

Controlli Automatici - Prima parte
21 Giugno 2023 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

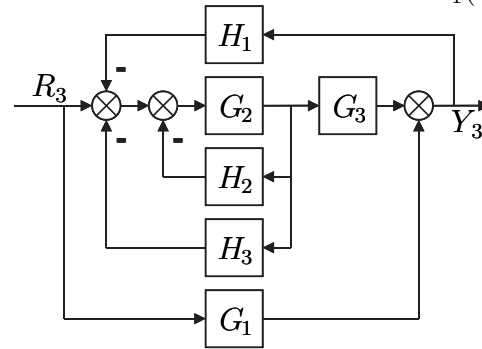
a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = (6 + 3e^{-2t}) \sin(5t), \quad x_2(t) = (3 + 5t^4) e^{2t}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{s+2}{s+9}, \quad G_2(s) = \frac{7}{s(1+3s)}$$

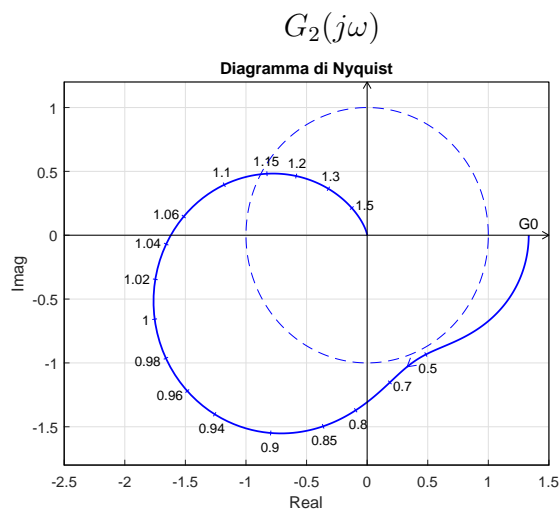
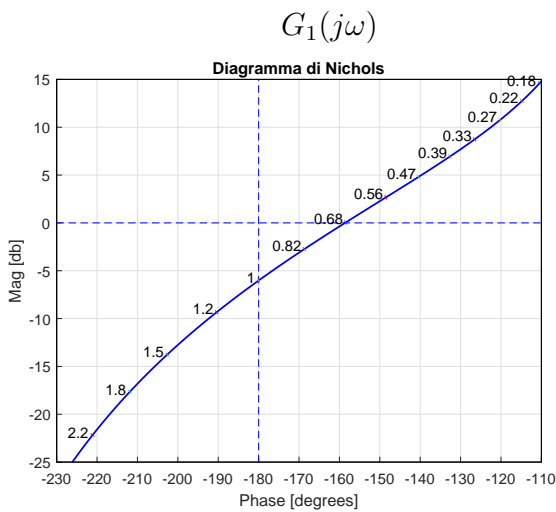
b) Dato lo schema a blocchi riportato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s)$:



$$G_1(s) = \frac{Y_3(s)}{R_3(s)} = \dots$$

c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

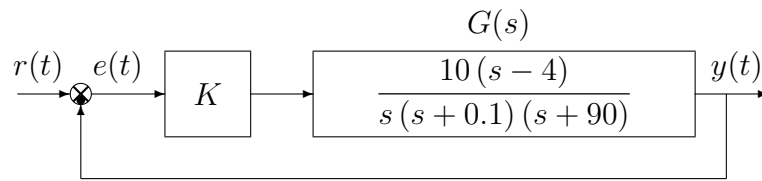
- c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;
- c.2) il margine di fase M_φ del sistema;
- c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;
- c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;



- c.1) $M_a = \dots\dots\dots$
- c.2) $M_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.3) $K_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.4) $K_\alpha = \dots\dots\dots$

- c.1) $M_a = \dots\dots\dots$
- c.2) $M_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.3) $K_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.4) $K_\alpha = \dots\dots\dots$

