Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte
19 Giugno 2014 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

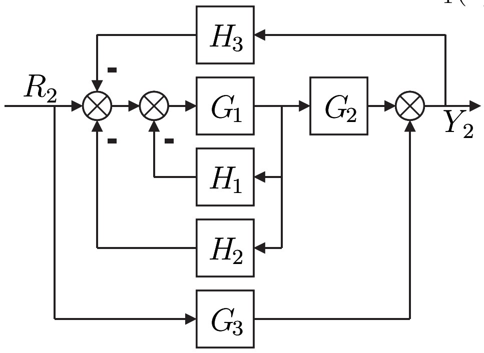
$$x_1(t) = [t^2 + \cos(5t)]\, e^{-2\,t}, \qquad\qquad x_2(t) = 2\,t^4 + 5\,\delta(t-3)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G(s)$:

$$G_1(s) = 2 + \frac{6}{s(s+1)(s+3)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{10\,e^{-3\,s}}{s^2+25}$$

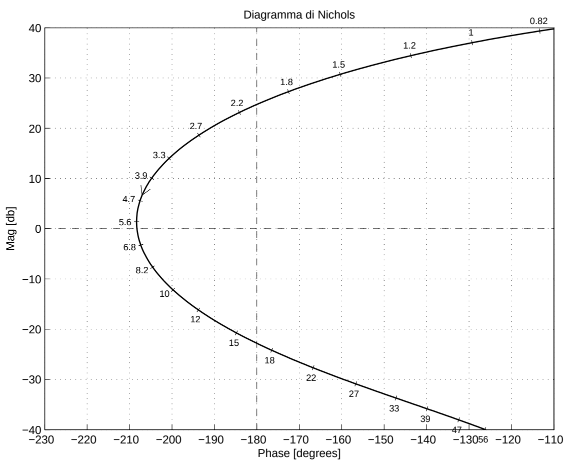
b) Dato lo schema a blocchi riportato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s)$:

$$G_1(s) = \frac{Y_2(s)}{R_2(s)} = \ldots$$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;
c.2) il margine di fase M_φ del sistema;
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50°$;
c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$



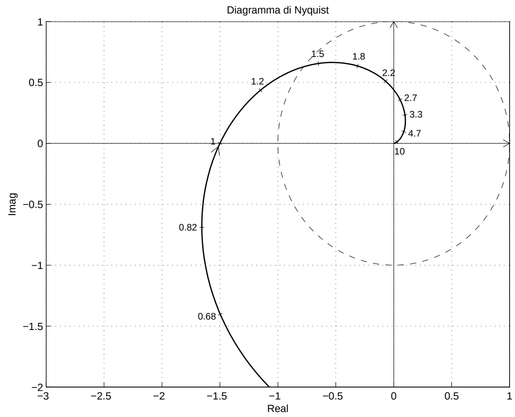
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

$G_2(j\omega)$



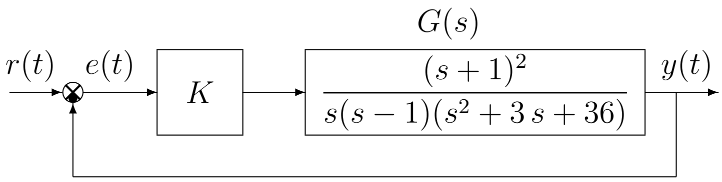
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

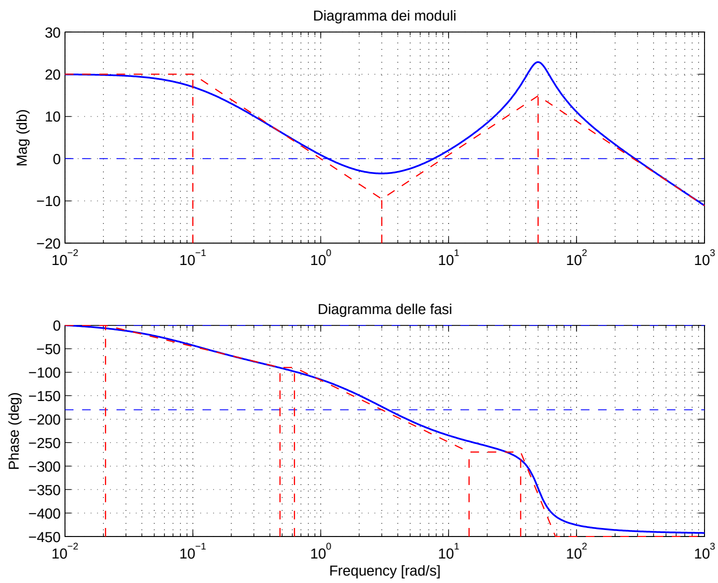
d.4) Calcolare in funzione di K l'errore a regime e_v del sistema retroazionato per ingresso a rampa $r(t) = 3\,t$.

e) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

e.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



e.2) Calcolare la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

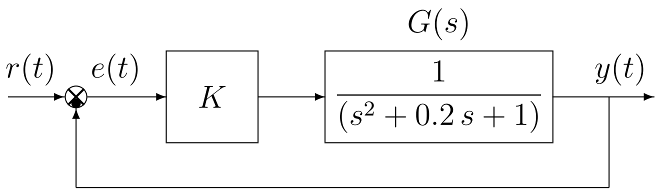
$$x(t) = 2\,\sin(0.3\,t + \tfrac{\pi}{6}).$$

$y(t) = \dots$

e.3) Calcolare l'errore a regime e_p del sistema retroazionato quando in ingresso è presente un gradino di ampiezza $R_0 = 10$:

$$e_p = \dots$$

f) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



f.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

f.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

f.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G(s)$.

f.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $e_p = 0.01$ per ingresso a gradino unitario.

