Controlli Automatici - Prima parte
19 Giugno 2017 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

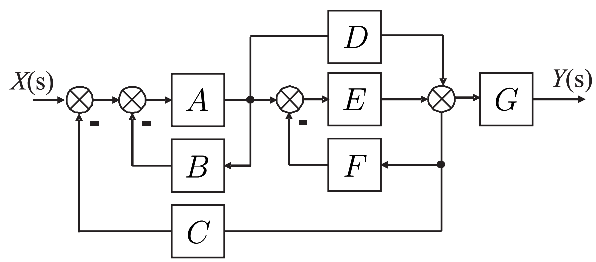
$$x_1(t) = 3\,t^4 + e^{-7\,t}\sin(2\,t), \qquad\qquad x_2(t) = 2\,t\,e^{7t} + 7\,\cos(3\,t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{s+9}{s+2}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{3}{s(1+7\,s)}$$

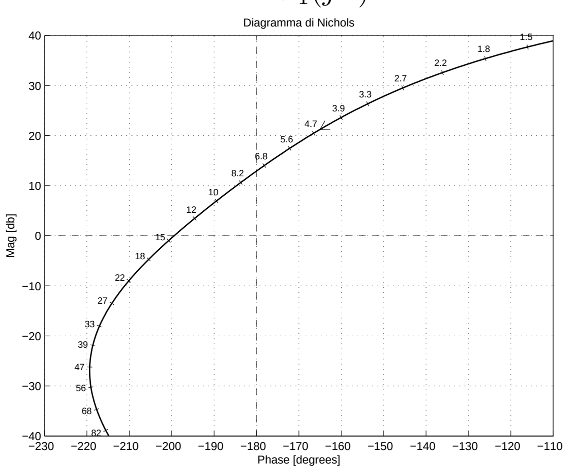
b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$

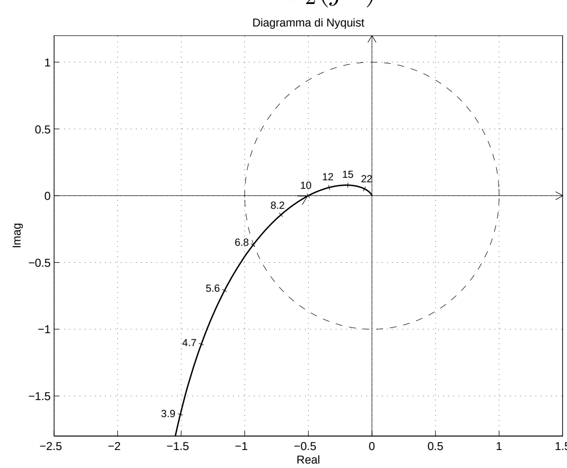


c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;
c.2) il margine di fase M_φ del sistema;
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45°$;
c.4) la risposta a regime $y_r(t)$ del sistema $G(s)$ ad un ingresso sinusoidale $x(t) = 3\sin(5.6t)$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $y_r(t) =$ ....

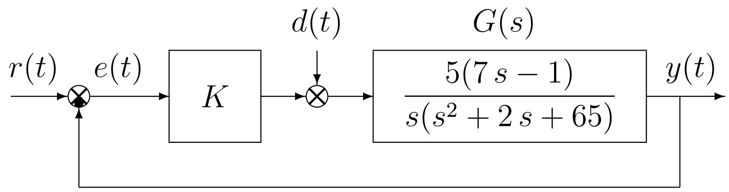
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $y_r(t) =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



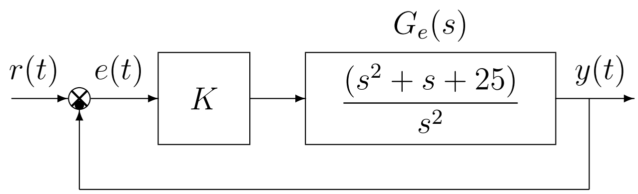
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare, in funzione di K, l'errore a regime $e_\infty(t)$ in presenza del segnale di ingresso $r(t) = 2$ e del segnale di disturbo $d(t) = 3$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale e le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale.

