Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte
19 Giugno 2015 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

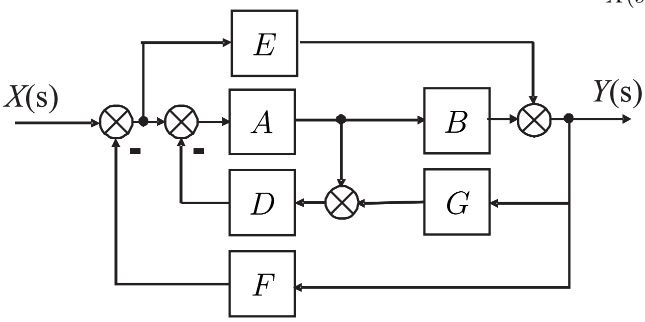
$$x_1(t) = (3 + 2\,e^{-5t})\cos(6t), \qquad\qquad x_2(t) = (5 + 4\,t^2)\,e^{3\,t}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{4}{(s+3)(1+2\,s)} \qquad\qquad G_2(s) = 3 + \frac{12}{(s+6)^4}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

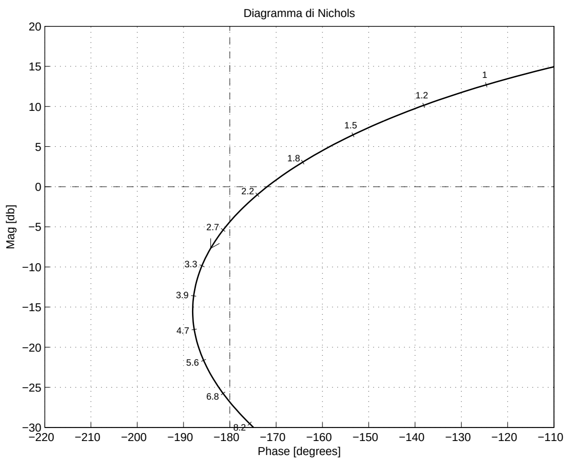
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

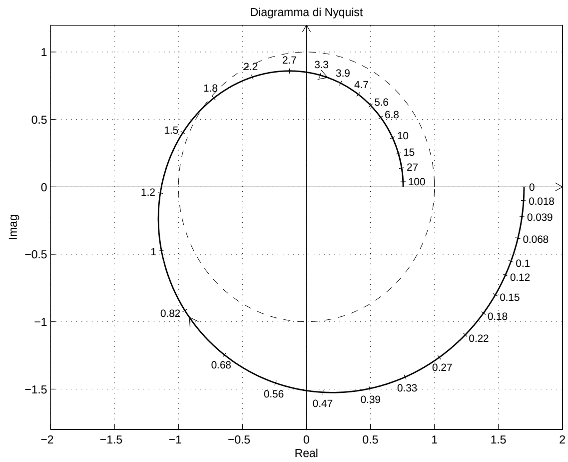
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50°$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

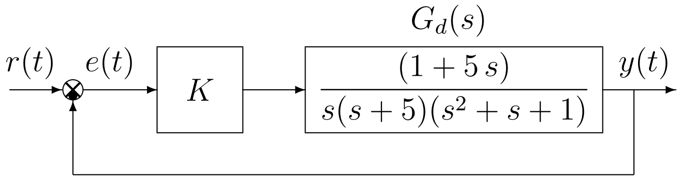
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



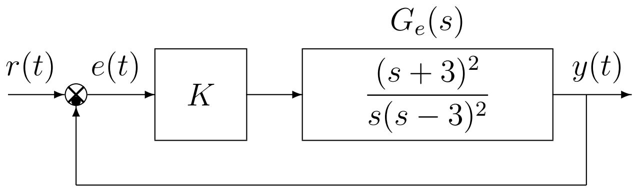
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_d(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_d(s)$. Calcolare esattamente le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare, in funzione di K, l'errore a regime e_v del sistema retroazionato per ingresso a rampa $r(t) = 3\,t$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a dell'asintoto verticale e le eventuali intersezioni σ_i^* con il semiasse reale negativo.

