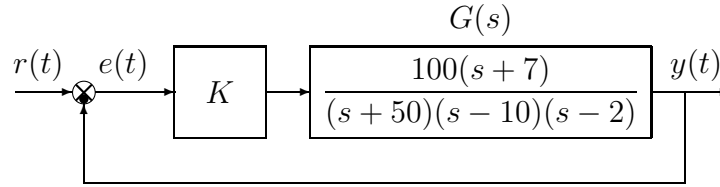


# Controlli Automatici B

## 6 febbraio 2026 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

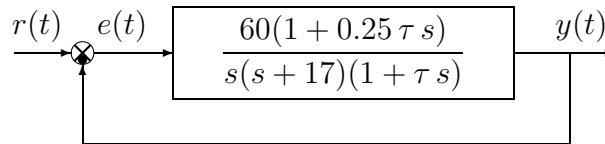
a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



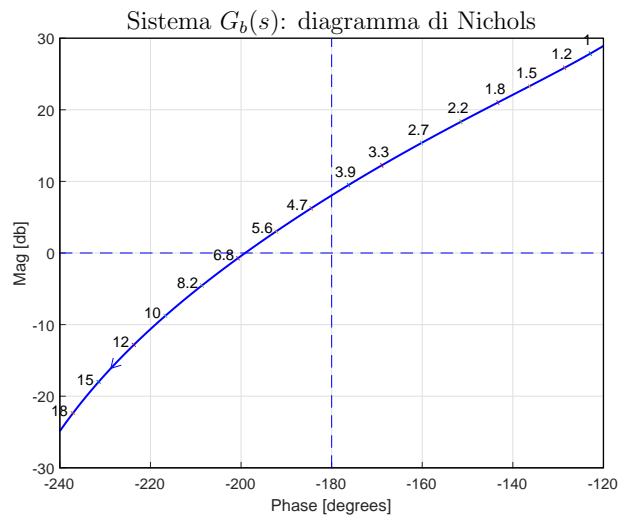
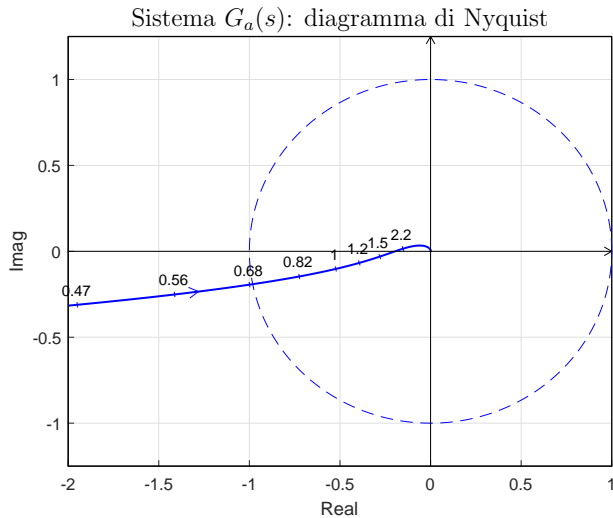
a.1) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni  $\omega^*$  con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno  $K^*$ . Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

a.2) Determinare per quale valore  $\bar{K}$  di  $K$  il sistema retroazionato "stabile" ha i poli alla massima distanza dall'asse immaginario.

a.3) Tracciare qualitativamente il contorno delle radici del seguente sistema retroazionato al variare del parametro  $\tau > 0$ . Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".