e.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_a| = 0.01$ per ingresso a parabola $x(t) = 4\,t^2$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

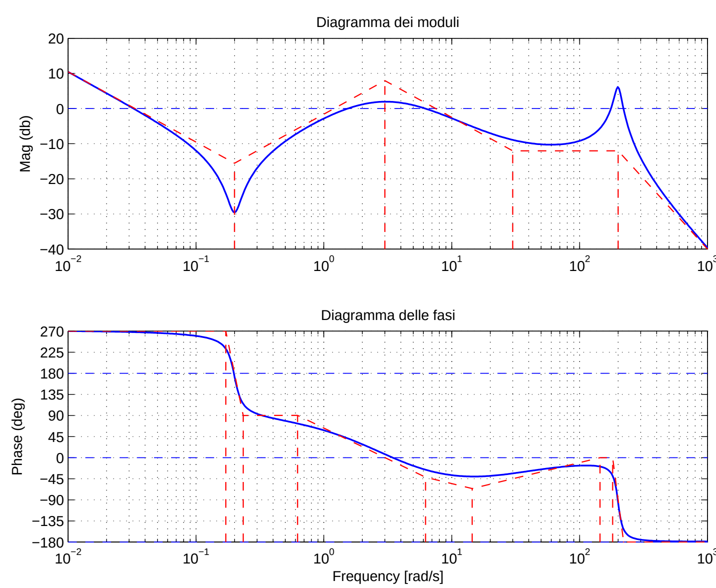
f.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

f.2) Calcolare la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4\,\cos(0.2\,t - \tfrac{\pi}{4}).$$



La risposta a regime del sistema $G(s)$ al segnale dato è la seguente:

$y_\infty(t) =$

Controlli Automatici - Prima parte

19 Giugno 2017 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

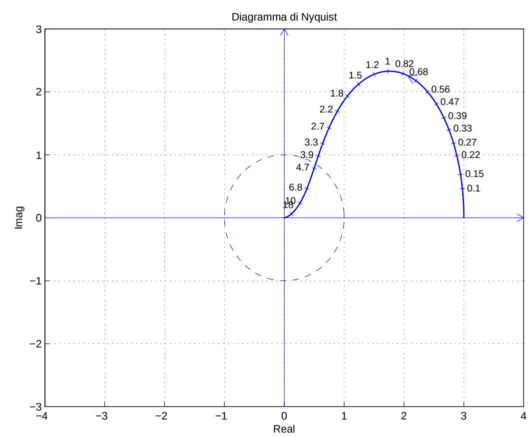
1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente l'equazione differenziale:

$$\dddot{y} + 2\ddot{y} + \alpha\,\dot{y} + 4\,y = \ddot{x} + 5\,\dot{x} + 3\,x \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

Applicando il criterio di Routh, dire per quali valori del parametro α il sistema $G(s)$ è stabile:

$$\alpha$$

2. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{50(s+0.6)}{(1-s)(s+1)(s+10)}$.
Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

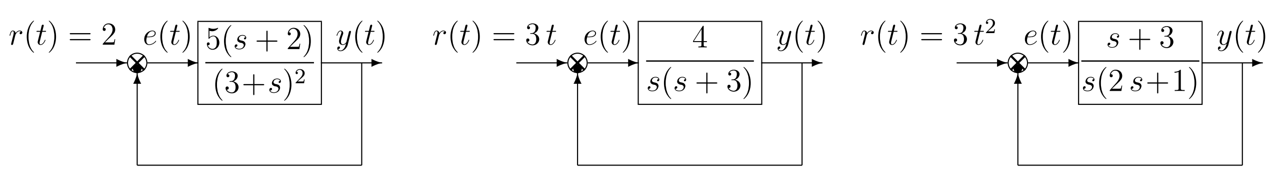


- ◯ $(K < K^*,\ K^* < 0)$;
- ◯ $(K^* < K < 0)$;
- ◯ $(0 < K < K^*)$;
- ◯ $(K > K^*,\ K^* > 0)$;

