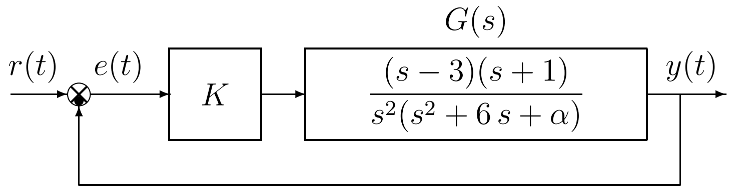
**Controlli Automatici B**

**6 Giugno 2025 - Esercizi**

| | |
|---|---|
| Nome: | |
| Nr. Mat. | |
| Firma: | |

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:




a.1) Posto $\alpha = 81$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato nei seguenti due casi: $K > 0$ e $K < 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

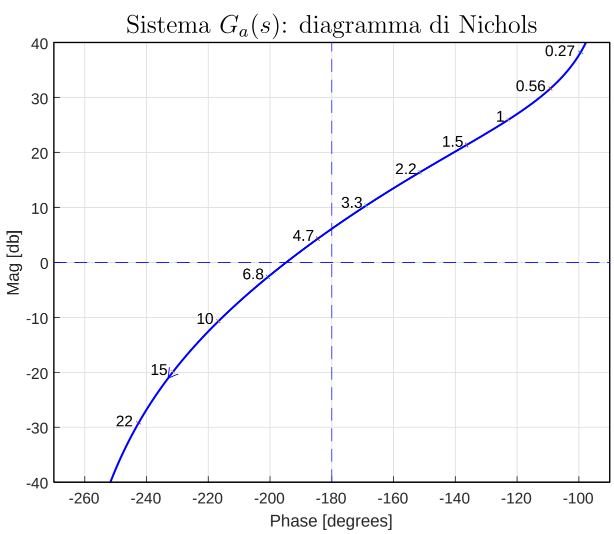
a.2) Posto $K = -50$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\alpha > 0$. Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando $K = -50$ e $\alpha = 0$ è: $p_{1,2} \simeq 3 \pm 2j$, $p_3 \simeq -1$ e $p_4 =\simeq -11$ e che il sistema retroazionato è stabile per $\alpha > \alpha^*$. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

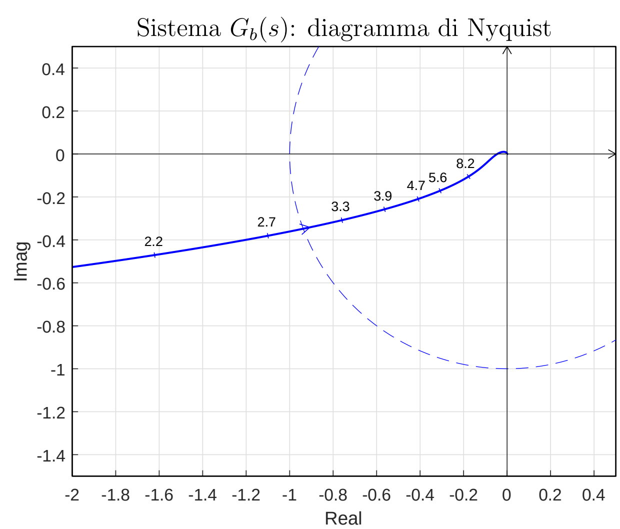
a.3) Sia data la seguente funzione di trasferimento che descrive la dinamica di un sistema fisico al variare di un parametro $\beta$:

$$G(s) = \frac{\beta}{s^3 + 2s^2 + (2+\beta)s + \beta}$$

Utilizzando la metodologia del contorno delle radici mostrare come si spostano sul piano complesso i poli della funzione $G(s)$ al variare del parametro $\beta > 0$. Calcolare il valore $\beta^*$ di $\beta$ in corrispondenza del quale si ha il minimo tempo di assestamento della risposta al gradino del sistema $G(s)$. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:

