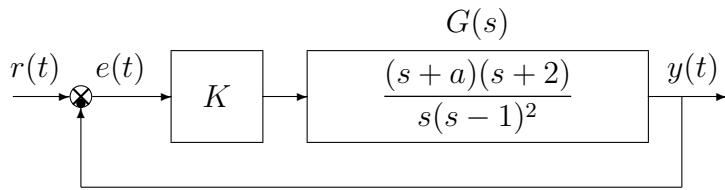


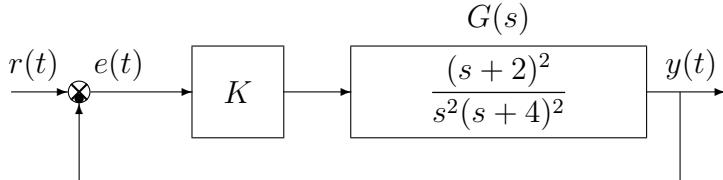
**Controlli Automatici B**  
**4 Luglio 2019 - Esercizi**

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

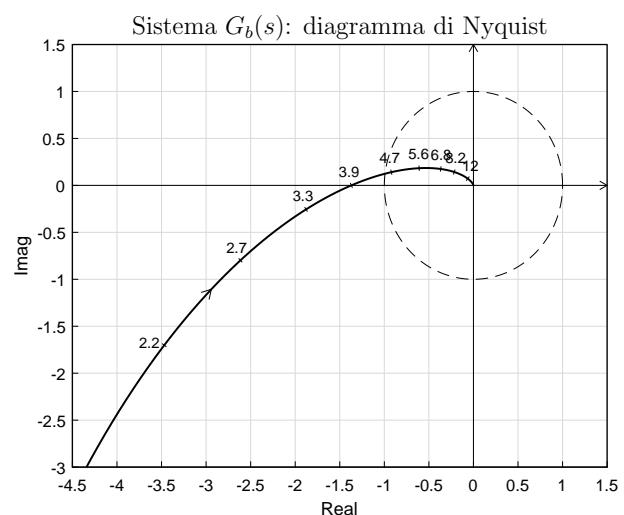
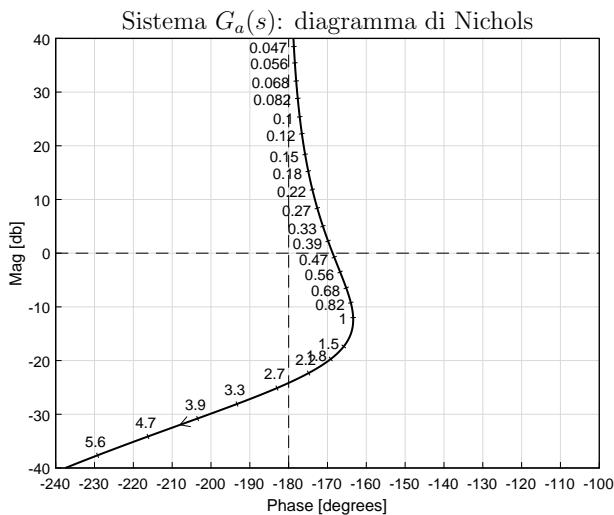


- a.1) Posto  $a = 1$ , tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni  $\omega^*$  con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno  $K^*$ . Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.
- a.2) Posto  $K = 6$ , tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $a > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti e le eventuali intersezioni  $\omega^*$  con l'asse immaginario. Determinare inoltre per quale valore  $\bar{a}$  del parametro  $a$  il sistema retroazionato presenta il minimo tempo di assestamento. Determinare la posizione degli eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.
- a.3) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



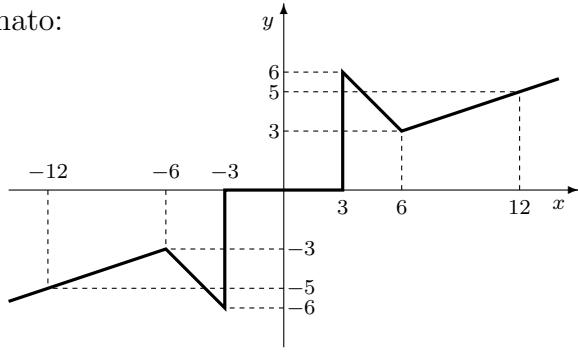
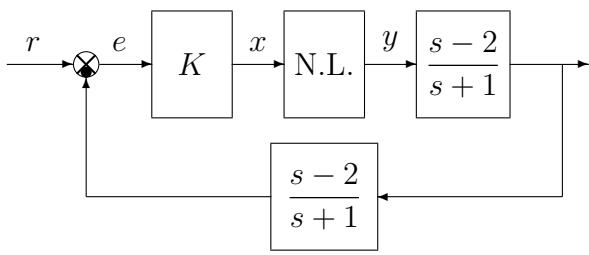
Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare in modo esatto la posizione degli asintoti e in modo “qualitativo” tutti gli altri aspetti del luogo delle radici.