Calcolare il valore limite K^*:

$$K^* = \ldots$$

3. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



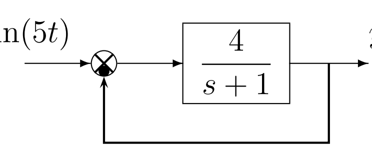
$e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$

4. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $\ddot{y}(t) + 9\,y(t) = 0$ partendo dalle condizioni iniziali $y(0) = 1$ e $\dot{y}(0) = 0$. Si ricorda che vale la regola: $\mathcal{L}[\ddot{f}(t)] = s^2 F(s) - f(0)\,s - \dot{f}(0)$.

$$y(t) = \qquad\qquad\qquad , \qquad\qquad t > 0$$

5. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del seguente sistema retroazionato quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$x(t) = 10 + 25\sin(5t)$

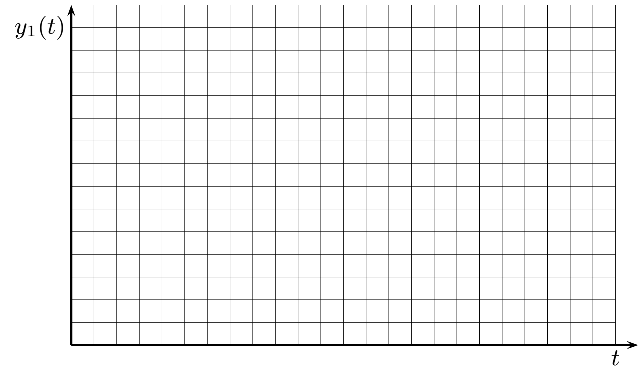


$y(t) \simeq \ldots$

6. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{2000(20 + 0.3s)(s^2 + 60s + 90^2)}{(3s + 210)(2s + 150)(s^2 + 6s + 40)(s^2 + 80s + 3600)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:



$y_\infty =$ $\qquad\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad\qquad$ $T_\omega \simeq$

7. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione $p_{1,2}$ e il grado di molteplicitá ν della coppia di poli complessi coniugati $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ corrispondente all'andamento temporale $g_1(t) = 3\,t\,e^{2\,t}\cos(5\,t + 4)$:

$$p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = \qquad \pm j \qquad\qquad\qquad \nu =$$

8. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{5\,(s^2+1)}{(s+2)^2(3\,s+1)} \qquad \to \qquad y_0 = \qquad\qquad\qquad y_\infty =$$

9. Un ritardo puro $G(s) = e^{-t_0 s}$:

◯ è un sistema dinamico $\qquad$ ◯ è un sistema lineare $\qquad$ ◯ è un sistema a fase minima

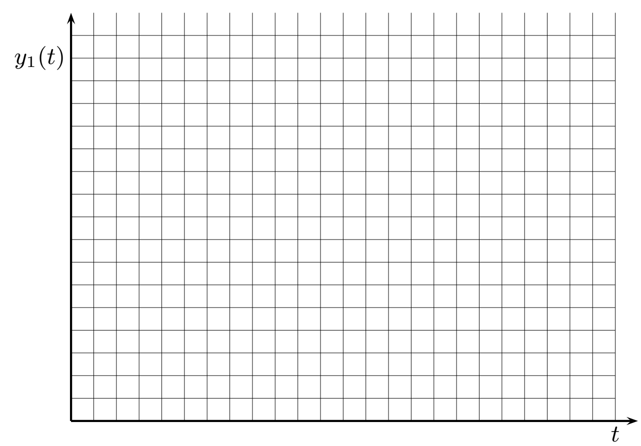
10. Sia $X(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $x(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della derivata":

$$\mathcal{L}[\dot{x}(t)] =$$

11. Utilizzando i teoremi del valore iniziale e del valore finale, disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{3\,s+4}{2\,s+1}$$

