Controlli Automatici - Prima parte
20 Giugno 2019 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

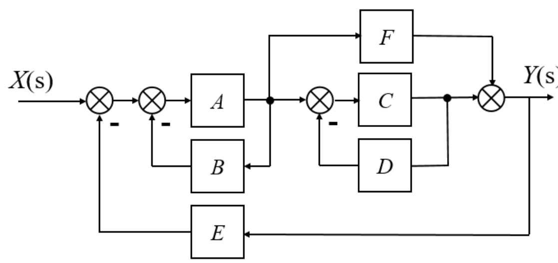
$$x_1(t) = e^{-2\,t}\,(t^3 - 5), \qquad\qquad x_2(t) = 3 + 4\,e^{-2t}\sin(5\,t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{9}{(s+2)(1+3\,s)} \qquad\qquad G_2(s) = 5 + \frac{7}{(s+3)^3}$$

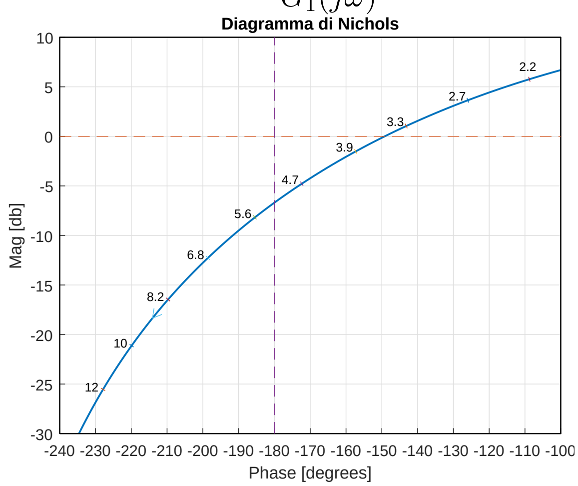
b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G(s) = \ldots$

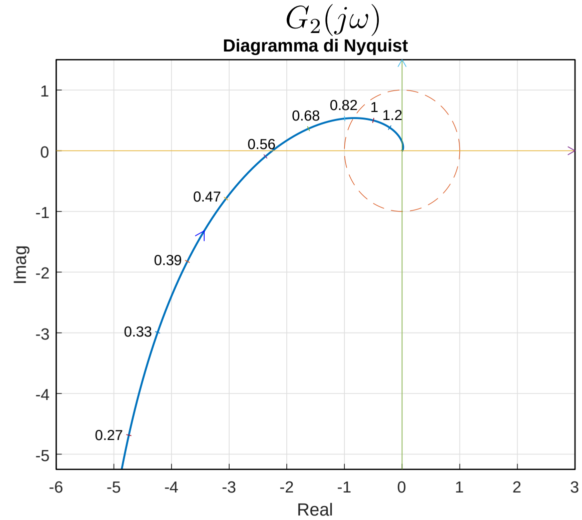


c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema; c.2) il margine di fase M_φ del sistema;
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45$;
c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

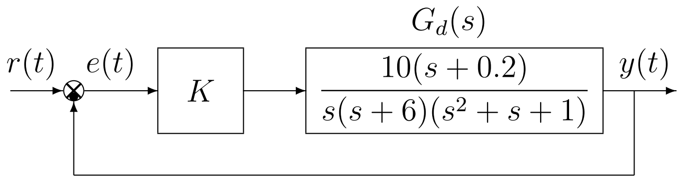
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



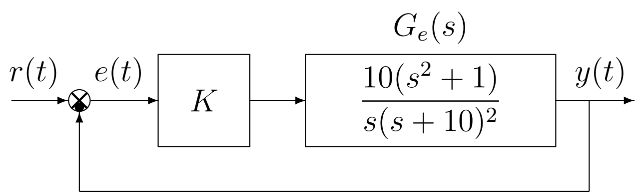
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_d(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_d(s)$. Calcolare esattamente le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare, in funzione di K, l'errore a regime e_v del sistema retroazionato per ingresso a rampa $r(t) = 3\,t$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

e.4) Calcolare, in funzione di K, l'errore a regime e_p del sistema retroazionato per ingresso a gradino $r(t) = 5$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