e.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.01$ per ingresso a rampa $x(t) = 2\,t$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

f.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

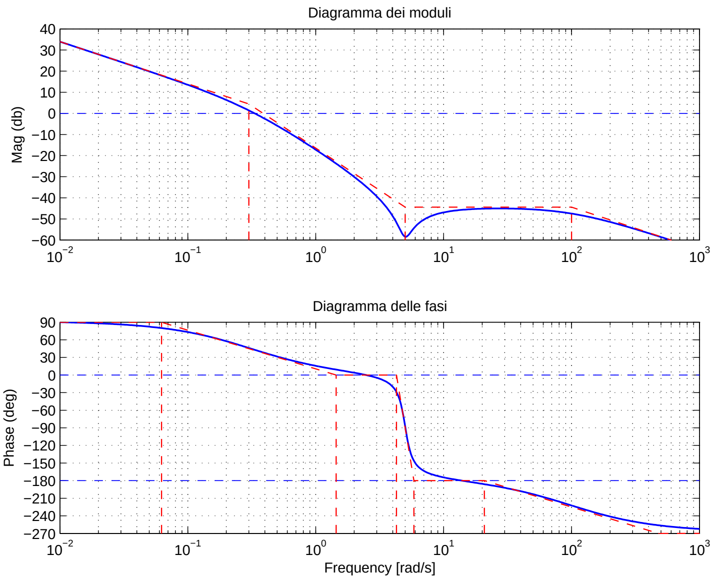
$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

f.2) Calcolare la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 3\,\sin(0.2\,t - \tfrac{\pi}{3}) + 200\,\sin(5\,t).$$

$y(t) = \ldots$



f.3) Calcolare l'errore a regime e_p del sistema retroazionato quando in ingresso è presente un gradino di ampiezza unitaria:

$e_p = \ldots$

Controlli Automatici - Prima parte

19 Giugno 2015 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(s+3)^2}{3\,s^4 + s^3 + 5\,s^2 + 2\,s + 4} \qquad \rightarrow \qquad \dots$$

2. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza M_R maggiore di uno

○ se $0 < \delta < \frac{1}{2}$ ○ se $0 < \delta < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ○ se $0 < \delta < 1$ ○ se $0 < \delta < \sqrt{2}$

3. Il ritardo puro $G(s) = e^{-t_0 s}$ è un sistema:

○ lineare ○ non lineare ○ stabile ○ a fase minima

4. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 9 + 2\sin(4t - \tfrac{\pi}{4}) \longrightarrow \boxed{\overset{G(s)}{\frac{10}{s+3}}} \longrightarrow y(t) \simeq \dots$$

5. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ e il grado di molteplicità ν della coppia di poli complessi coniugati corrispondente all'andamento temporale $g_1(t) = 2\,t^3\,e^{4t}\,\sin(6\,t - 5)$:

$$p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = \ \dots \ \pm j \ \dots \ , \qquad \nu = \ \dots$$

6. Enunciare il criterio di Nyquist nella formulazione valida anche per sistemi instabili ad anello aperto. Fornire sia l'ipotesi che la tesi del criterio.

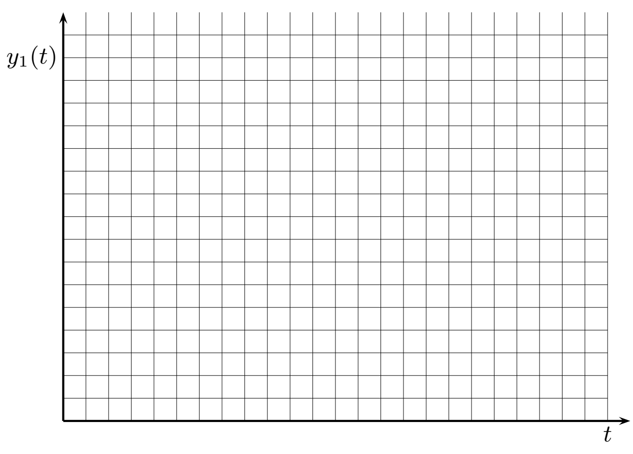
Criterio di Nyquist. Nell'ipotesi ...