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi  $G_a(s)$  e  $G_b(s)$ :



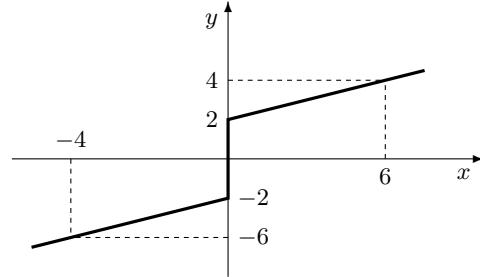
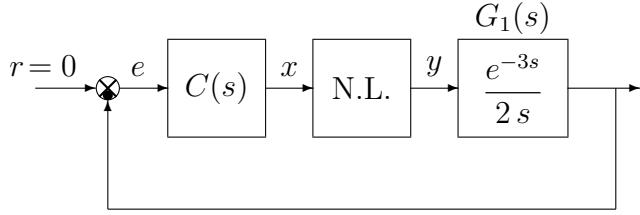
- b.1) Per il sistema  $G_a(s)$ , progettare una rete correttrice in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\varphi = 50^\circ$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno.
- b.2) Per il sistema  $G_b(s)$ , progettare una rete correttrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza  $M_a = 8$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



- Posto  $K = 1$ , determinare per quali valori  $r_1$  ed  $r_2$  dell'ingresso  $r$  i punti di lavoro del sistema retroazionato sono posizionati in  $(x_1, y_1) = (1, 0)$  e in  $(x_2, y_2) = (3, 3)$ .
- Posto  $K = 1$ ,  $r = r_1$  ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto  $(x_1, y_1) = (1, 0)$ .
- Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva  $F(X)$  della non linearità  $y(x)$  nell'intorno del punto  $(0, 0)$ . Utilizzare le variabili  $m_0, m_1, m_2, \dots$  per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione  $F(X)$ .
- Discutere "qualitativamente", anche in funzione dei parametri  $m_0, m_1, m_2, \dots$ , l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno  $K > 0$ .

d) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



dove la nonlinearità è caratterizzata dalla funzione  $y = f(x)$  mostrata in figura.

- Posto  $C(s) = 1$ , calcolare l'ampiezza  $X^*$  e la pulsazione  $\omega^*$  dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema.
- Calcolare i parametri  $\tau_1$  e  $\tau_2$  di una rete correttrice  $C(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$  in modo da garantire che all'interno del sistema retroazionato sia presente un'oscillazione autosostenuta la cui pulsazione  $\omega_c$  e la cui ampiezza  $X_c$  siano:  $\omega_c = \frac{\pi}{9}$  e  $X_c = 1$ .

e) Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri, discretizzare la seguente rete correttrice

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+2)^2}{s(s+1)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.1$  e si imponga l'uguaglianza dei guadagni alle alte frequenze.

- f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta al gradino unitario  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze:

$$y(n+1) = 0.6 y(n) + x(n)$$

- g) Calcolare la risposta  $y(n)$  del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n+1) + 0.5 y(n) = 2 x(n)$$

quando  $x(n) = 0$  e la condizione iniziale del sistema è  $y(0) = 3$ .