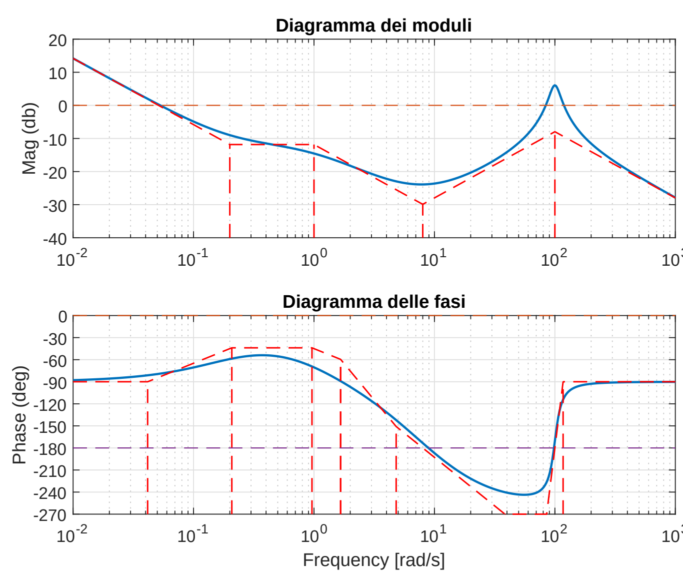
f.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

f.2) Calcolare gli approssimanti $G_0(s)$ e $G_\infty(s)$ della funzione $G(s)$ per $\omega \simeq 0^+$ e per $\omega \simeq \infty$:

$G_0(s) \simeq$ $\qquad$ $G_\infty(s) \simeq$



Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte

20 Giugno 2019 - Domande

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente l'equazione differenziale:

$$\ddddot{y}+5\,\dddot{y}+2\,\ddot{y}+3\,\dot{y}+4\,y = 2\,\ddot{x}+5\,\dot{x}+3\,x \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

Applicando il criterio di Routh, dire quanti poli a parte reale positiva ha il sistema $G(s)$:

○ nessun polo ○ un polo instabile ○ due poli instabili ○ tre poli instabili

2. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

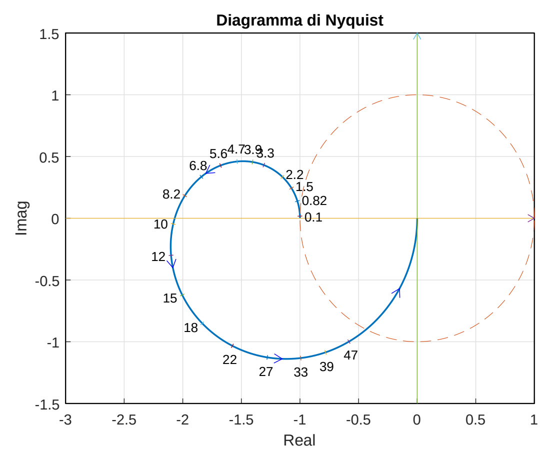
$$x(t) = 2 + 4\sin(5t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{e^{-2\,s}}{s+3}} \longrightarrow y(t) \simeq \dots$$

3. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{60(s-3)}{(9-s)(20-s)}$. Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

○ $0 < K < \bar{K}_2 < \infty$;
○ $0 < \bar{K}_1 < K < \infty$;
○ $0 < \bar{K}_1 < K < \bar{K}_2$;
○ nessuno dei precedenti;

Calcolare (se esistono) i valori $\bar{K}_1$ e $\bar{K}_2$:

$\bar{K}_1 \simeq \dots$, $\bar{K}_2 \simeq \dots$.

