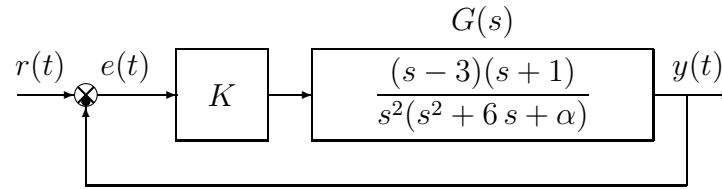


Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



a.1) Posto $\alpha = 81$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato nei seguenti due casi: $K > 0$ e $K < 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

Sol. Posto $\alpha = 81$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + K_1 G_1(s) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 + K \frac{(s-3)(s+1)}{s^2(s^2+6s+81)} = 0$$

dove $K_1 = K$. L'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema $G(s)$ per $K > 0$ è mostrato in Fig. 1.

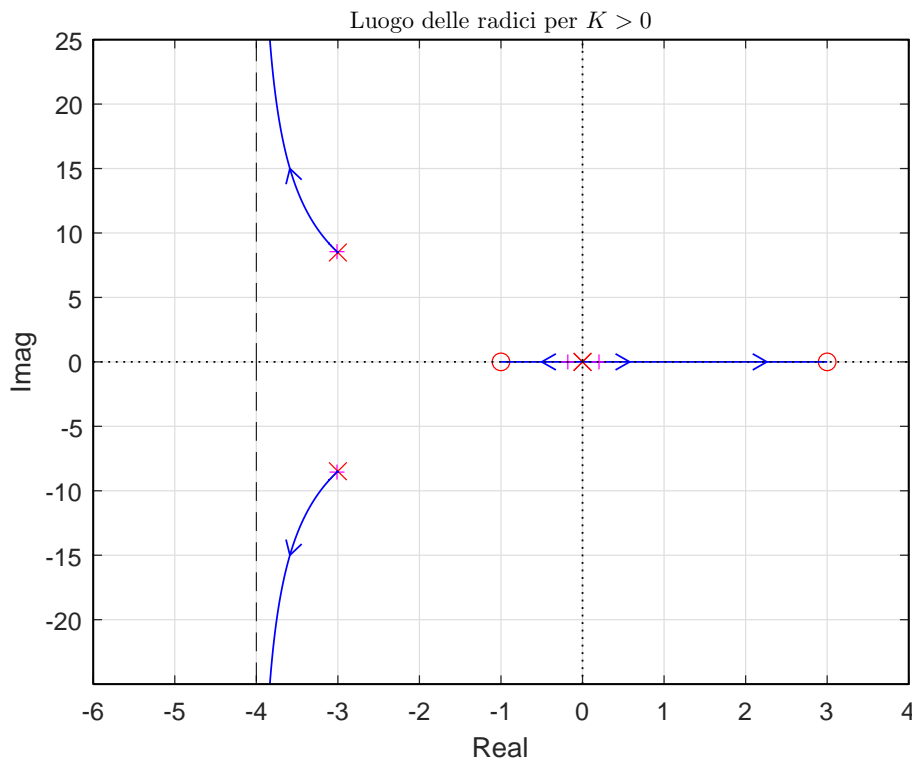


Figura 1: Luogo delle radici del sistema $G(s)$ per $K > 0$.

L'andamento qualitativo del luogo delle radici per $K < 0$ è mostrato in Fig. 2.

Il luogo delle radici ha due asintoti. Il centro degli asintoti è:

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(-6 - 3 + 1) = -\frac{8}{2} = -4.$$

a.2) Posto $K = -50$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\alpha > 0$. Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando $K = -50$ e $\alpha = 0$ è: $p_{1,2} \simeq 3 \pm 2j$, $p_3 \simeq -1$ e $p_4 \simeq -11$ e che il sistema retroazionato è stabile per $\alpha > \alpha^*$. Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

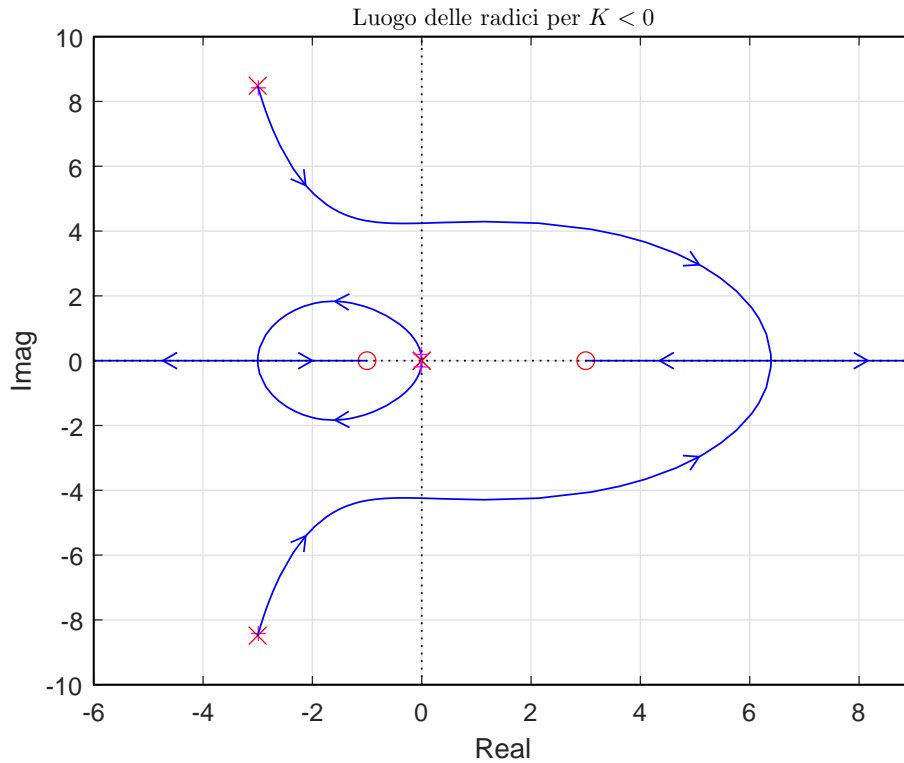


Figura 2: Luogo delle radici del sistema $G_1(s)$ per $K < 0$.

