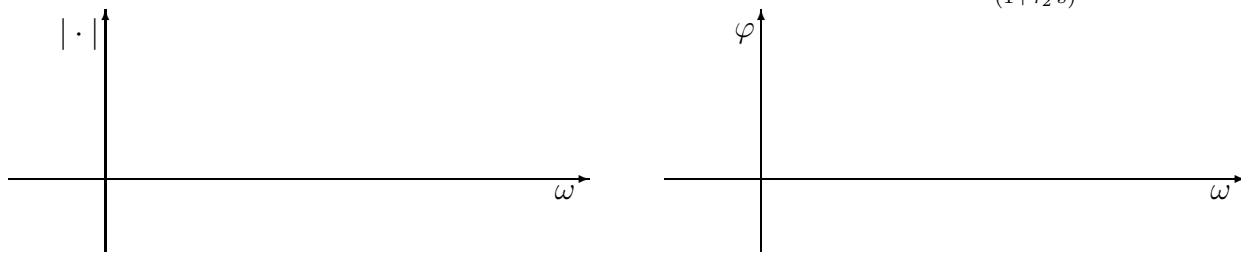
10. Scrivere la funzione di trasferimento  $H_0(s)$  del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) =$$

11. Scrivere il margine di ampiezza  $K^*$  e la pulsazione  $\omega^*$  di attraversamento del semiasse reale negativo del seguente sistema a ritardo finito:

$$G(s) = \frac{\alpha e^{-t_0 s}}{s} \quad \rightarrow \quad K^* = \quad \omega^* =$$

12. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete ritardatrice  $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$ , ( $\tau_1 < \tau_2$ ):



13. La trasformazione bilineare è definita come segue:

- $s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$
- $s = \frac{2}{T} \frac{z+1}{z-1}$
- $s = \frac{2}{T} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$
- $s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$

14. Sia data una rete correttiva  $G(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ . Si scelgano le affermazioni corrette fra le seguenti:

- il guadagno statico della rete è  $\frac{\tau_1}{\tau_2}$
- la rete influirà sulle specifiche di precisione del sistema controllato
- la rete è a fase minima se  $\tau_1 > 0$  e  $\tau_2 > 0$
- la rete influirà sulle specifiche di velocità di risposta del sistema controllato