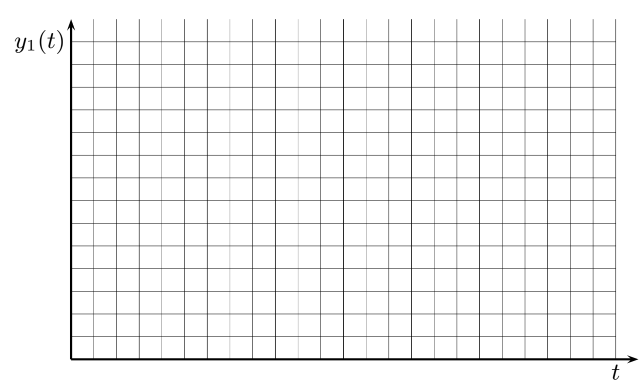


4. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{100(15+0.7s)(s^2+12s+400)}{(5s+23)(0.3s+4)(s^2+18s+225)(s^2+0.5s+25)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

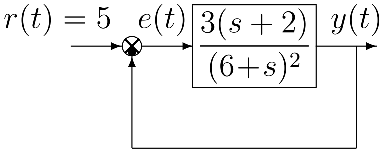
$y_\infty =$ $T_a \simeq$ $T_\omega \simeq$

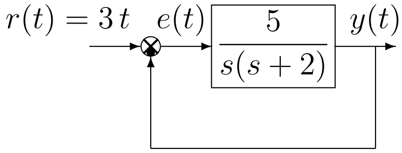


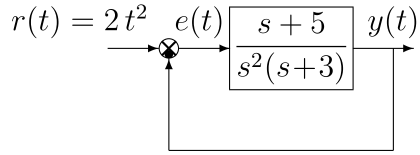
5. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{5\,(s-3)(2s+1)}{s(s^2+4s+6)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

6. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







$e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$

7. Calcolare i parametri a, b e c della funzione di trasferimento $G(s)$ caratterizzata da un guadagno statico $G(0) = 3$, da una pulsazione naturale $\omega_n = 5$ e da un tempo di assestamento $T_a = 2$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) = \frac{a}{s^2 + b\,s + c} \qquad \rightarrow \qquad a = \dots \qquad b = \dots \qquad c = \dots$$

8. Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli di un sistema $G(s)$ a fase minima.

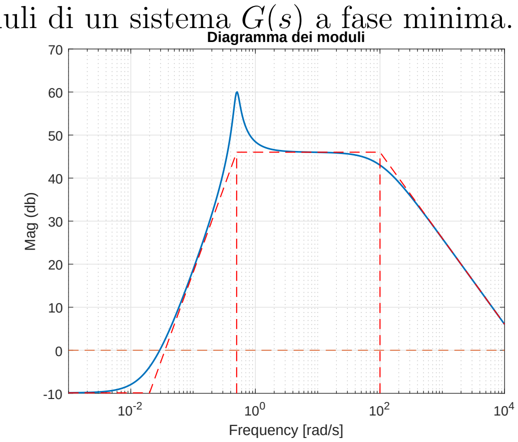
Utilizzando la formula di Bode, calcolare in modo approssimato la fase φ del sistema $G(s)$ in corrispondenza delle seguenti pulsazioni ω:

$\omega_1 = 0.02 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \simeq$

$\omega_2 = 0.5 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \simeq$

$\omega_3 = 100 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 \simeq$

$\omega_4 = 2000 \quad \rightarrow \quad \varphi_4 \simeq$



9. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $f(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della traslazione in s":

$$\mathcal{L}[e^{-a\,t} f(t)] =$$

10. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $5\dot{y}(t) + 2\,y(t) = 0$ con condizione iniziale $y(0) = 3$.

$Y(s) =$ $\qquad\qquad$ $y(t) =$

11. Enunciare il principio del modello interno valido per l'errore a regime dei sistemi retroazionati.

<u>Principio del modello interno.</u> ...