Soluzione. Posto $K = -50$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è la seguente:

$$1 - \frac{50(s-3)(s+1)}{s^2(s^2+6s+\alpha)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^2(s^2+6s+\alpha) - 50(s-3)(s+1) = 0$$

da cui si ricava l'equazione caratteristica $1 + \alpha G_2(s) = 0$:

$$s^3(s+6) - 50(s-3)(s+1) + \alpha s^2 = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{\alpha s^2}{s^3(s+6) - 50(s-3)(s+1)} = 0$$

I poli della funzione $G_2(s)$ sono quelli indicati sopra:

$$1 + \frac{\alpha s^2}{((s-3)^2 + 2^2)(s+1)(s+11)} = 0$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $\alpha > 0$ è mostrato in Fig. 3. Il contorno delle radici ha due asintoti. Il centro degli asintoti σ_a è il seguente:

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(6 - 1 - 11) = -3.$$

- a.3) Sia data la seguente funzione di trasferimento che descrive la dinamica di un sistema fisico al variare di un parametro β :

$$G(s) = \frac{\beta}{s^3 + 2s^2 + (2 + \beta)s + \beta}$$

Utilizzando la metodologia del contorno delle radici mostrare come si spostano sul piano complesso i poli della funzione $G(s)$ al variare del parametro $\beta > 0$. Calcolare il valore β^* di β in corrispondenza del quale si ha il minimo tempo di assestamento della risposta al gradino del sistema $G(s)$. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

Sol. I poli della funzione $G(s)$ sono le soluzioni della seguente equazione:

$$s^3 + 2s^2 + (2 + \beta)s + \beta = 0$$

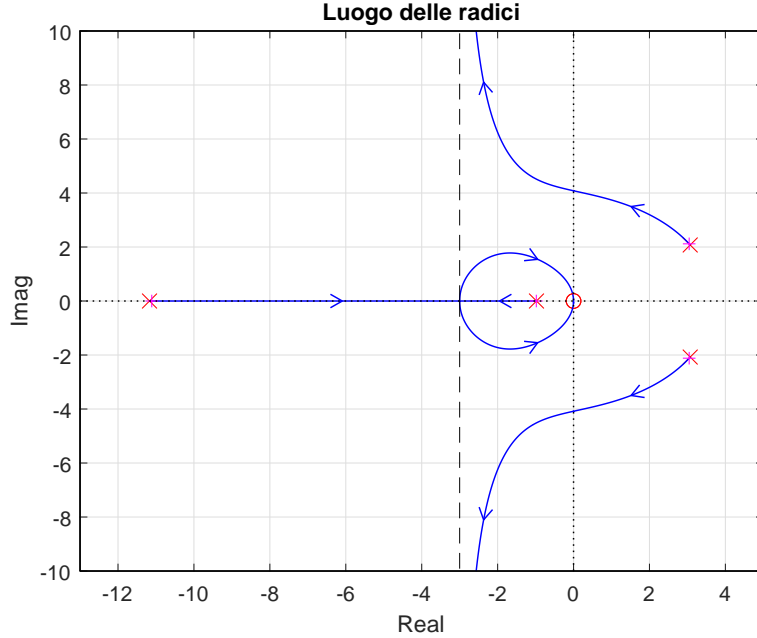


Figura 3: Contorno delle radici del sistema $G_2(s)$ al variare del parametro $\alpha > 0$.

che può essere riscritta nel seguente modo $1 + \beta G_1(s) = 0$:

$$s^3 + 2s^2 + 2s + \beta(s + 1) = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \beta \frac{(s + 1)}{s(s^2 + 2s + 2)} = 0$$

Mettendo in evidenza i poli e gli zeri della funzione $G_1(s)$ si ottiene:

$$1 + \frac{\beta(s + 1)}{s[(s + 1)^2 + 1^2]} = 0$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $\beta > 0$ è mostrato in Fig. 4. Nel contorno