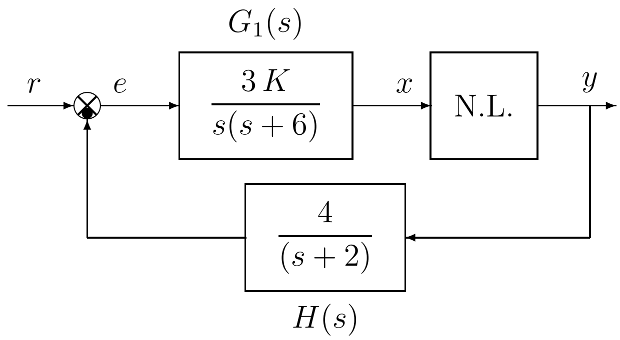


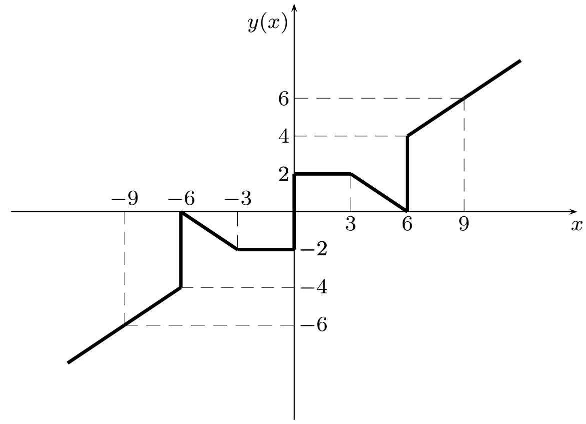




b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete ritardatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$. Scegliere il valore della pulsazione $\omega$ che si ritiene più opportuno.

b.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete correttrice in grado da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 60$. Scegliere il valore della pulsazione $\omega$ che si ritiene più opportuno;

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



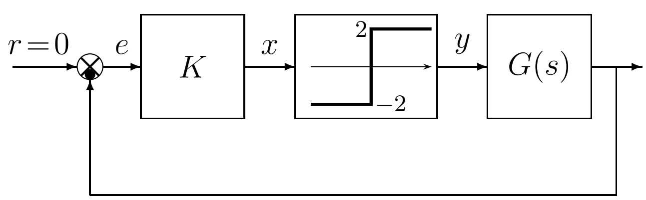

c.1) Posto $K = 1$, calcolare il punto di lavoro $(x_0,\, y_0)$ corrispondente al valore $r = 12$ dell'ingresso.

c.2) Posto $K = 1$, utilizzare il criterio del cerchio per verificare se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto $(x_0,\, y_0) = (9,\, 6)$.

c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto $(0,\, 0)$. Utilizzare le variabili $m_1,\ m_2,\ m_3,\ \ldots$ per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione $F(X)$.

c.4) Discutere "qualitativamente", anche in funzione dei parametri $m_1,\ m_2,\ m_3,\ \ldots$, l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato caratterizzato da un ingresso nullo $r = 0$:




$$G(s) = \frac{100}{s(s+2)(s+8)}$$

d.1) Posto $K = 1$, determinare l'ampiezza $X^*$ e la pulsazione $\omega^*$ dell'oscillazione autosostenuta che è presente all'interno del sistema.

d.2) Determinare il valore $K_0$ del parametro $K$ a cui corrisponde un'oscillazione autosostenuta all'interno del sistema di ampiezza $X^* = 5$.

e) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare il seguente sistema tempo-continuo:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+1)}{s\,(s+3)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.

f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta $y(n)$ della seguente equazione alle differenze:

$$y(n+1) = 0.6\,y(n) + 4\,x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario $x(n) = 1$.