12. Per un sistema del 2^o ordine privo di zeri, scrivere le funzioni $S(\delta)$ e $M_R(\delta)$ che legano la massima sovraelongazione $S\%$ e il picco di risonanza M_R al coefficiente di smorzamento δ:

$S(\delta) =$ $\qquad\qquad$ $M_R(\delta) =$

13. L'equazione differenziale $\ddot{y} + 3\,t\,y = 5\,x$, dove x è l'ingresso e y è l'uscita, è:

- ◯ stazionaria
- ◯ non stazionaria
- ◯ lineare
- ◯ non lineare

14. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s-3)(2\,s+5)}{s(s+4)}\, e^{-3\,s} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

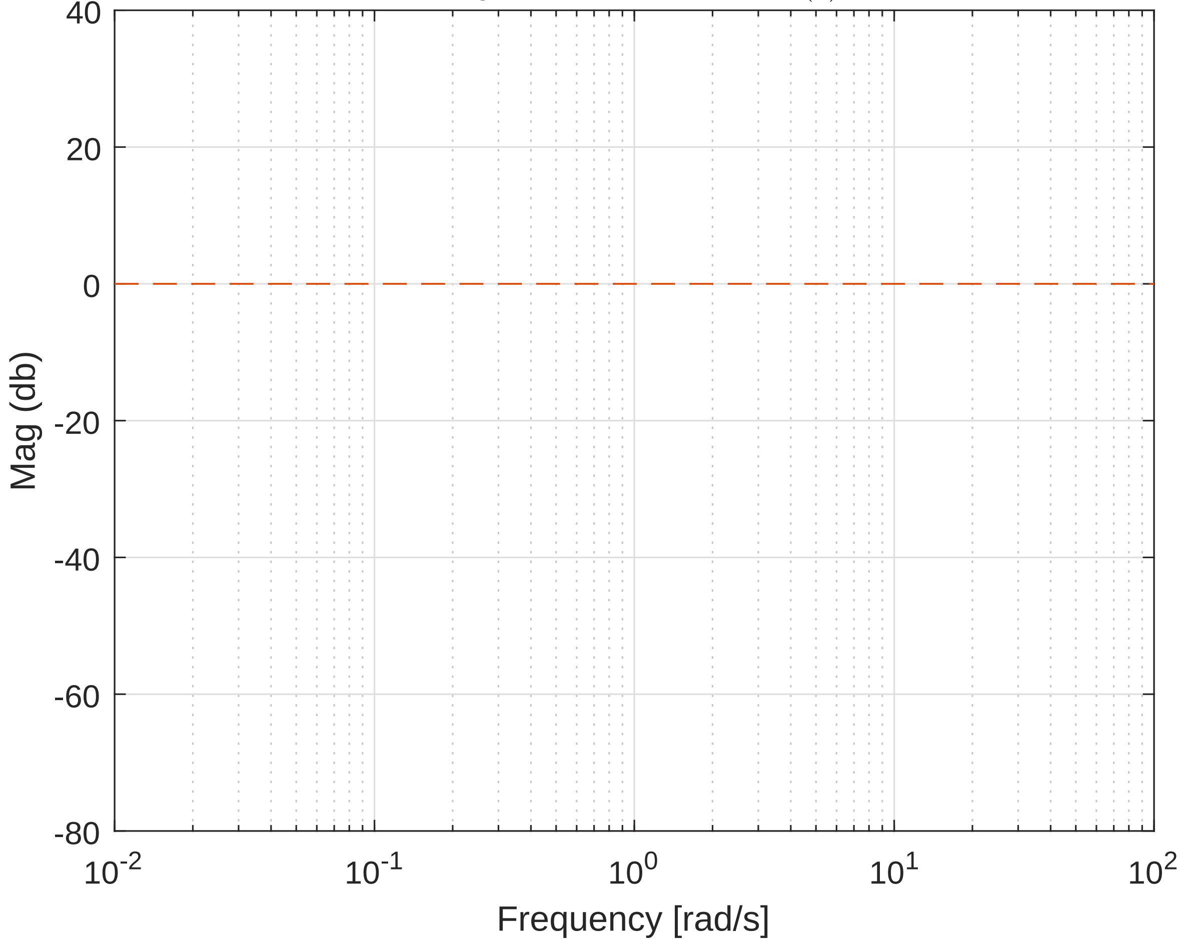
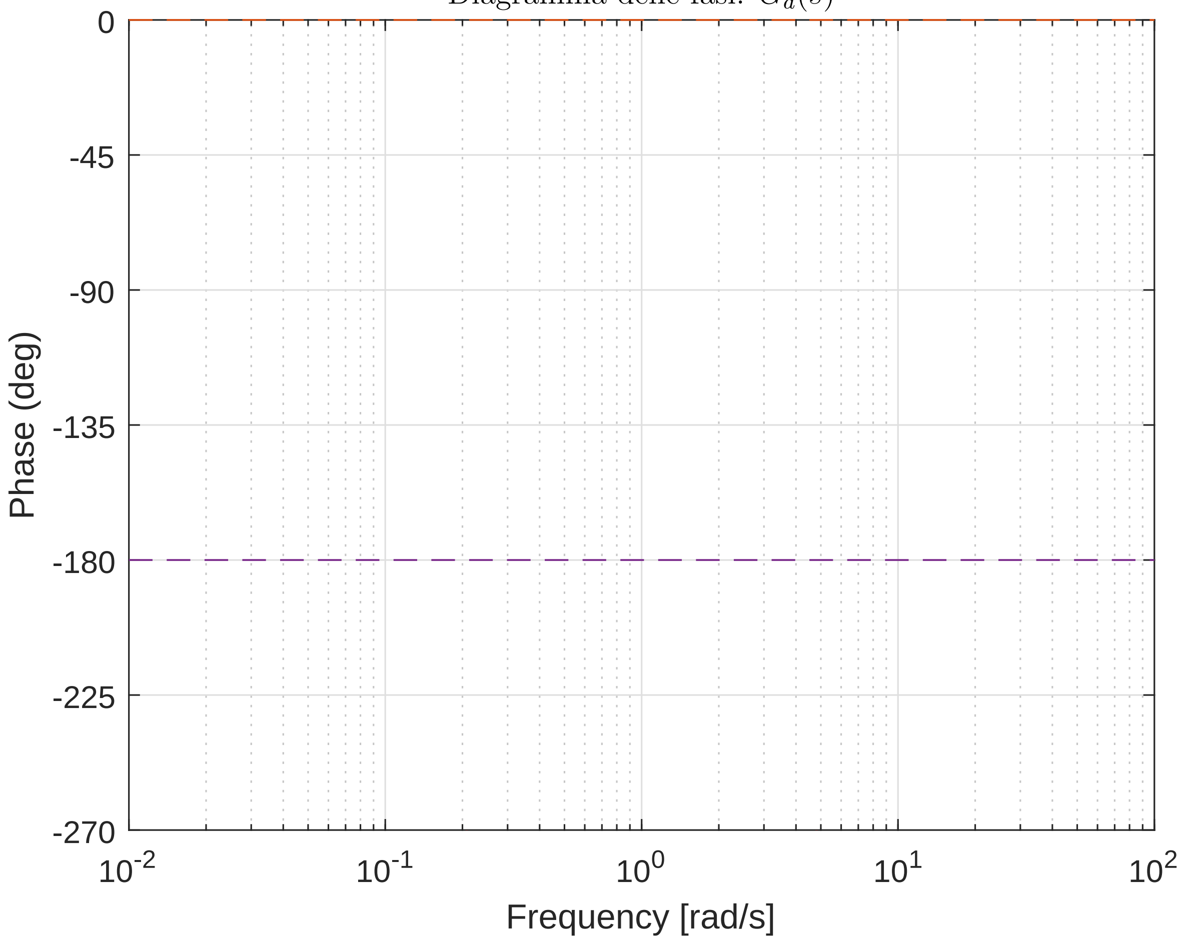