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



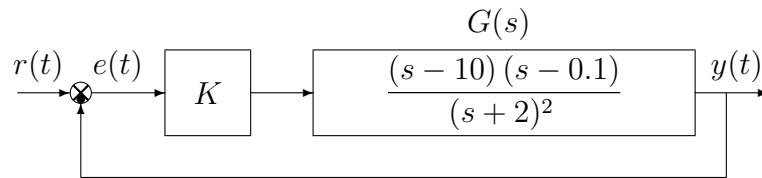
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l’asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^* .

d.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.02$ per ingresso a rampa $x(t) = 4t$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



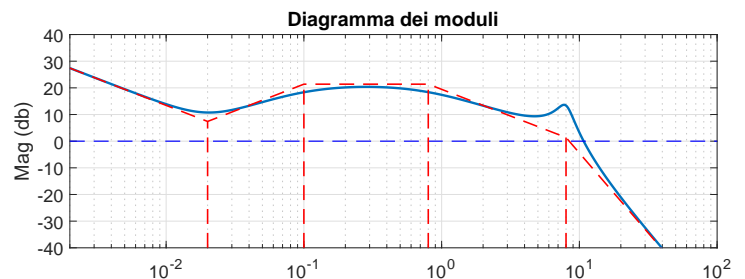
e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

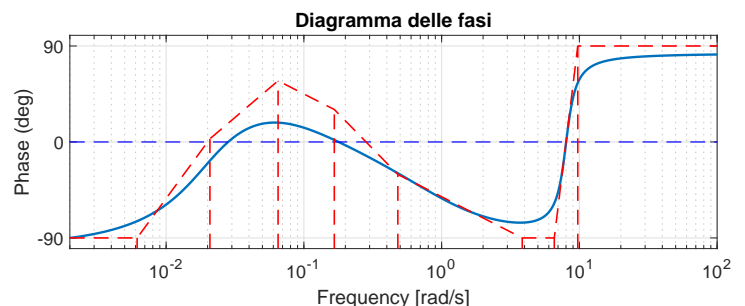
f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l’espressione analitica della funzione $G(s)$.



$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ .



Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

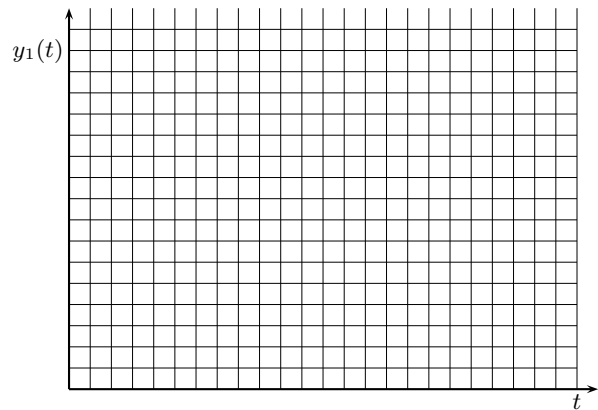
$$5 \ddot{y}(t) + 3 \dot{y}(t) + y(t) + 4y(t) = 3 \ddot{x}(t) + 2x(t) \quad \rightarrow \quad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{s}{(s+4)}$$

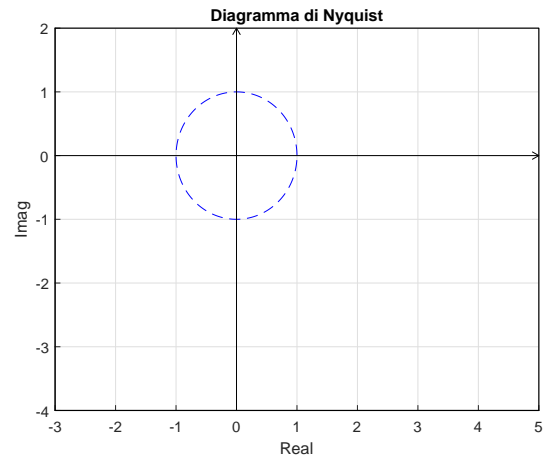
Calcolare inoltre il valore iniziale y_0 , il valore y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:

$$y_0 = \quad y_\infty \simeq \quad T_a \simeq$$



3. Sul piano di Nyquist riportato a fianco disegnare l'andamento qualitativo della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ di un sistema $G(s)$ a fase minima caratterizzato dai seguenti parametri:

- a) Guadagno statico $G(0) = 4$;
- b) Margine di fase $M_\varphi \simeq 30^\circ$;
- c) Margine di ampiezza $M_\alpha \simeq 2$;
- d) Grado relativo $r = 3$;



4. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale $x(t)$:

$$x(t) = 5 + 3 \cos(2t) \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{G(s)}{(s+2)^2}} \quad \rightarrow \quad y(t) \simeq \dots$$

5. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $2\dot{y}(t) + 3y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 4$.

$$y(t) =$$

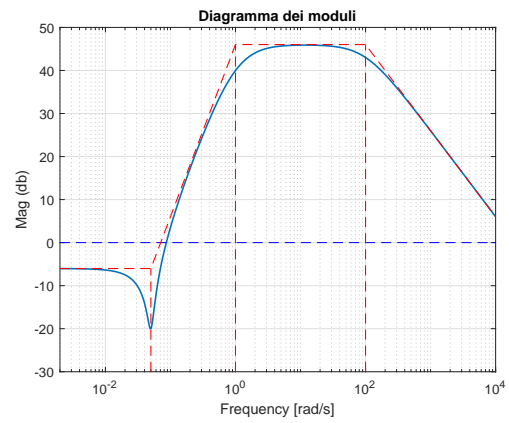
6. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza M_R maggiore di uno se e solo se

- $0 < \delta < 1$
 $0 < \delta < \frac{1}{2}$
 $0 < \delta < \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $0 < \delta < \sqrt{2}$

7. Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli di un sistema $G(s)$ a fase minima.

Utilizzando la formula di Bode, calcolare in modo approssimato la fase φ del sistema $G(s)$ in corrispondenza delle seguenti pulsazioni ω :

$$\begin{aligned} \omega_1 = 0.04 &\rightarrow \varphi_1 \simeq \\ \omega_2 = 1 &\rightarrow \varphi_2 \simeq \\ \omega_3 = 100 &\rightarrow \varphi_3 \simeq \\ \omega_4 = 2000 &\rightarrow \varphi_4 \simeq \end{aligned}$$



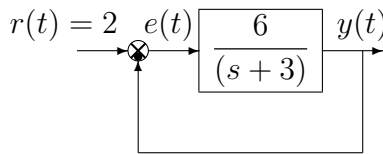
8. La pulsazione di risonanza ω_R di un sistema del 2° ordine è:

$\omega_R = \omega_n \sqrt{1 - \delta^2}$
 $\omega_R = \omega_n \sqrt{1 - 2\delta^2}$
 $\omega_R = \omega_n \delta \sqrt{1 - \delta^2}$
 $\omega_R = \omega_n \delta \sqrt{1 - 2\delta^2}$

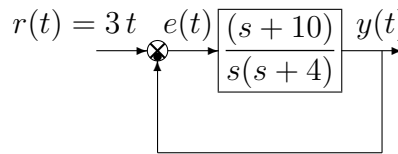
9. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine caratterizzato da un guadagno statico $G(0) = 3$, da una pulsazione naturale $\omega_n = 5$ e da un tempo di assestamento $T_a = 6$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) =$$

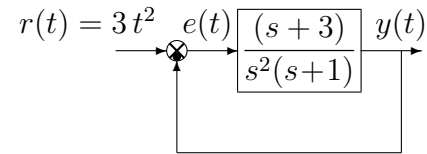
10. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$