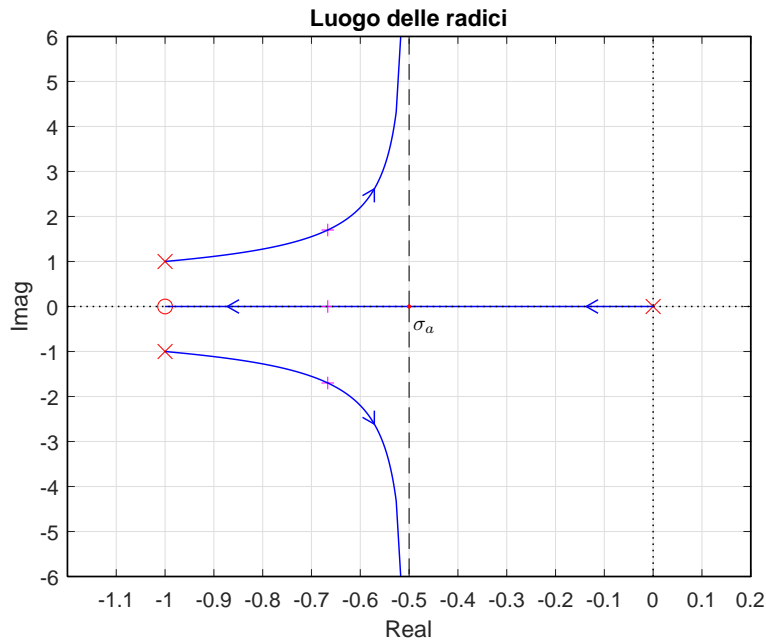


Figura 4: Luogo delle radici del sistema $G_1(s)$ al variare del parametro $\beta > 0$.

delle radici sono presenti 2 asintoti. Il centro degli asintoti è:

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(-2 + 1) = -0.5$$

Il sistema G_s presenta il minimo tempo di assestamento alla risposta al gradino quando è massima la distanza dei poli della $G(s)$ dall'asse immaginario. Tale distanza è massima

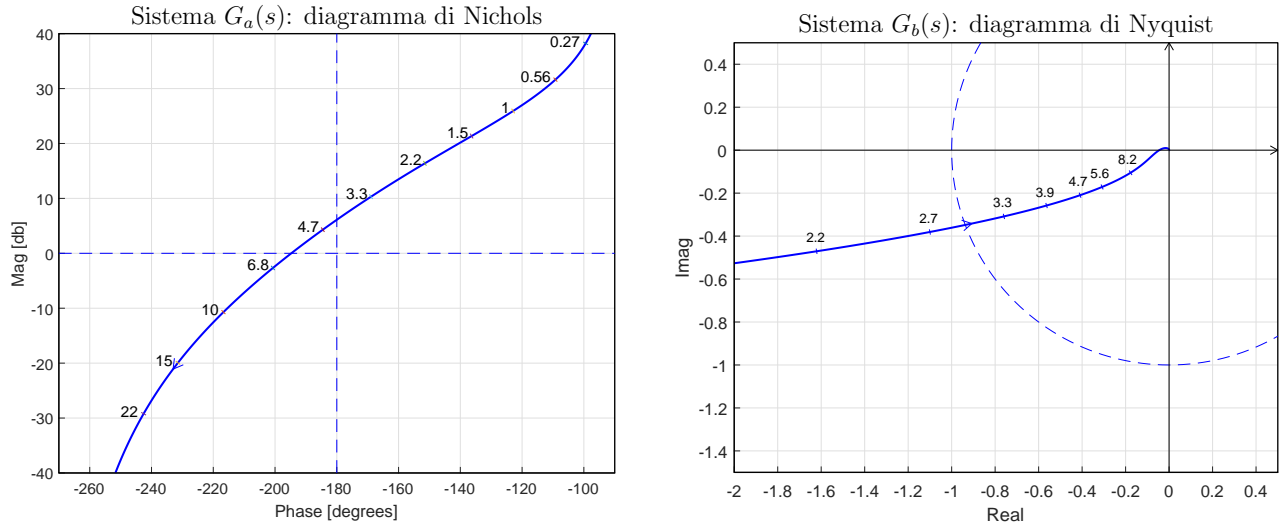
quando i poli sono allineati. In questo caso il sistema ha grado relativo $r = 2$ per cui l'ascissa σ_0 della condizione di allineamento può essere calcolata utilizzando il teorema del baricentro:

$$3\sigma_0 = \sum_{i=1}^3 p_i = -2 \quad \rightarrow \quad \sigma_0 = -\frac{2}{3} = -0.666$$

Il valore $\bar{\beta}$ del parametro β per cui si ha l'allineamento dei poli si calcola nel seguente modo:

$$\bar{\beta} = - \left. \frac{1}{G_2(s)} \right|_{s=\sigma_0} = 2.222$$

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete ritardatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

Soluzione. La posizione del punto B è completamente determinata dalla specifica di progetto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = -13.98$ db = 0.2 e $\varphi_B = -180^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio in Fig. 5. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 3.3$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 10.31 \text{ db} = 3.277, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -168.9^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi}, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi}$$

si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 1.451$ e $\tau_2 = 24.28$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.06103, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -11.08^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 1.451s)}{(1 + 24.28s)}.$$

Sintesi della rete correttiva $C_1(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A :

$\omega_A =$	[0.27	0.56	1	1.5	2.2	3.3]
$M_A =$	[81.53	38.14	19.75	11.69	6.6	3.277]
$\varphi_A =$	[260.6	250.8	237.1	223.7	208.5	191.1]
$M =$	[0.0024	0.0052	0.0101	0.0171	0.0303	0.0610]
$\varphi =$	[-80.59	-70.8	-57.09	-43.67	-28.54	-11.08]
$\tau_1 =$	[0.6044	0.612	0.635	0.6819	0.807	1.451]
$\tau_2 =$	[1530	360	117	55.74	30.56	24.28]

I diagrammi di Nichols delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 5.