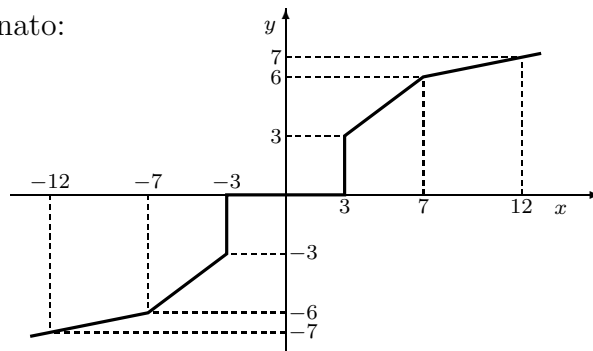
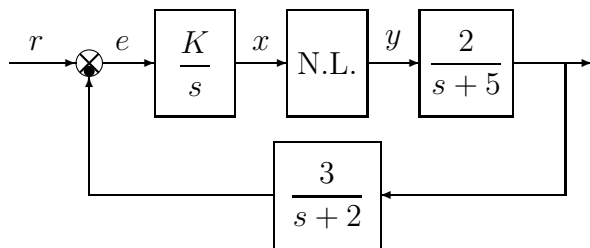
b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi  $G_a(s)$  e  $G_b(s)$ :



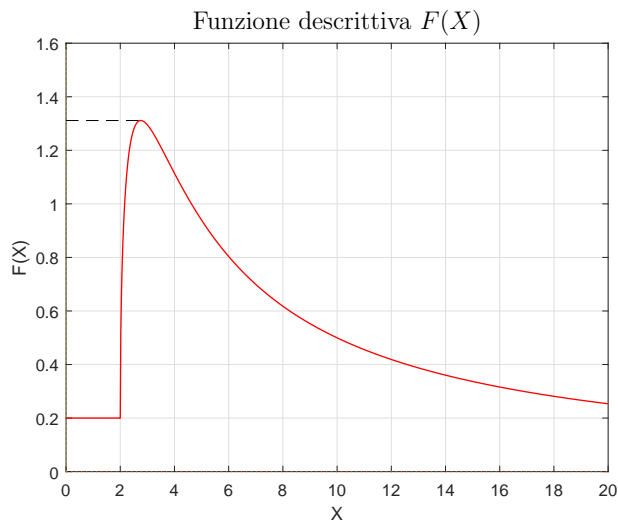
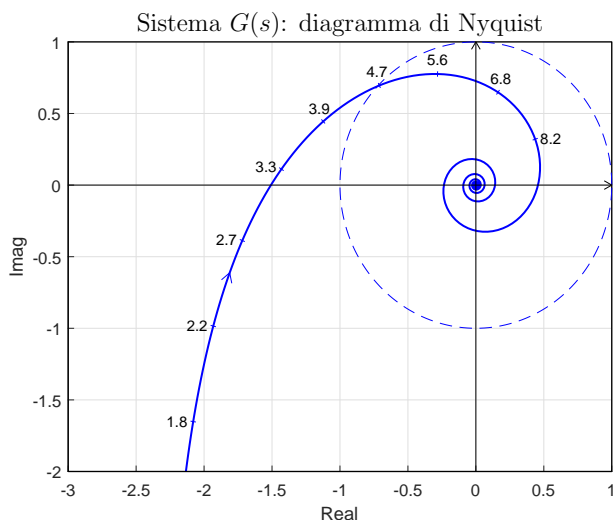
b.1) Per il sistema  $G_a(s)$ , progettare una rete correttiva  $C(s)$  in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\varphi = 60^\circ$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;

b.2) Per il sistema  $G_b(s)$  progettare una rete ritardatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza  $M_a = 5$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



- c.1) Posto  $K = 1$ , determinare per quale valore  $r_1$  dell'ingresso  $r$  il punto di lavoro del sistema retroazionato è posizionato in  $(x_1, y_1) = (5, 4.5)$ .
  - c.2) Posto  $K = 1$  ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto  $(x_1, y_1) = (5, 4.5)$ .
  - c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva  $F(X)$  della non linearità  $y(x)$  nell'intorno del punto  $(0, 0)$ . Utilizzare delle variabili (per esempio:  $m_1, m_2, \dots$ ) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione  $F(X)$ .
  - c.4) Discutere "qualitativamente" (in funzione anche dei parametri  $m_1, m_2, \dots$ ) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno  $K > 0$ .
- d) Dato il diagramma di Nyquist di un sistema  $G(s)$  posto in retroazione negativa su di una non linearità  $y = y(x)$  di cui viene fornita la funzione descrittiva  $F(X)$ .