**Controlli Automatici B**

**6 Giugno 2025 - Domande Teoriche**

| | |
|---|---|
| Nome: | |
| Nr. Mat. | |
| Firma: | |

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 5\,z^{-1} + 3\,z^{-2}}{2 + 4\,z^{-1} + 6\,z^{-2} + z^{-3}} \qquad \rightarrow$$

2. Calcolare le successioni discrete $x(k)$ corrispondenti alle seguenti funzioni complesse $X(z)$:

$$X(z) = \frac{2\,z}{(z - e^{-3\,T})} \quad \rightarrow \quad x(k) = \qquad\qquad X(z) = \frac{5\,T\,z}{(z-1)^2} \quad \rightarrow \quad x(k) =$$

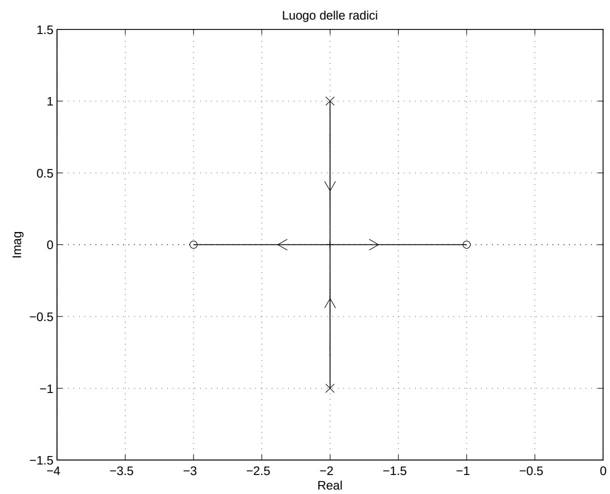
3. A fianco é riportato il luogo delle radici del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{(s+1)(s+3)}{(s+2)^2 + 1}$$

al variare del parametro $K > 0$.

Determinare per quale valore di $K$ i due poli del sistema retroazionato si trovano nel punto di diramazione:

$$\bar{K} =$$




4. La stabilità di un sistema non lineare:

◯ è una proprietà locale

◯ è una proprietà globale

◯ dipende dal segnale d'ingresso

◯ presenta le stesse proprietà del caso lineare

5. Il valore a regime $x(\infty)$ della sequenza $x(k)$ corrispondente alla funzione $X(z) = \frac{z(z+1)}{(z-1)(z-0.5)}$ è:

◯ $x(\infty) = 0$ ◯ $x(\infty) = 1$ ◯ $x(\infty) = 2$ ◯ $x(\infty) = 4$

6. Il luogo delle radici di un sistema caratterizzato da guadagno d'anello $K\,G(s)$, con $G(s)$ in forma fattorizzata poli-zeri:

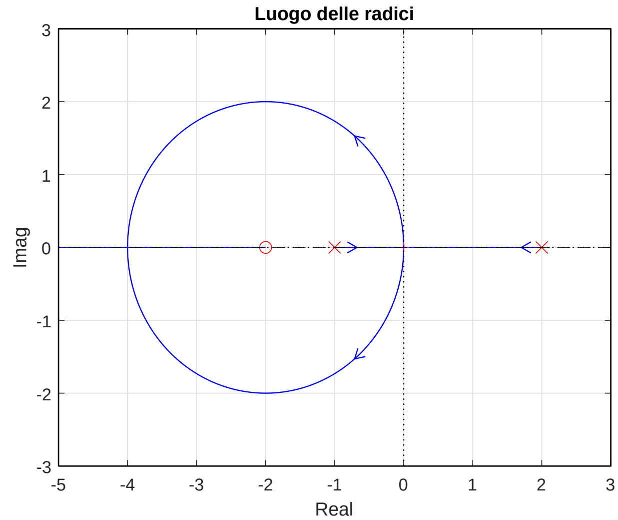
◯ può presentare intersezioni con l'asse immaginario che, se presenti, si possono determinare con il Criterio di Routh

◯ ha tanti rami quanti sono i poli di $K\,G(s)$ meno gli zeri di $K\,G(s)$

◯ è simmetrico rispetto agli assi reale ed immaginario

◯ può presentare degli asintoti che, se presenti, formano una stella di raggi centrati in un punto dell'asse reale