Calcolare il valore iniziale y_0, il valore finale y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:



$y_0 =$ $\qquad\qquad$ $y_\infty \simeq$ $\qquad\qquad$ $T_a \simeq$

12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(3s+1)}{s(s-5)^2}\, e^{-3s} \qquad \to \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

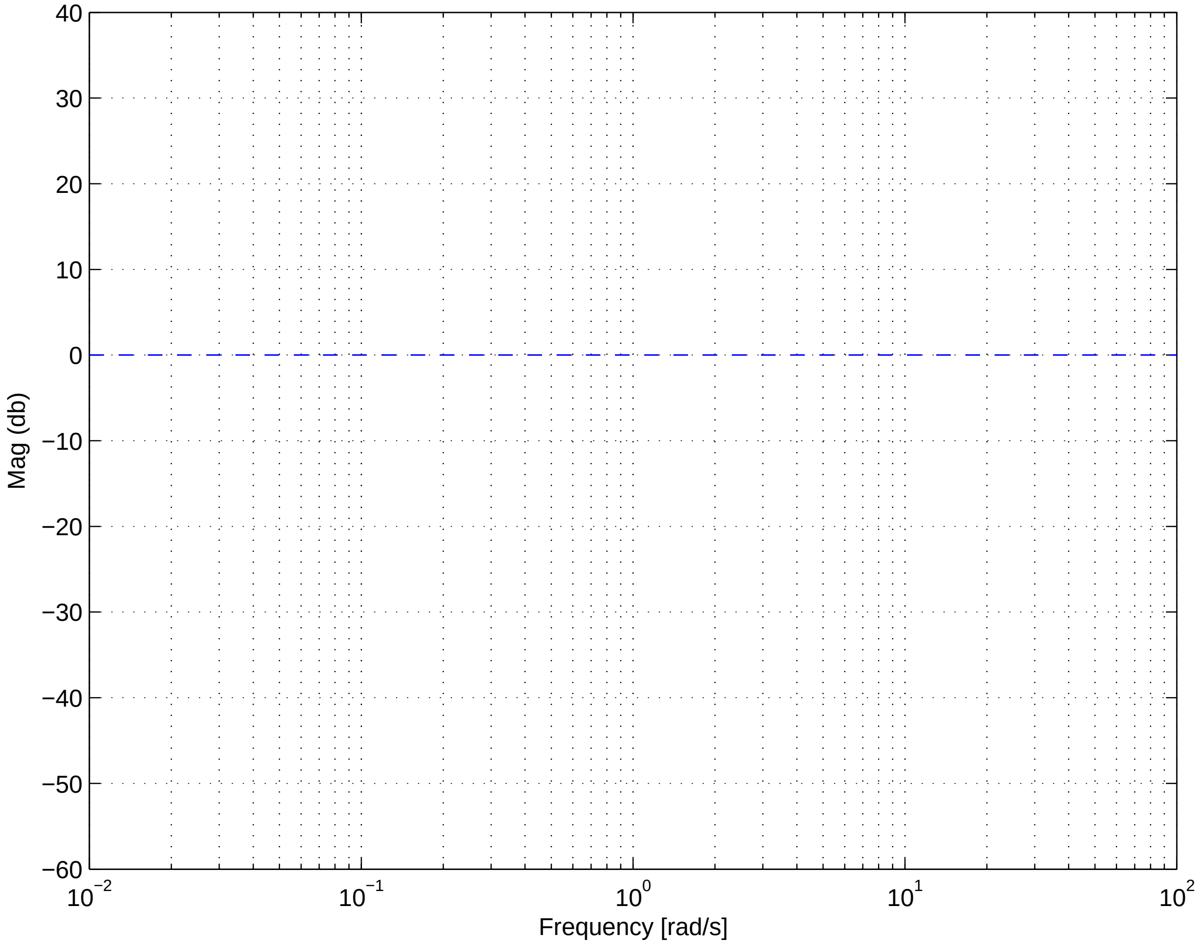
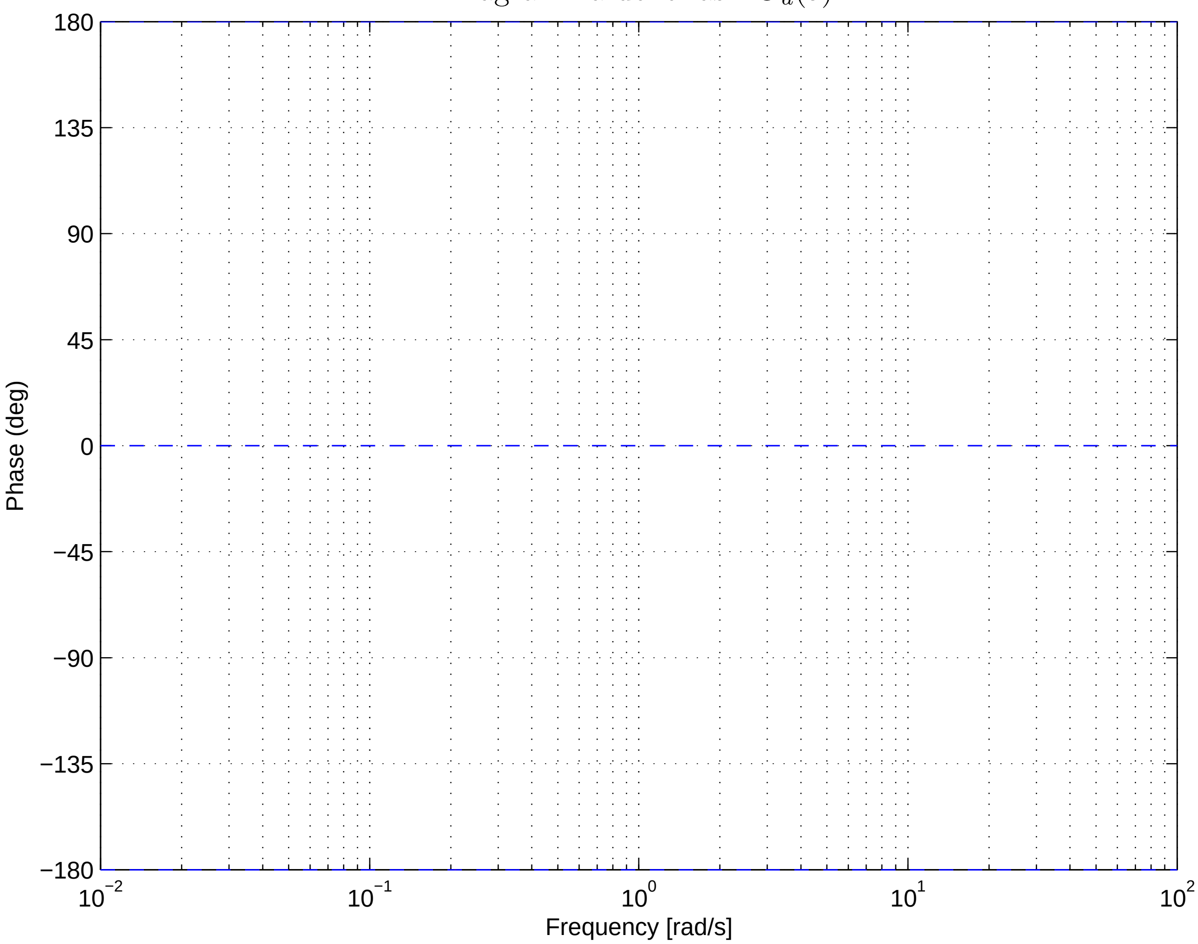