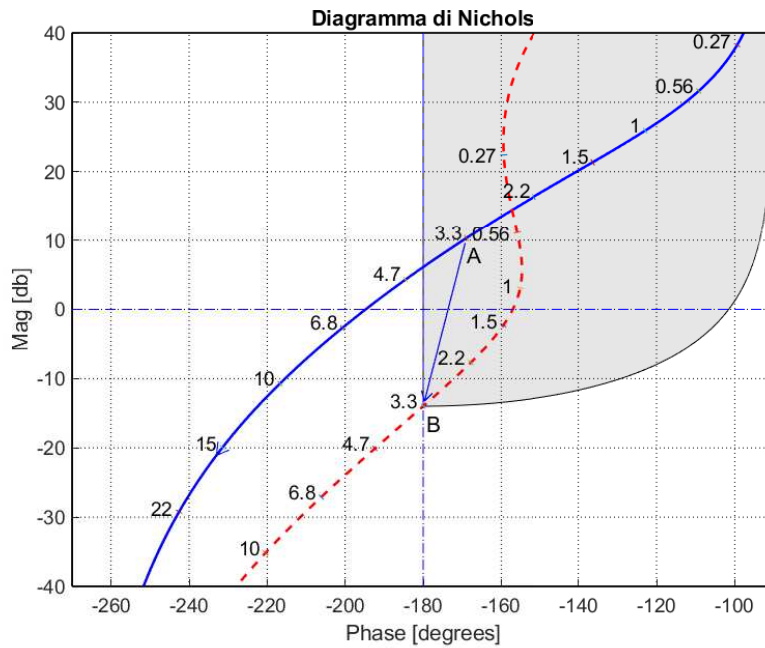


Figura 5: Diagrammi di Nichols delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$.

b.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete correttiva in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 60$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Soluzione. La posizione del punto B è completamente determinata dalla specifica di progetto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = 1$ e $\varphi_B = 240^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio in Fig. 6. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 4.7$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 0.4599, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = 207.1^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi}, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi}$$

si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 0.5231$ e $\tau_2 = 0.1489$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 2.175, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = 32.88^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 0.5231 s)}{(1 + 0.1489 s)}.$$

Sintesi della rete correttiva $C_1(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A :

$$\begin{aligned} \omega_A &= [3.9 \quad 4.7 \quad 5.6 \quad 8.2] \\ M_A &= [0.6197 \quad 0.4599 \quad 0.3524 \quad 0.2059] \\ \varphi_A &= [204.6 \quad 207.1 \quad 209.1 \quad 210.7] \\ M &= [1.614 \quad 2.175 \quad 2.837 \quad 4.857] \\ \varphi &= [35.43 \quad 32.88 \quad 30.93 \quad 29.31] \\ \tau_1 &= [0.3534 \quad 0.5231 \quad 0.6877 \quad 0.9926] \\ \tau_2 &= [0.0863 \quad 0.1489 \quad 0.1756 \quad 0.1659] \end{aligned}$$

I diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 6.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:

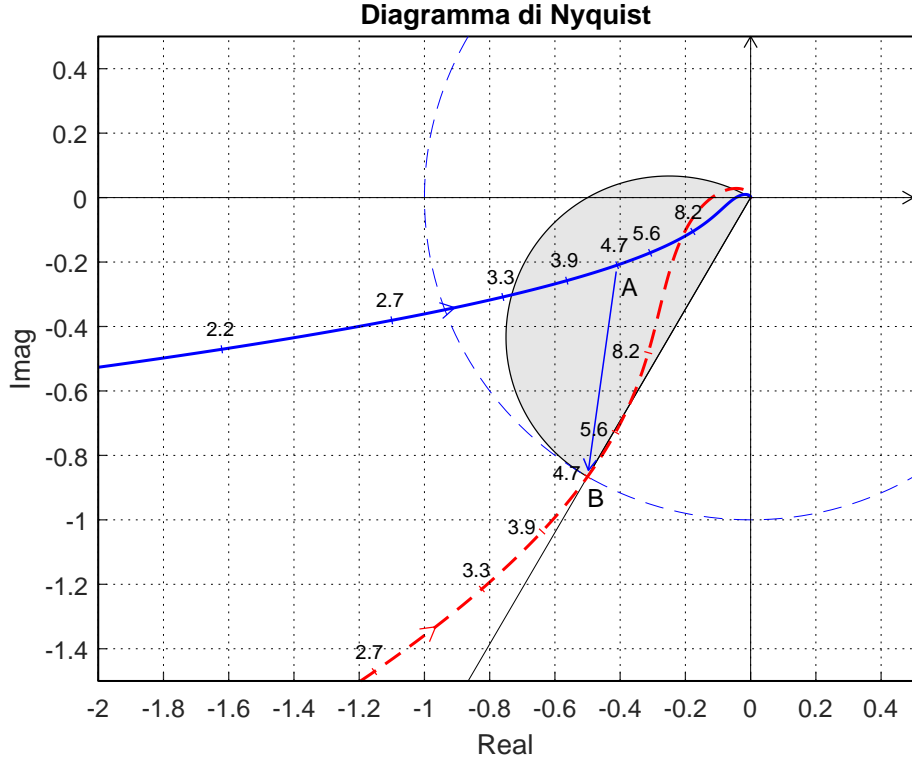
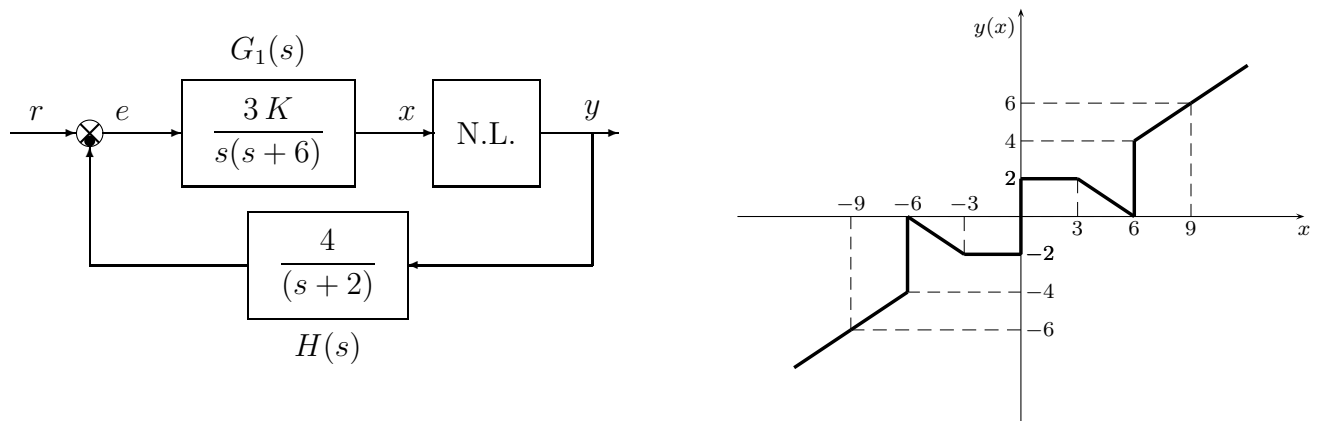