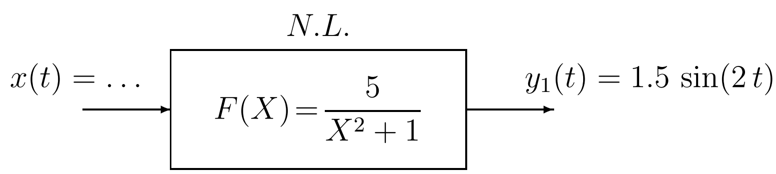
7. A fianco è riportato il luogo delle radici di **un sistema discreto** $G(z)$ posto in retroazione negativa al variare del parametro $K > 0$. È possibile affermare che:
   - ◯ Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per $\bar{K} < K < K^*$
   - ◯ Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per $K > \bar{K}$
   - ◯ Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per $K < K^*$
   - ◯ La funzione $G(z)$ presenta due poli reali semplici




8. Indicare, tra i seguenti sistemi discreti $G(z)$, quello che ha la risposta impulsiva che tende a zero "più rapidamente":

   ◯ $G(z) = \frac{1}{z(z+0.5)}$ ◯ $G(z) = \frac{1}{z(3z-1)}$ ◯ $G(z) = \frac{1}{z(3z+2)}$ ◯ $G(z) = \frac{1}{z(z-0.3)}$

9. Sia $y_1(t) = 1.5\,\sin(2\,t)$ l'andamento della fondamentale del segnale periodico che si ha all'uscita di un elemento non lineare caratterizzato da una funzione descrittiva $F(X) = \frac{5}{X^2+1}$. Indicare qual è l'andamento temporale $x(t)$ del segnale periodico in ingresso al blocco non lineare:



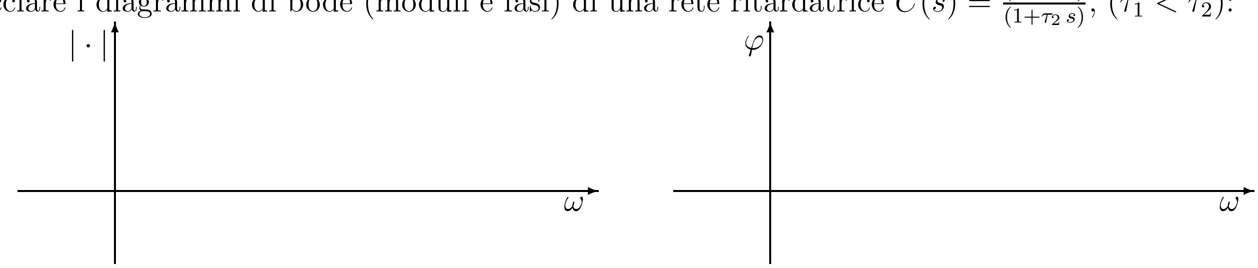

10. Scrivere la funzione di trasferimento $H_0(s)$ del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) =$$

11. Scrivere il margine di ampiezza $K^*$ e la pulsazione $\omega^*$ di attraversamento del semiasse reale negativo del seguente sistema a ritardo finito:

$$G(s) = \frac{\alpha\, e^{-t_0\, s}}{s} \qquad \rightarrow \qquad K^* = \qquad\qquad \omega^* =$$

12. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete ritardatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1\, s)}{(1+\tau_2\, s)}$, $(\tau_1 < \tau_2)$:




13. La trasformazione bilineare è definita come segue:

   ◯ $s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ ◯ $s = \frac{2}{T}\frac{z+1}{z-1}$ ◯ $s = \frac{2}{T}\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$ ◯ $s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$

14. Sia data una rete correttrice $G(s) = \frac{1+\tau_1\, s}{1+\tau_2\, s}$. Si scelgano le affermazioni corrette fra le seguenti:
   - ◯ il guadagno statico della rete è $\frac{\tau_1}{\tau_2}$
   - ◯ la rete influirà sulle specifche di precisione del sistema controllato
   - ◯ la rete è a fase minima se $\tau_1 > 0$ e $\tau_2 > 0$
   - ◯ la rete influirà sulle specifche di velocità di risposta del sistema controllato