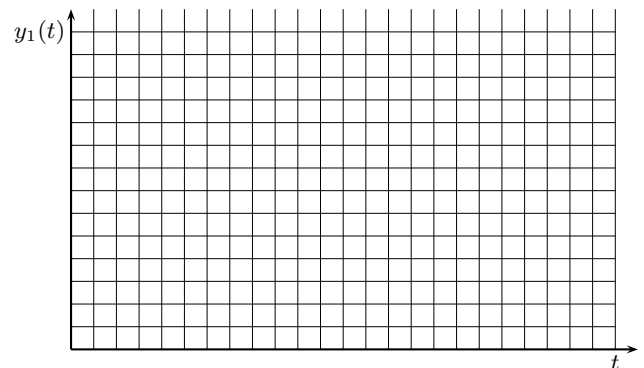
11. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{50(4 + 0.9s)(3s + 20)(s^2 + 8s + 60^2)}{(s + 5)(0.3s + 5)(s^2 + 1.2s + 40)(s^2 + 15s + 400)}$$

Calcolare inoltre:

- il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \rightarrow \infty$;
- il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
- il periodo T_w dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$;

$$y_\infty = \quad T_a \simeq \quad T_w \simeq$$



12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s + 5)^2}{s^2(4s - 1)} e^{-3s} \rightarrow \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