Figura 6: Diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_b(s)$ e $C_2(s)G_b(s)$.



c.1) Posto $K = 1$, calcolare il punto di lavoro (x_0, y_0) corrispondente al valore $r = 12$ dell'ingresso.

Sol. I guadagni statici delle funzioni $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $H(s)$, rispettivamente, sono:

$$K_1 = \infty, \quad K_2 = 1, \quad K_3 = 2.$$

La retta di carico della parte lineare del sistema è una retta orizzontale di ordinata:

$$y = \frac{r}{K_2 K_3} = \frac{r}{2}.$$

Per $r = 12$ la retta di carico è $y = 6$. In questo caso il punto di lavoro è:

$$(x_1, y_1) = (9, 6).$$

c.2) Posto $K = 1$, utilizzare il criterio del cerchio per verificare se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto $(x_0, y_0) = (9, 6)$.

Sol. Le pendenze α e β di 2 rette che centrate nel punto $(x_0, y_0) = (9, 6)$ racchiudono a settore tutta la non linearità sono le seguenti:

$$\alpha = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4, \quad \beta = 2.$$

Il cerchio critico interseca il semiasse reale negativo nei punti:

$$-\frac{1}{\alpha} = -\frac{15}{6} = -2.5, \quad -\frac{1}{\beta} = -\frac{1}{2}$$

Il margine di ampiezza K^* e la pulsazione ω^* della funzione $G(s) = G_1(s) G_2(s) H(s)$ si determinano utilizzando il criterio di Routh:

$$G(s) = \frac{12}{s(s+2)(s+6)} \quad \rightarrow \quad K^* = \frac{(2+6) \cdot 2 \cdot 6}{12} = 8, \quad \omega^* = \sqrt{12} = 3.4641.$$

Il valore di K^* è maggiore di β :

$$K^* = 8 > \beta = 2$$

e il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ non interseca il cerchio critico. Quindi, in base al criterio del cerchio, si può affermare che il sistema retroazionato è asintoticamente stabile nell'intorno del punto di lavoro. In Fig. 7 è mostrato il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ sovrapposto al cerchio critico.

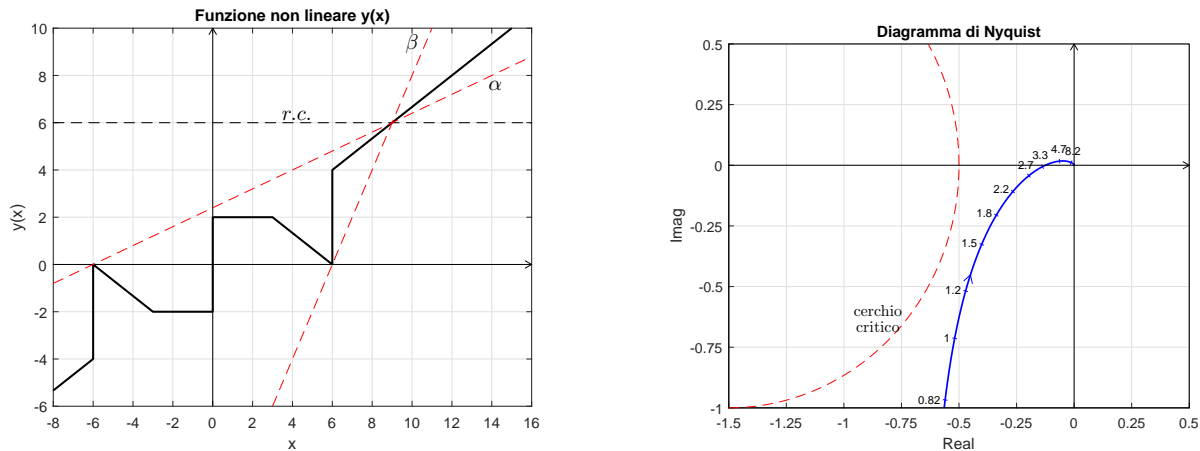


Figura 7: Diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ e cerchio critico.