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$



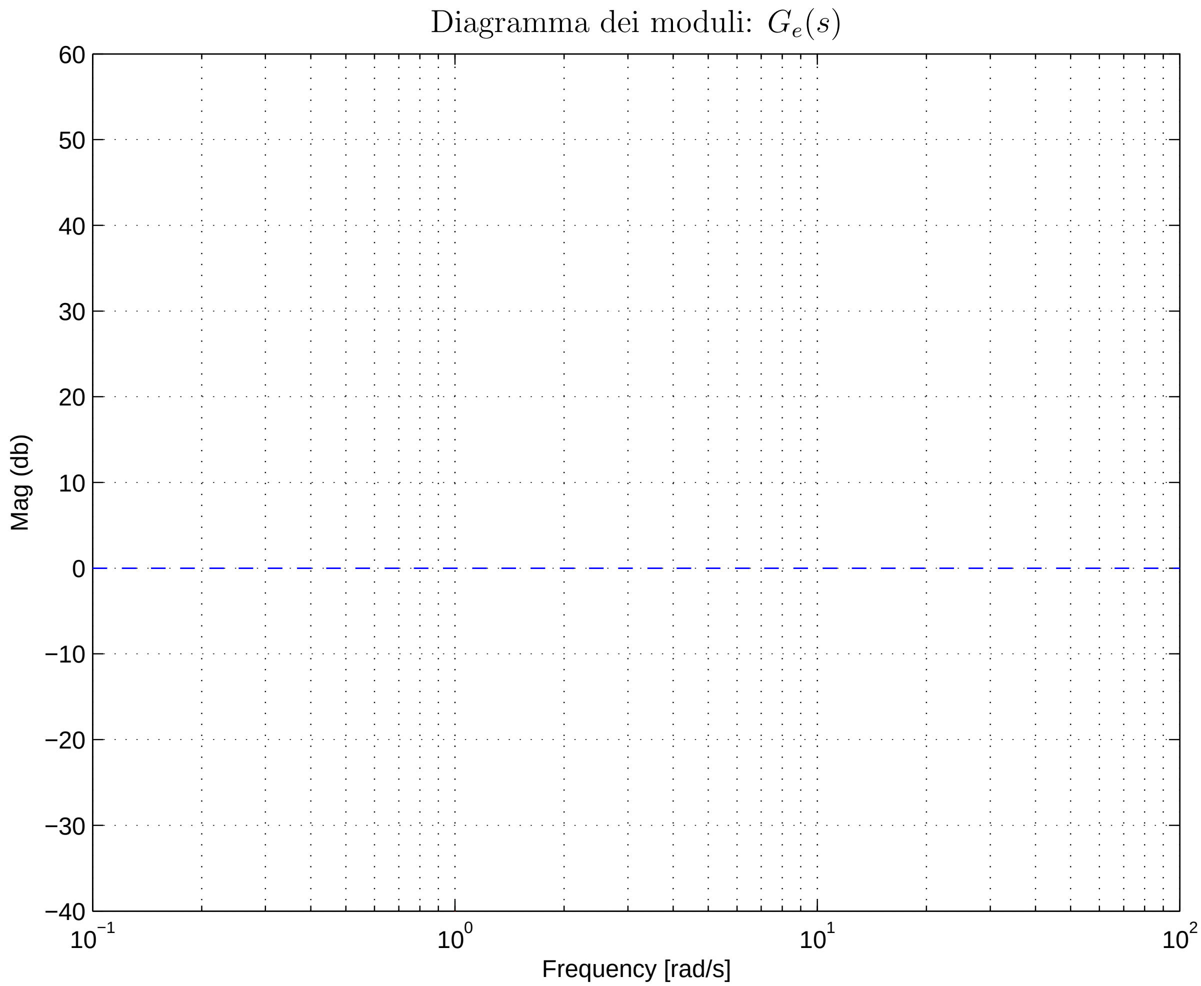


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
Mag (db)
60
50
40
30
20
10
0
−10
−20
−30
−40
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