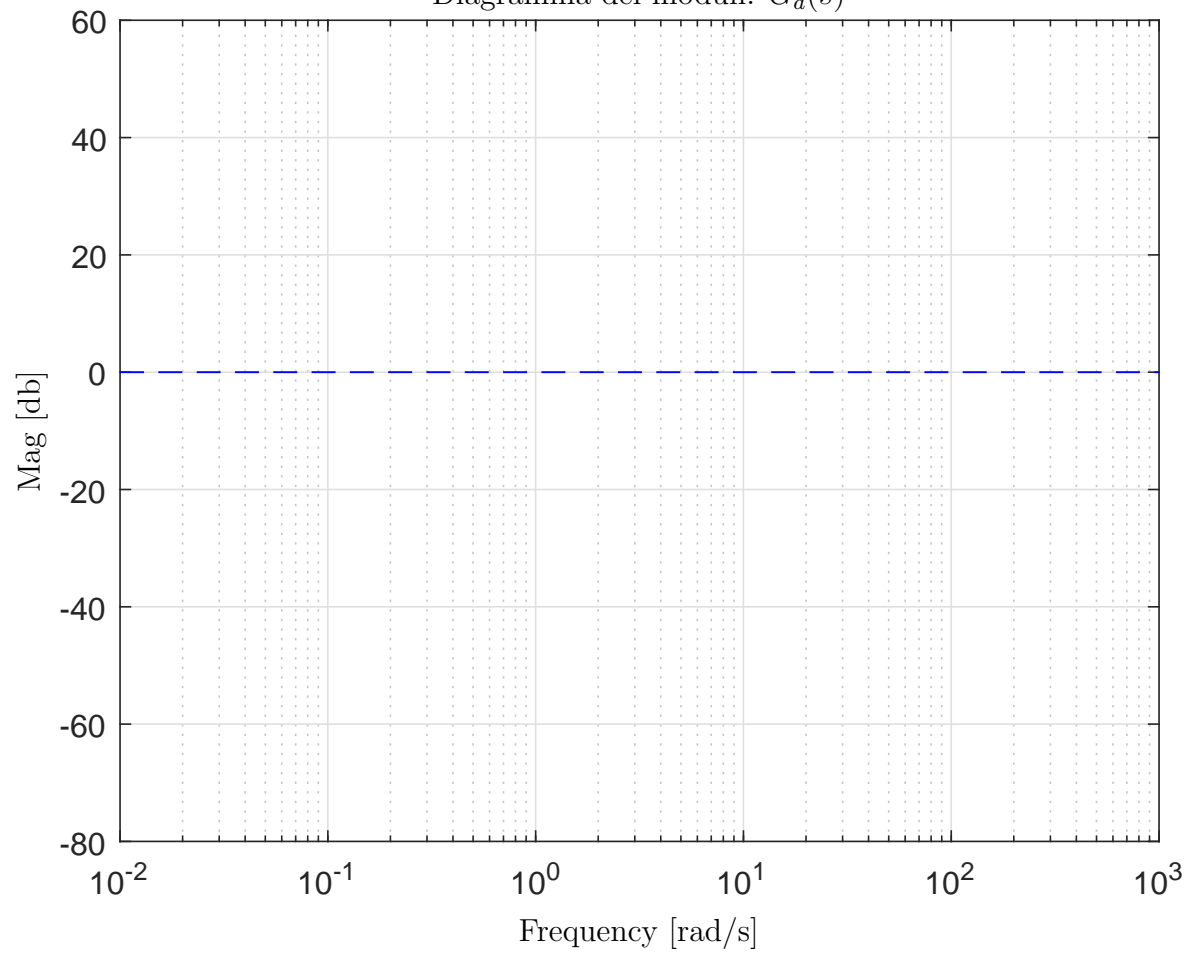


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$

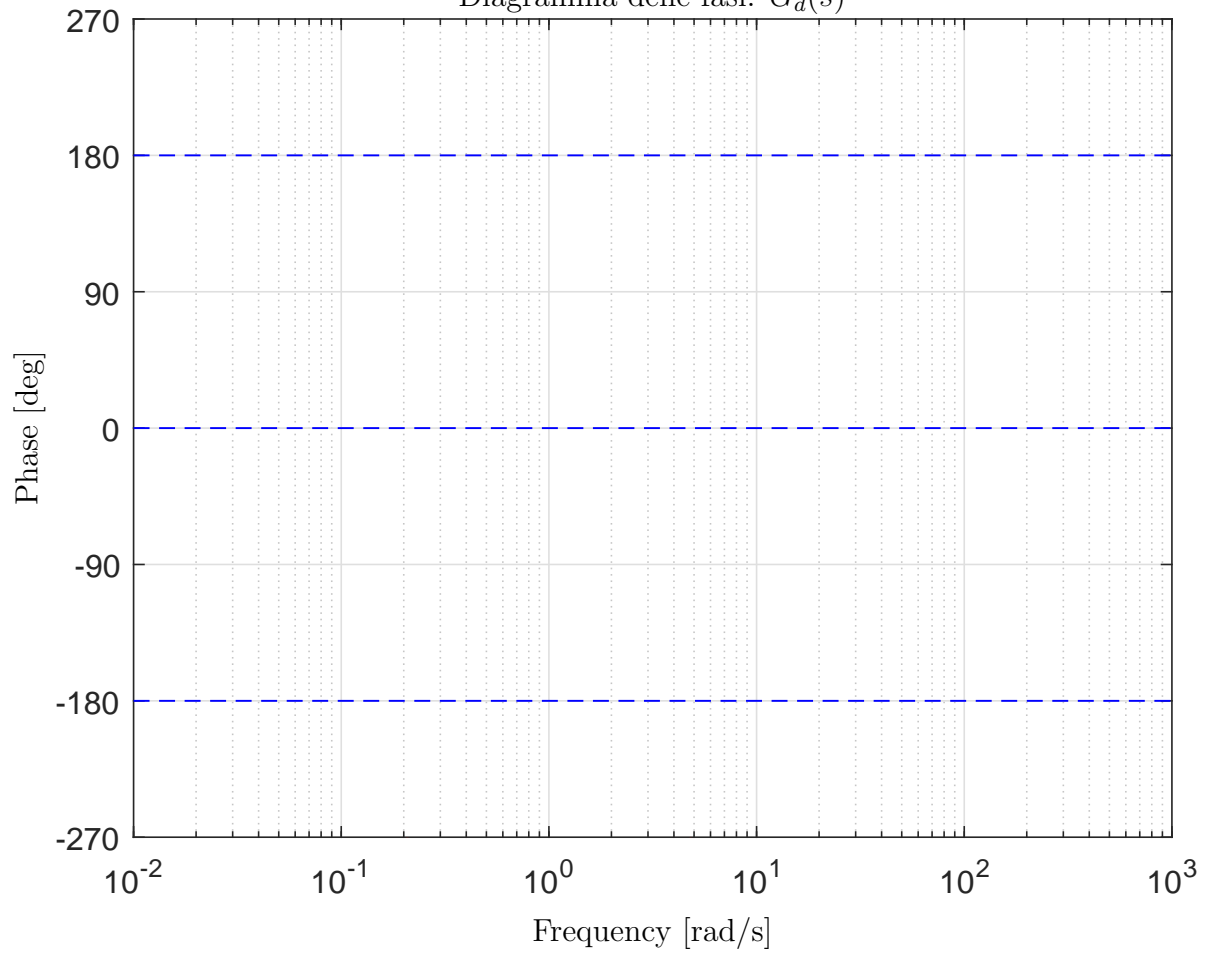