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$



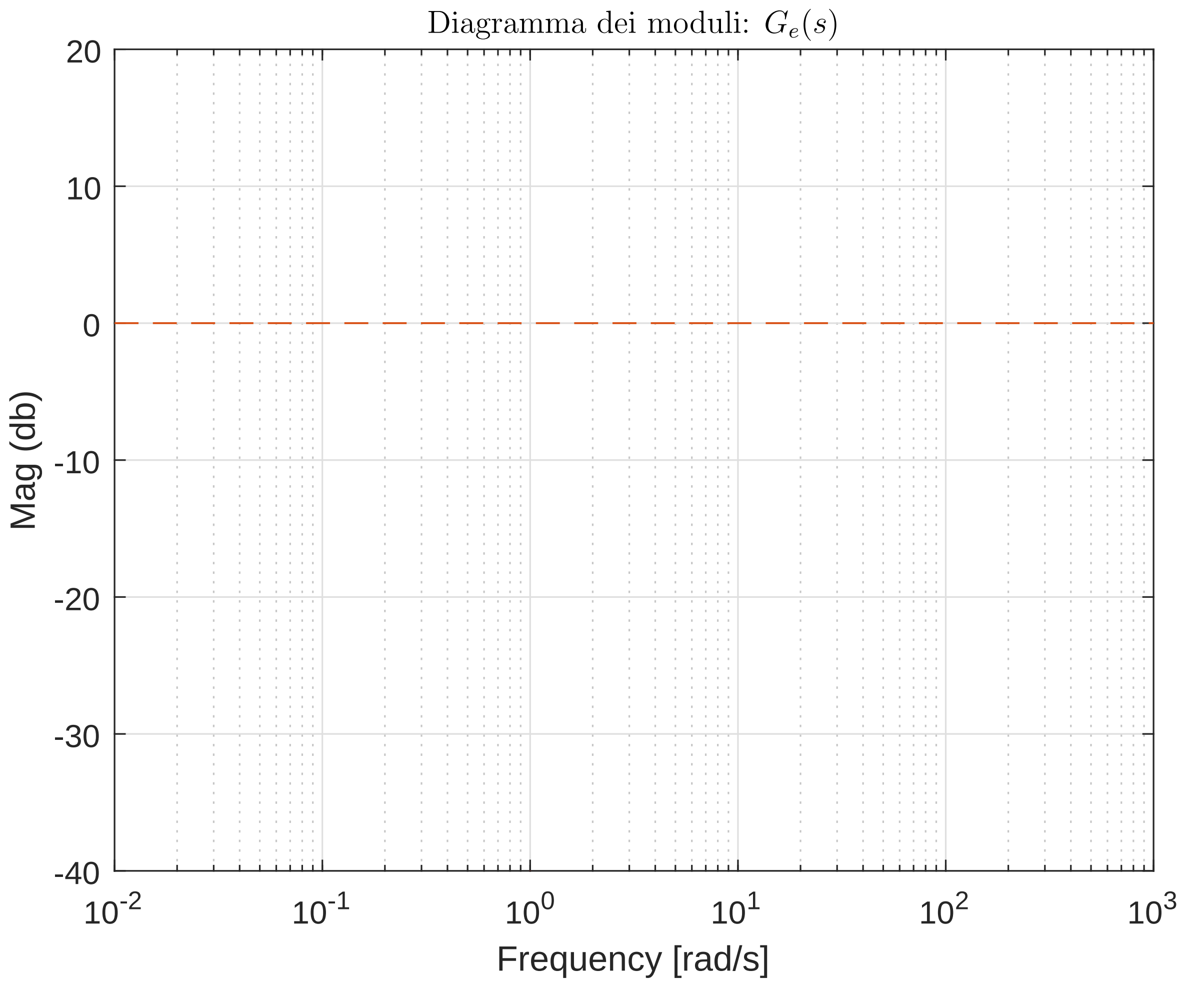


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
20
10
0
-10
-20
-30
-40
Mag (db)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