- c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto $(0, 0)$. Utilizzare le variabili m_1, m_2, m_3, \dots per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione $F(X)$.

Sol. L'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ è mostrato in Fig. 8. Indi-

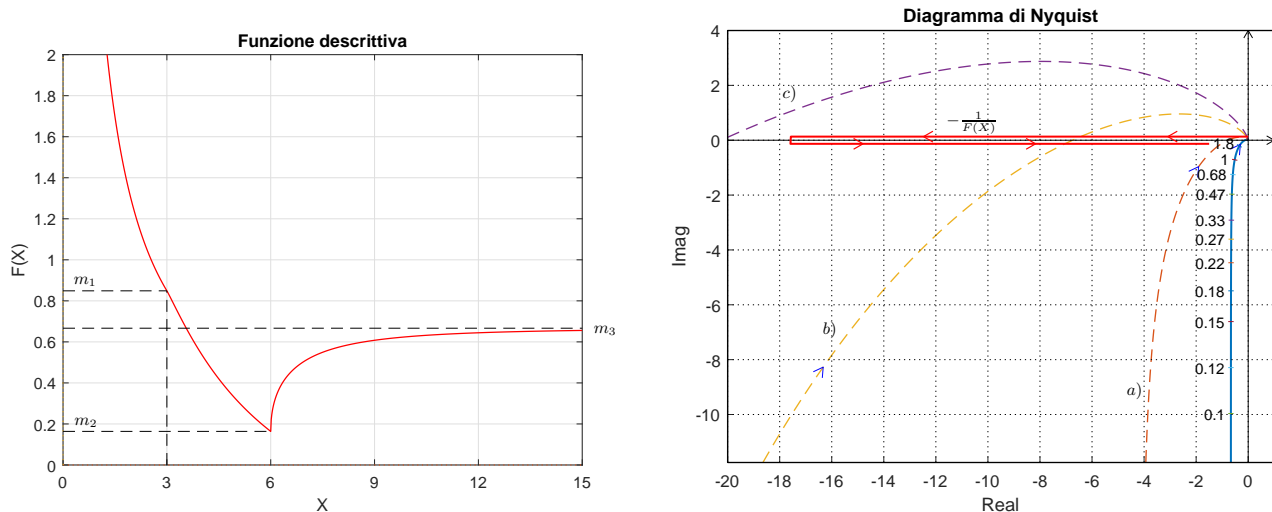


Figura 8: Andamento della funzione descrittiva $F(X)$.

chiamo: a) con m_1 il valore della funzione $F(X)$ per $X = 3$; b) con m_1 il valore minimo della funzione $F(X)$ per $X = 6$; c) con $m_3 = \frac{2}{3}$ il valore finale a cui tende la funzione $F(X)$ per $X \rightarrow \infty$. Il valore m_2 può essere calcolato esattamente sono conoscendo con precisione

la funzione $F(X)$. Il primo tratto della funzione descrittiva coincide con la funzione $F(X)$ di un relè ideale:

$$F(X) = \frac{8}{\pi X}$$

Utilizzando questa funzione si può calcolare il valore del parametro m_1 :

$$m_1 = F(X)|_{X=3} = \frac{8}{\pi X}|_{X=3} = \frac{8}{\pi 3} = 0.849.$$

c.4) Discutere “qualitativamente”, anche in funzione dei parametri m_1, m_2, m_3, \dots , l’esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

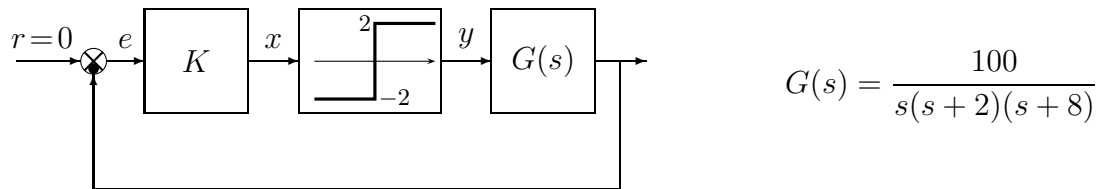
Sol. Per $K = 1$, il margine di ampiezza K_1^* del sistema $G_1(s)$ è $K_1^* = 8$. Per $K \neq 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $K G_1(s)$ è $K^* = \frac{K_1^*}{K} = \frac{8}{K}$. Al variare di K^* si possono avere le seguenti condizioni di funzionamento:

a) Per $K^* > m_3 = 0.666$ il diagramma di Nyquist della $G(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in un solo punto a cui corrisponde un ciclo limite stabile.

b) Per $m_2 < K^* < m_3$, il diagramma di Nyquist della $G(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in due punti a cui corrispondono un ciclo limite stabile (il primo) e uno instabile (il secondo).

c) Per $K^* < m_2$, la funzione $-1/F(X)$ è tutta interna al diagramma completo della funzione $G(s)$ per cui non vi sono cicli limite e il sistema retroazionato è instabile.

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato caratterizzato da un ingresso nullo $r = 0$:



d.1) Posto $K = 1$, determinare l’ampiezza X^* e la pulsazione ω^* dell’oscillazione autosostenuta che è presente all’interno del sistema.

d.2) Determinare il valore K_0 del parametro K a cui corrisponde un’oscillazione autosostenuta all’interno del sistema di ampiezza $X^* = 5$.