- d.1) Nei limiti della precisione dei grafici forniti, determinare l'ampiezza  $X^*$ , la pulsazione  $\omega^*$  e la stabilità degli eventuali cicli limite stabili presenti nel sistema retroazionato.
  - d.2) Progettare i parametri  $\tau_1$  e  $\tau_2$  di una rete correttiva  $C(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$  da mettere in cascata al sistema  $G(s)$  in modo che nel sistema retroazionato sia presente un ciclo limite stabile di ampiezza  $X^* = 3$  in corrispondenza della pulsazione  $\omega^* = 2.2$ .
- e) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare la seguente rete correttiva

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s + 7)}{(s + 2)(s + 1)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.1$ .

- f) Partendo dalla condizione iniziale non nulla  $y(0) = 1$ , calcolare la risposta  $y(n)$  al gradino unitario  $x(n) = (1, 1, 1, \dots)$  del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n + 1) - y(n) = 3x(n)$$

**Controlli Automatici B**  
**6 febbraio 2026 - Domande Teoriche**

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere la funzione di trasferimento discreta  $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$  corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

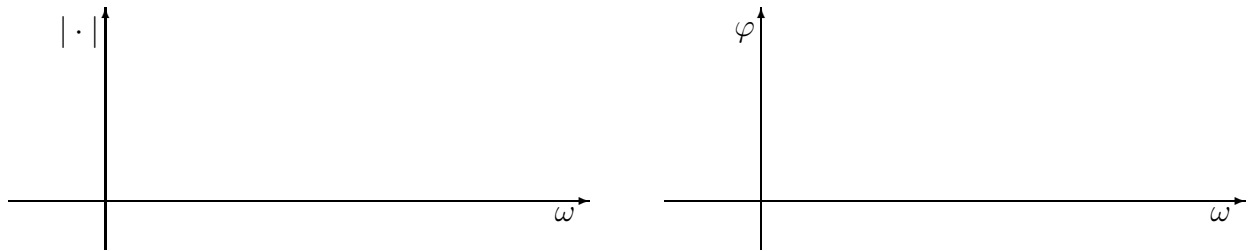
$$y_{n+3} + 4y_{n+2} + 5y_{n+1} + 3y_n = 7x_{n+2} + 2x_{n+1} \quad \rightarrow \quad G(z) =$$

2. Sia  $G(z)$  la  $\mathcal{Z}$ -trasformata della successione numerica  $g(k)$ . Scrivere gli enunciati dei teoremi del valore iniziale e del valore finale:

$$g(0) = g(k)|_{k=0} =$$

$$g(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} g(k) =$$

3. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete anticipatrice  $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$ , ( $\tau_1 > \tau_2$ ):



4. Fornire l'enunciato del Teorema del baricentro: *La somma dei poli del sistema ottenuto chiudendo in retroazione un sistema dinamico descritto da una funzione di trasferimento  $G(s)$  razionale fratta con ...*

5. In un sistema discreto a segnali campionati, qual è il legame che lega la variabile discreta  $z$  e la variabile  $s$  di Laplace?

$$z =$$

6. Scrivere la funzione di trasferimento  $H_0(s)$  del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) =$$

7. Calcolare la soluzione  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale  $y(0) = y_0$ :

$$y(n+1) + 0.4y(n) = 0 \quad \rightarrow \quad y(n) =$$

8. Calcolare la  $\mathcal{Z}$ -trasformata  $X(z)$  delle seguenti due successioni numeriche  $x(k)$ :

$$x(k) = 3k \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

$$x(k) = e^{2kT} \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

9. Nel piano  $z$  i luoghi dei punti a coefficiente di smorzamento  $\delta$  costante

- sono rette uscenti dall'origine                       sono tratti di spirali verso l'origine  
 sono circonferenze centrate nell'origine            nessuna delle precedenti risposte

10. L'uso di un regolatore standard di tipo PI è consigliato:

- Se si desidera introdurre un anticipo di fase
- Se si desidera amplificare alle basse frequenze
- Se si desidera introdurre un ritardo di fase alle alte frequenze
- Se si desidera avere errore a regime nullo per ingresso a gradino

11. Si consideri il sistema

$$G(s) = \frac{(s-1)(s+12)}{(s^2+4)(s+10)}$$

e il corrispondente luogo delle radici rappresentato in figura.