7. Utilizzando i teoremi del valore iniziale e del valore finale, disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{8\,s + 4}{2\,s + 3}$$

Calcolare il valore iniziale y_0, il valore finale y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:

$y_0 =$ $\qquad$ $y_\infty \simeq$ $\qquad$ $T_a \simeq$



8. Un sistema $G(s)$ retroazionato è asintoticamente stabile se e solo se :

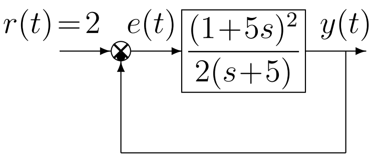
   ◯ il margine di fase $M_\varphi > 0$; ◯ il margine di fase $M_\varphi > 1$;

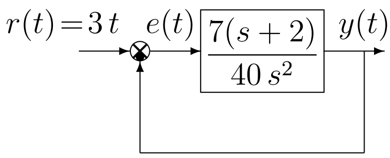
   ◯ il margine di ampiezza $M_a > 0$; ◯ il margine di ampiezza $M_a > 1$;

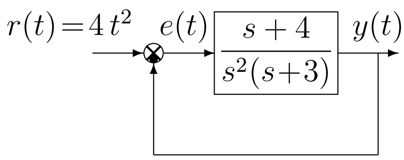
9. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $\ddot{y}(t) + 4\,y(t) = 0$ partendo dalle condizioni iniziali $y(0) = 3$ e $\dot{y}(0) = 0$. Si ricorda che vale la regola: $\mathcal{L}[\ddot{f}(t)] = s^2 F(s) - f(0)\,s - \dot{f}(0)$.

$$y(t) =$$

10. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$

11. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{(s+4)}{2(1-s)}$.

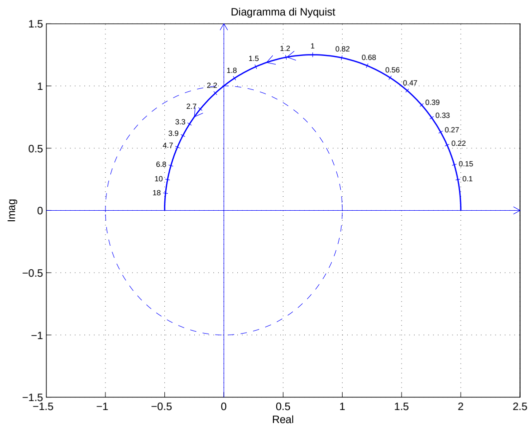
Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

◯ $\frac{1}{2} < K < 2$;

◯ $-2 < K < -\frac{1}{2}$;

◯ $-\frac{1}{2} < K < 2$;

◯ $(-\frac{1}{2} < K) \cup (K > 2)$;

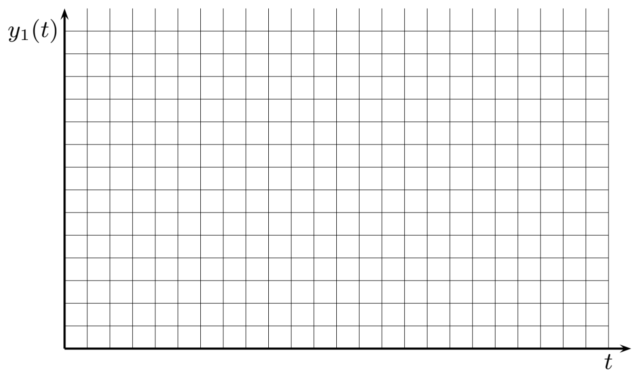


12. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{480(7 + 0.2s)(s^2 + 20s + 80^2)}{(2s + 3)(3s + 20)(s^2 + 64)(s^2 + 10s + 160)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



13. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(3s-1)}{s(2-s^2)}\,e^{-4\,s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$