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$

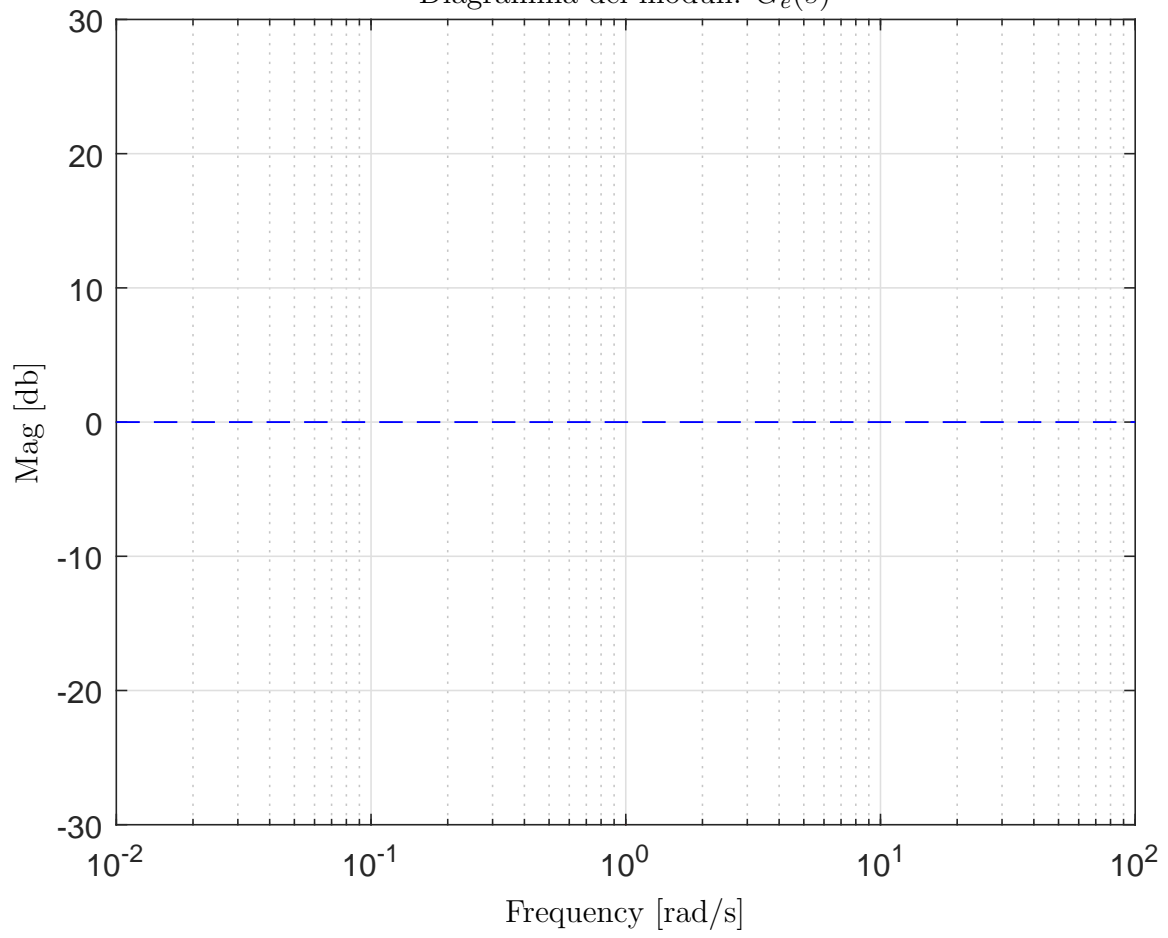


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$