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere la funzione  $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$  corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$y_n = -2y_{n-1} - 3y_{n-2} + 4x_{n-1} + 6x_{n-2} \quad \rightarrow \quad G(z) =$$

2. Calcolare la  $\mathcal{Z}$ -trasformata  $X(z)$  dei seguenti segnali tempo continuo  $x(t)$  quando  $t = kT$ :

$$x(t) = 2e^{-3t} \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

$$x(t) = 3t \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

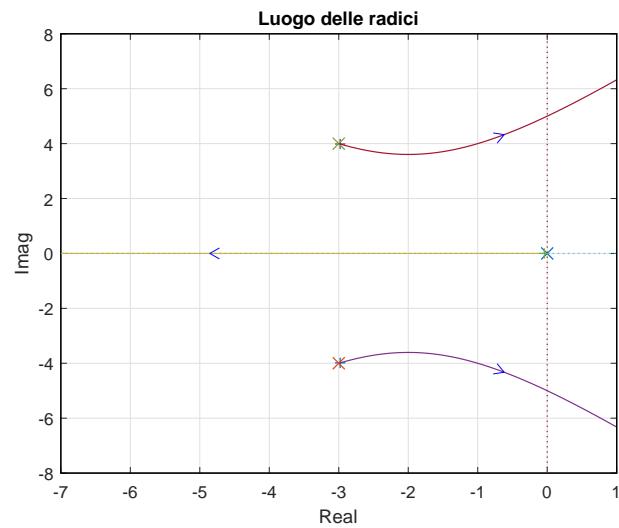
3. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema  $G(s) = \frac{1}{s(s^2+6s+25)}$  al variare del parametro  $K > 0$ . Utilizzando, quando è possibile, il teorema del baricentro calcolare:

- 4.1) L'ascissa  $\sigma_0$  corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

$$\sigma_0 =$$

- 4.2) Il valore  $K_0$  corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

$$K_0 =$$



- 4.3) La posizione  $p_1^*$  del polo sull'asse reale quando gli altri 2 poli si trovano sull'asse immaginario  $p_{2,3}^* = \pm j\omega^*$  e il corrispondente valore del guadagno  $K^*$ :

$$p_1^* =$$

$$K^* =$$

4. Sia  $G(z)$  la  $\mathcal{Z}$ -trasformata della successione numerica  $g(k)$ . Scrivere gli enunciati dei teoremi del valore iniziale e del valore finale:

$$g(0) = g(k)|_{k=0} =$$

$$g(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} g(k) =$$

5. La funzione  $G(s) = K(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$ , che rappresenta un regolatore standard PID,

- è fisicamente realizzabile
- non è fisicamente realizzabile
- è un modello ideale semplificato dei PID realizzati fisicamente

6. Una rete ritardatrice viene inserita in un anello di controllo

- per ridurre gli errori a regime per ingresso a gradino
- per migliorare l'andamento "a regime" del sistema retroazionato
- per migliorare l'andamento "in transitorio" del sistema retroazionato

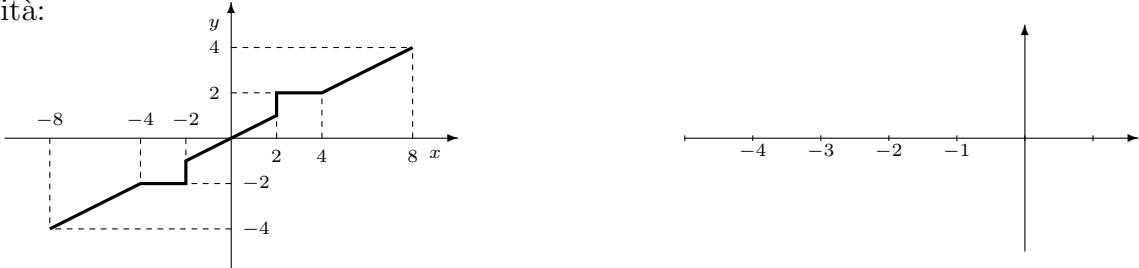
7. Pensando al legame teorico esistente tra le variabili complesse  $z$  ed  $s$ , indicare quali delle seguenti funzioni di trasferimento discrete  $C(z)$  sono (a meno di una costante) delle reti ritardatrici :

- $C(z) = \frac{(z+0.2)}{(z-0.6)}$
- $C(z) = \frac{(z-0.4)}{(z-0.2)}$
- $C(z) = \frac{(z-0.6)}{(z-0.4)}$
- $C(z) = \frac{(z-0.4)}{(z-0.8)}$