Soluzione.

d.1) La funzione descrittiva del relè ideale è:

$$F(X) = \frac{8}{\pi X}$$

Il margine di ampiezza K^* e la pulsazione ω^* della funzione $G(s)$ sono i seguenti:

$$K^* = \frac{2 \cdot 8(2+8)}{100} = 1.6 \quad \omega^* = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$$

L’ampiezza X^* dell’oscillazione autosostenuta si ricava imponendo $F(X^*) = K^*$:

$$\frac{8}{\pi X^*} = 1.6 \quad \rightarrow \quad X^* = \frac{8}{1.6 \pi} = \frac{5}{\pi} = 1.5915.$$

d.2) Per poter avere un’oscillazione autosostenuta con ampiezza $X^* = 5$, il margine di ampiezza K^* del sistema compensato dovrà essere uguale a $F(X^*)$:

$$\frac{K^*}{K} = \frac{8}{\pi X^*} = \frac{8}{\pi 5} \quad \rightarrow \quad K = \frac{5 \pi K^*}{8} = \frac{5 \pi 1.6}{8} = \pi = 3.1416.$$

e) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare il seguente sistema tempo-continuo:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+1)}{s(s+3)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.

Soluzione. Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro si ottiene:

$$D(z) = \left. \frac{(s+1)}{s(s+3)} \right|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} = \frac{-T(T+1) + (T)z^{-1}}{-3T-1 + (3T+2)z^{-1} - z^{-2}}$$

Sostituendo $T = 0.1$ si ottiene:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{-0.11 + 0.1z^{-1}}{-1.3 + 2.3z^{-1} - z^{-2}}$$

La corrispondente equazione alle differenze ha la forma seguente:

$$m_k = \frac{1}{-1.3} [-2.3 m_{k-1} + m_{k-2} - 0.11 e_k + 0.1 e_{k-1}]$$

cioè:

$$m_k = 1.7692 m_{k-1} - 0.76923 m_{k-2} + 0.084615 e_k - 0.076923 e_{k-1}$$

f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta $y(n)$ della seguente equazione alle differenze:

$$y(n+1) = 0.6 y(n) + 4 x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario $x(n) = 1$.

Soluzione. L'equazione alle differenze genera la seguente funzione discreta $G(z)$:

$$y(n+1) - 0.6 y(n) = 4 x(n) \quad \leftrightarrow \quad G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{4}{z - 0.6}$$

La \mathcal{Z} -trasformata del segnale di ingresso $x(n) = 1$ è:

$$X(z) = z/(z-1).$$

La \mathcal{Z} -trasformata $Y(z)$ del segnale di uscita è quindi la seguente:

$$Y(z) = G(z)X(z) = \frac{4z}{(z-0.6)(z-1)}$$

Mediante il metodo della scomposizione in fratti semplici si ricava:

$$Y(z) = z \left[\frac{4}{(z-1)(z-0.6)} \right] = z \left[\frac{10}{(z-1)} - \frac{10}{(z-0.6)} \right]$$

e quindi:

$$Y(z) = \frac{10z}{(z-1)} - \frac{10z}{(z-0.6)} \quad \rightarrow \quad y(n) = 10 [1 - 0.6^n].$$

Controlli Automatici B
6 Giugno 2025 - Domande Teoriche

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 5z^{-1} + 3z^{-2}}{2 + 4z^{-1} + 6z^{-2} + z^{-3}} \quad \rightarrow \quad 2y_k + 4y_{k-1} + 6y_{k-2} + y_{k-3} = x_k + 5x_{k-1} + 3x_{k-2}$$

2. Calcolare le successioni discrete $x(k)$ corrispondenti alle seguenti funzioni complesse $X(z)$:

$$X(z) = \frac{2z}{(z - e^{-3T})} \quad \rightarrow \quad x(k) = 2e^{-3kT} \qquad X(z) = \frac{5Tz}{(z - 1)^2} \quad \rightarrow \quad x(k) = 5kT$$

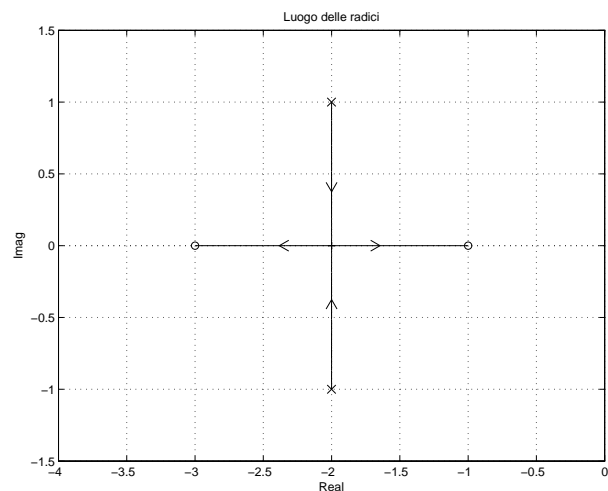
3. A fianco é riportato il luogo delle radici del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{(s + 1)(s + 3)}{(s + 2)^2 + 1}$$

al variare del parametro $K > 0$.