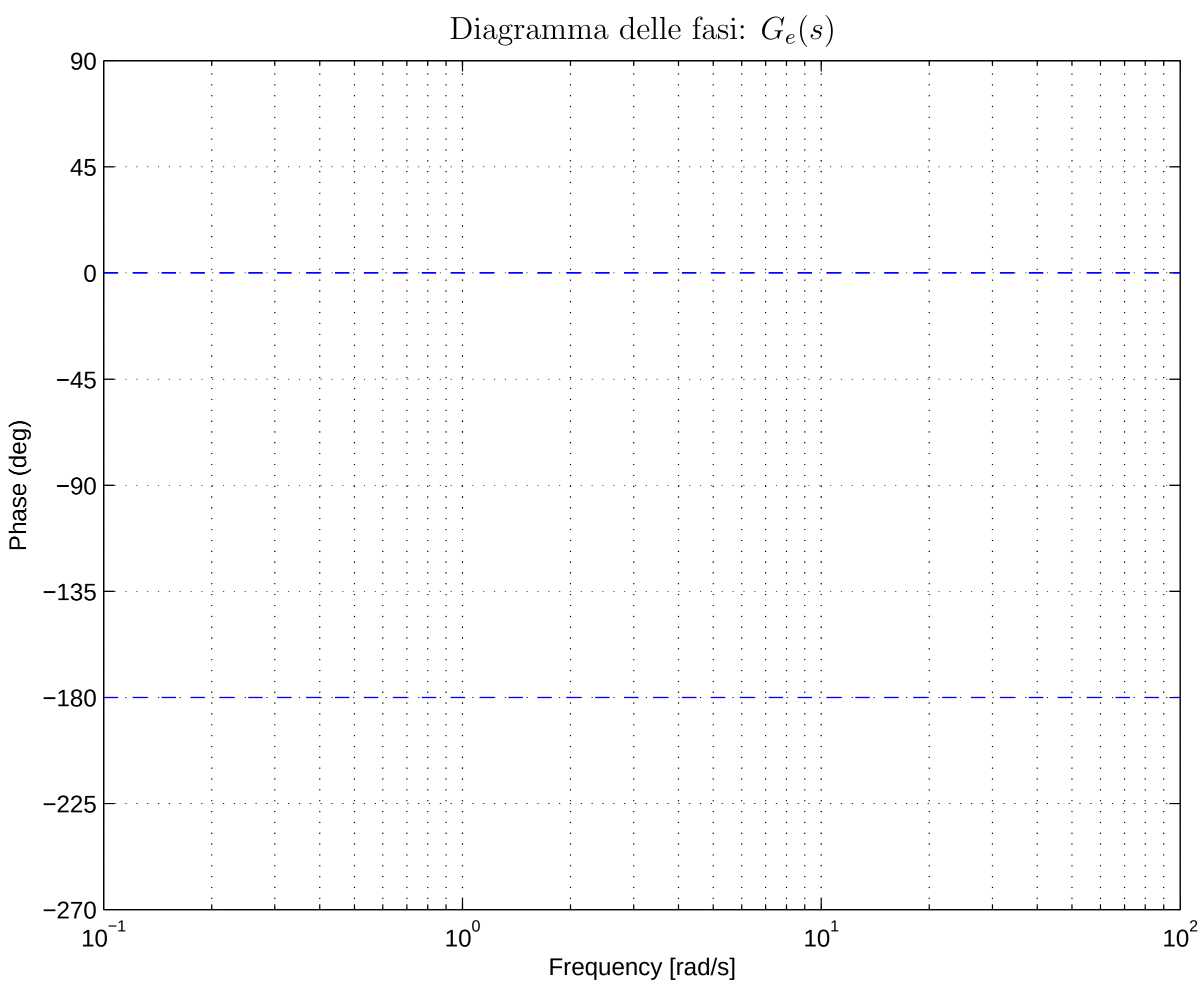


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
Phase (deg)
90
45
0
−45
−90
−135
−180
−225
−270
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]