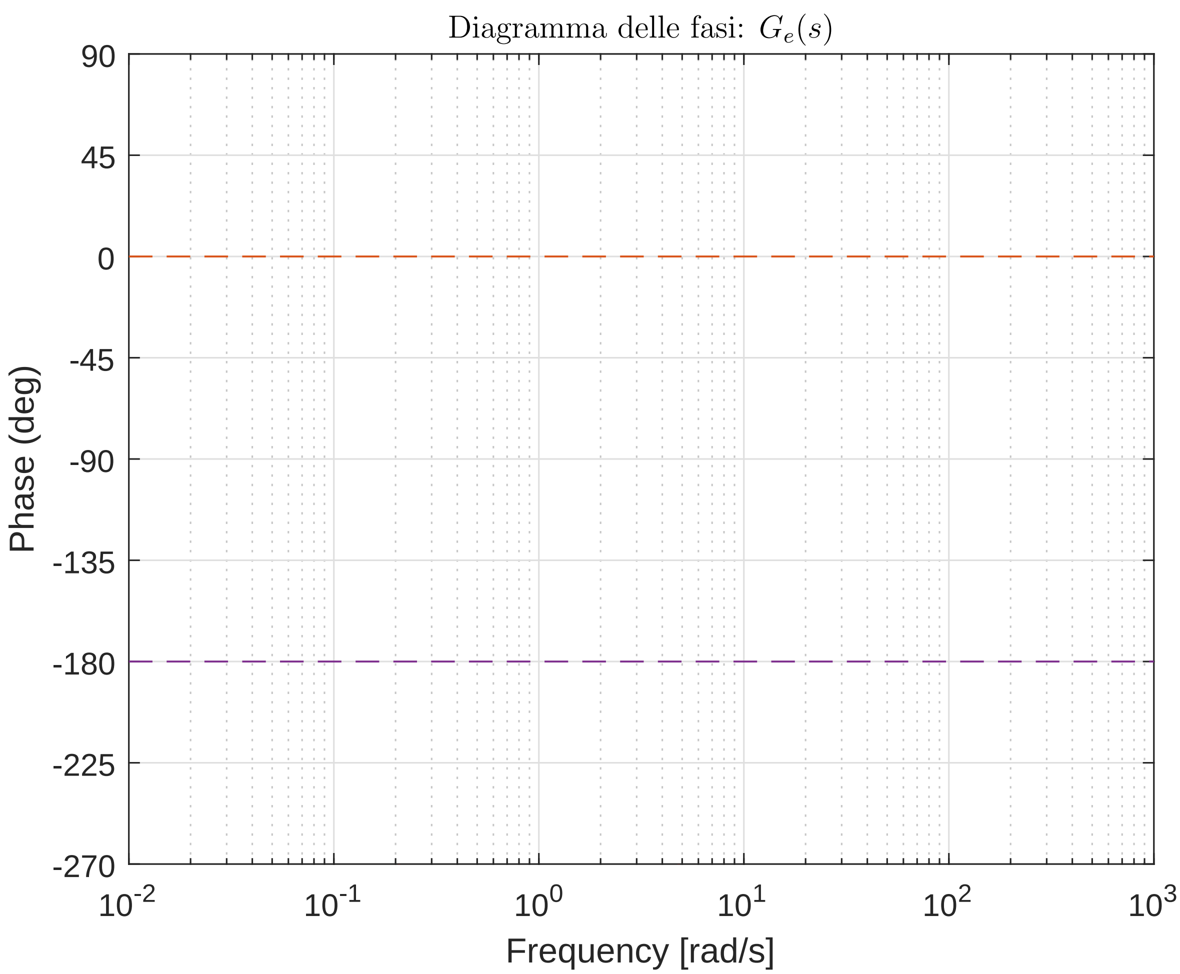


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
90
45
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
Phase (deg)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]