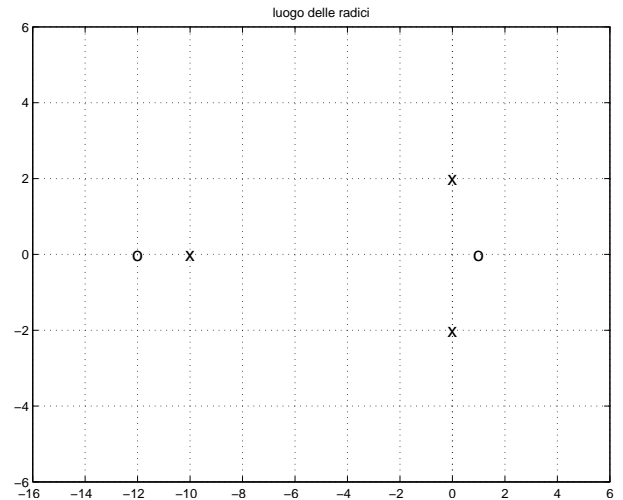
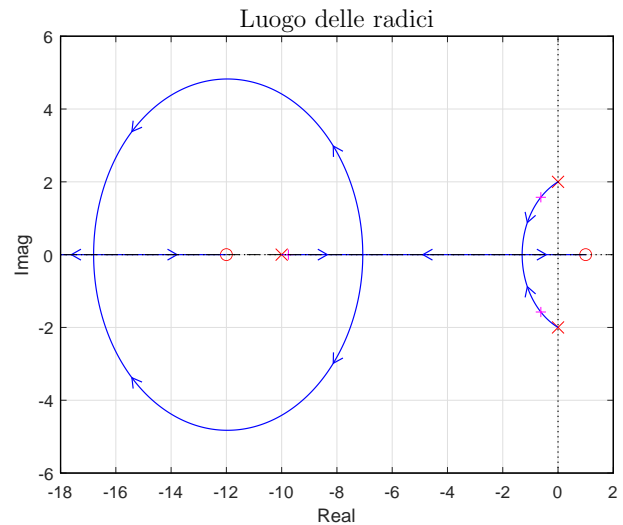
1) Determinare per quali valori di  $K > 0$  il sistema retroazionato è stabile.

$$\dots < K < \dots$$

2) Nei limiti della precisione consentita dal grafico riportato sopra, calcolare il minimo tempo di assestamento ottenibile al variare di  $K > 0$ .

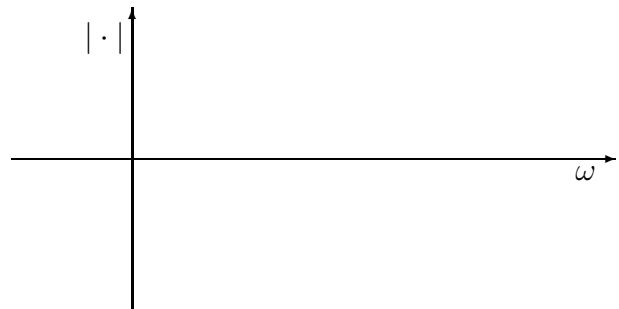
$$T_a =$$

3) Nella figura a fianco, tracciare il luogo delle radici per valori  $K < 0$ .

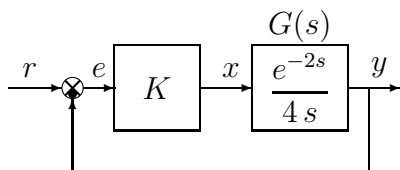


12. Scrivere la funzione di trasferimento  $G(s)$  di un regolatore standard PID e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli:

$$G(s) =$$



13. Sia dato il seguente sistema retroazionato. Per quale valore di  $K$  il sistema retroazionato è stabile con un margina di fase  $M_\varphi = 60^\circ$ ?



$$K =$$