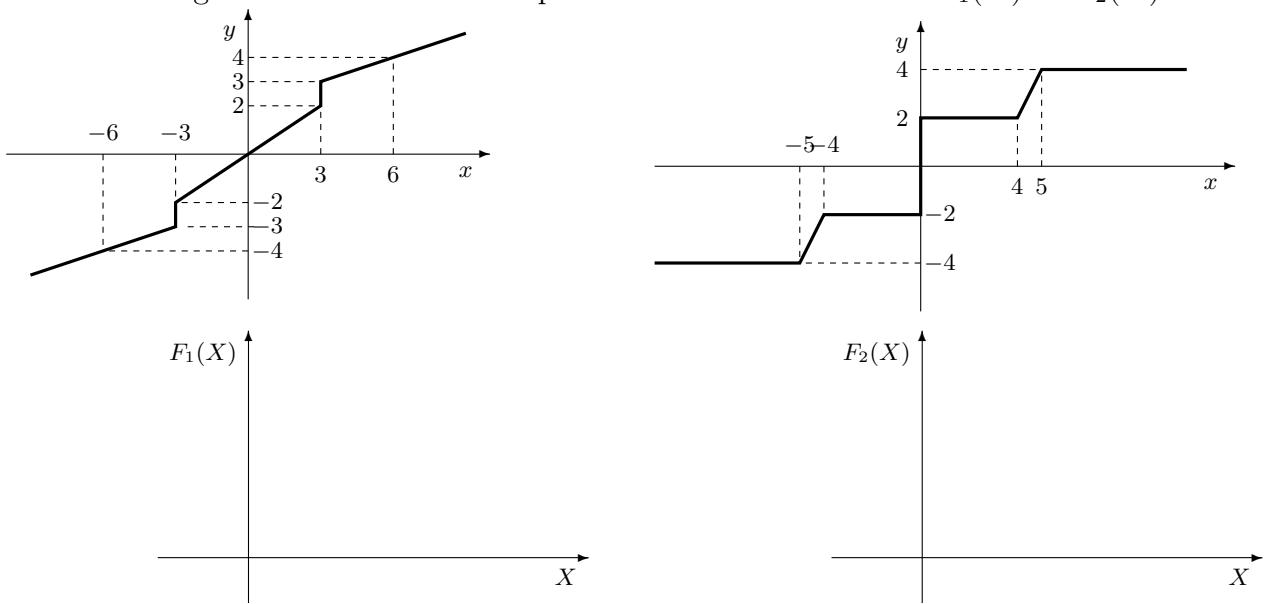
8. Indicare quale dei seguenti sistemi discreti  $G(z)$  ha la risposta impulsiva  $g(k)$  che tende a zero più “lentamente”:

$G(z) = \frac{1}{z(z+0.2)}$      $G(z) = \frac{1}{z(z-0.4)}$      $G(z) = \frac{1}{(z+0.6)}$      $G(z) = \frac{1}{(z-0.8)}$

9. Sia  $(0, 0)$  il punto di lavoro. Disegnare il cerchio critico corrispondente alle seguenti non linearità:



10. Date le seguenti caratteristiche non lineari simmetriche rispetto all'origine, determinare “qualitativamente” gli andamenti delle corrispondenti funzioni descrittive  $F_1(X)$  ed  $F_2(X)$ :



11. Per poter applicare il metodo base della funzione descrittiva ad un sistema  $G(s)$  retroazionato su una non linearità  $y = f(x)$

- il sistema  $G(s)$  deve essere a fase minima
- la non linearità  $y = f(x)$  deve essere di tipo “a settore”
- la non linearità  $y = f(x)$  deve essere simmetrica rispetto all'origine

12. Sia  $Y(X) \sin(\omega t + \varphi(X))$  la fondamentale del segnale periodico  $y(t)$  presente all'uscita di una non linearità algebrica  $y(t) = f(x(t))$  in risposta al segnale  $x(t) = X \sin(\omega t)$  in ingresso. Fornire la definizione di funzione descrittiva  $F(X)$ :

$$F(X) =$$

13. La funzione descrittiva  $F(X)$  di un relè ideale di ampiezza  $Y_1$  è:

$F(X) = \frac{\pi X}{4Y_1}$      $F(X) = \frac{\pi Y_1}{4X}$      $F(X) = \frac{4X}{\pi Y_1}$      $F(X) = \frac{4Y_1}{\pi X}$

14. Il teorema del baricentro del luogo delle radici può essere applicato

- anche a funzioni  $G(s)$  trascendenti
- solo a funzioni  $G(s)$  con grado relativo  $r > 2$
- solo a funzioni  $G(s)$  con grado relativo  $r \geq 2$
- anche a funzioni  $G(s)$  razionali fratte e instabili