Determinare per quale valore di K i due poli del sistema retroazionato si trovano nel punto di diramazione:

$$\bar{K} = - \left. \frac{1}{G(s)} \right|_{s=-2} = - \left. \frac{(s+2)^2+1}{(s+1)(s+3)} \right|_{s=-2} = 1$$



4. La stabilità di un sistema non lineare:

- è una proprietà locale
- è una proprietà globale
- dipende dal segnale d'ingresso
- presenta le stesse proprietà del caso lineare

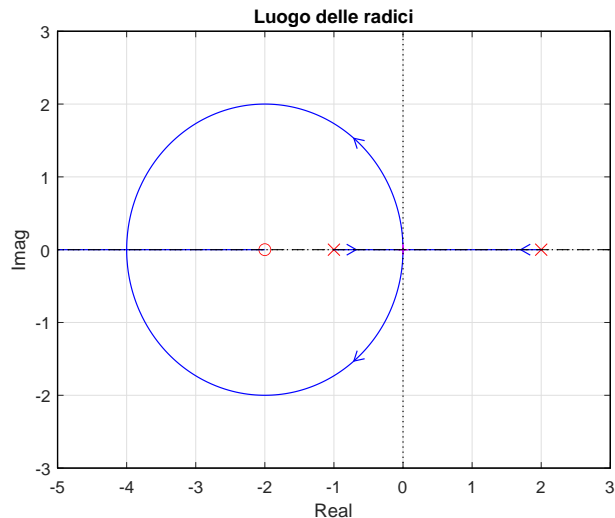
5. Il valore a regime $x(\infty)$ della sequenza $x(k)$ corrispondente alla funzione $X(z) = \frac{z(z+1)}{(z-1)(z-0.5)}$ è:

- $x(\infty) = 0$
- $x(\infty) = 1$
- $x(\infty) = 2$
- $x(\infty) = 4$

6. Il luogo delle radici di un sistema caratterizzato da guadagno d'anello $K G(s)$, con $G(s)$ in forma fattorizzata poli-zeri:

- può presentare intersezioni con l'asse immaginario che, se presenti, si possono determinare con il Criterio di Routh
- ha tanti rami quanti sono i poli di $K G(s)$ meno gli zeri di $K G(s)$
- è simmetrico rispetto agli assi reale ed immaginario
- può presentare degli asintoti che, se presenti, formano una stella di raggi centrati in un punto dell'asse reale

7. A fianco è riportato il luogo delle radici di un sistema discreto $G(z)$ posto in retroazione negativa al variare del parametro $K > 0$. È possibile affermare che:



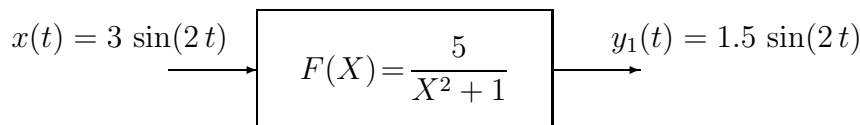
- Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per $\bar{K} < K < K^*$
- Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per $K > \bar{K}$
- Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per $K < K^*$
- La funzione $G(z)$ presenta due poli reali semplici

8. Indicare, tra i seguenti sistemi discreti $G(z)$, quello che ha la risposta impulsiva che tende a zero "più rapidamente":

- $G(z) = \frac{1}{z(z+0.5)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(3z-1)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(3z+2)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(z-0.3)}$

9. Sia $y_1(t) = 1.5 \sin(2t)$ l'andamento della fondamentale del segnale periodico che si ha all'uscita di un elemento non lineare caratterizzato da una funzione descrittiva $F(X) = \frac{5}{X^2+1}$. Indicare qual è l'andamento temporale $x(t)$ del segnale periodico in ingresso al blocco non lineare:

N.L.



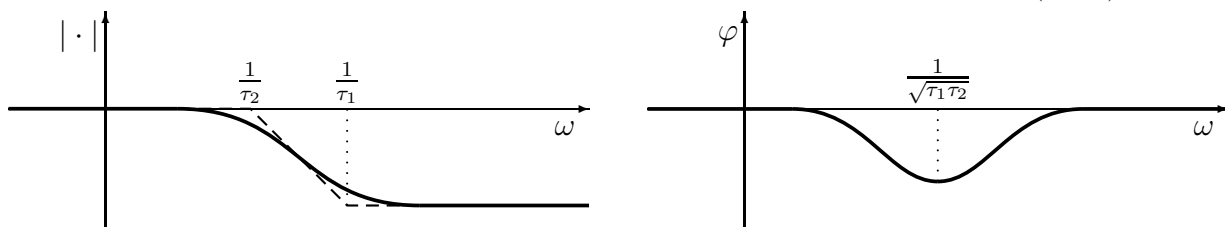
10. Scrivere la funzione di trasferimento $H_0(s)$ del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

11. Scrivere il margine di ampiezza K^* e la pulsazione ω^* di attraversamento del semiasse reale negativo del seguente sistema a ritardo finito:

$$G(s) = \frac{\alpha e^{-t_0 s}}{s} \quad \rightarrow \quad K^* = \frac{\pi}{2\alpha t_0} \quad \omega^* = \frac{\pi}{2t_0}$$

12. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete ritardatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$, ($\tau_1 < \tau_2$):



13. La trasformazione bilineare è definita come segue:

- $s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$
- $s = \frac{2}{T} \frac{z+1}{z-1}$
- $s = \frac{2}{T} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$
- $s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$

14. Sia data una rete correttiva $G(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$. Si scelgano le affermazioni corrette fra le seguenti:

- il guadagno statico della rete è $\frac{\tau_1}{\tau_2}$
- la rete influirà sulle specifiche di precisione del sistema controllato
- la rete è a fase minima se $\tau_1 > 0$ e $\tau_2 > 0$
- la rete influirà sulle specifiche di velocità di risposta del sistema controllato