Controlli Automatici - Prima parte

19 Giugno 2014 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$2\dddot{y}(t)+3\ddot{y}(t)+5\dot{y}(t)+y(t) = 6\ddot{x}(t)+7\,x(t) \quad \rightarrow \quad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{3\,(2\,s-1)(s+1)}{s(s+2)(3\,s+20)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad\qquad y_\infty =$$

3. Completare la seguente formulazione del criterio di Nyquist (quella valida anche per sistemi instabili ad anello aperto).
Criterio di Nyquist. *Nell'ipotesi che la funzione guadagno di anello $F(s)$...*

condizione ◯ *solo necessaria* ◯ *solo sufficiente* ◯ *necessaria e sufficiente*

affinché il sistema in retroazione sia asintoticamente stabile è che: ...

4. In figura sono mostrati i diagrammi di Bode di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione del grafico, calcolare:

   a) la posizione dei poli dominanti $p_{1,2}$ del sistema $G(s)$:

   $p_{1,2} \simeq \ldots\ldots$

   b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino del sistema $G(s)$:

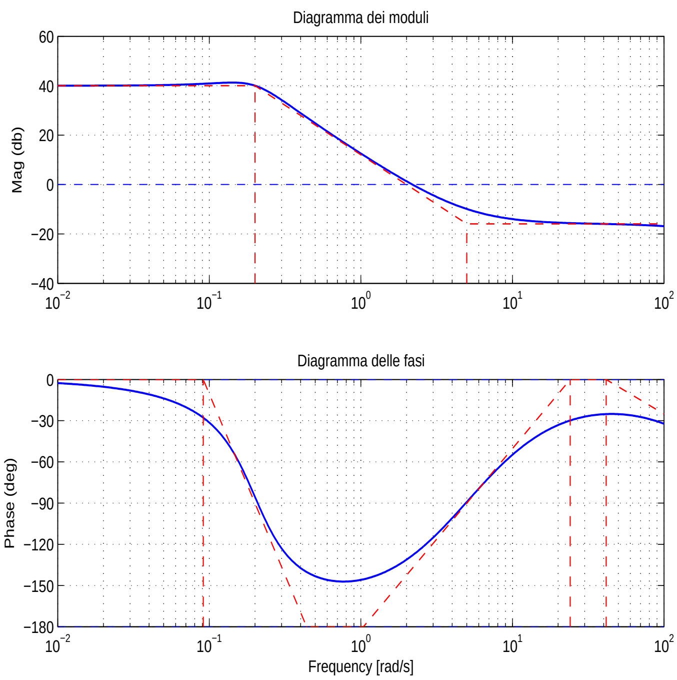
   $T_a \simeq \ldots\ldots$

   c) il margine di fase del sistema $G(s)$:

   $M_\varphi = \ldots\ldots$

   d) l'errore a regime del sistema retroazionato per ingresso a gradino unitario:

   $e_p \simeq \ldots\ldots$



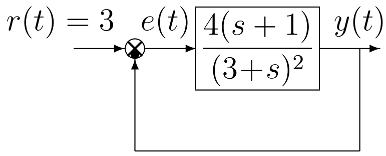
5. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $f(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della traslazione in s":

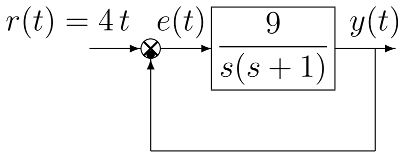
$$\mathcal{L}[e^{-\mathbf{a}\,t}f(t)] =$$

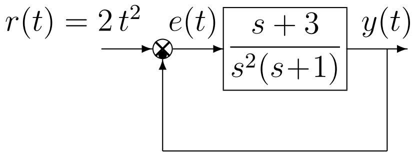
6. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $\ddot{y}(t)+y(t) = 0$ partendo dalle condizioni iniziali $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 1$. Si ricorda che vale la regola: $\mathcal{L}[\ddot{f}(t)] = s^2 F(s) - f(0)\, s - \dot{f}(0)$.

$$y(t) = \qquad\qquad\qquad\qquad , \qquad\qquad t > 0$$

7. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:

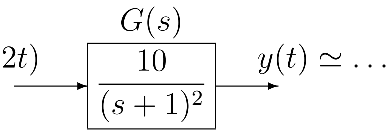




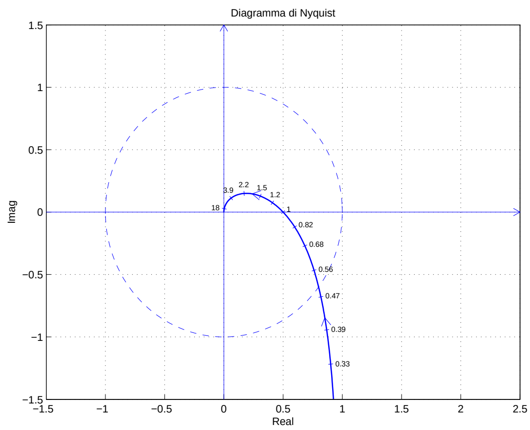


$e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) == 1.333$

8. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:



9. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{0.5(s+1)}{s(1-s)}$. Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:



- ◯ $0 < K < \alpha^* < \infty$;
- ◯ $0 < \alpha^* < K < \infty$;
- ◯ $-\infty < \alpha^* < K < 0$;
- ◯ $-\infty < K < \alpha^* < 0$;

Calcolare (se esiste) il valore di α^*:

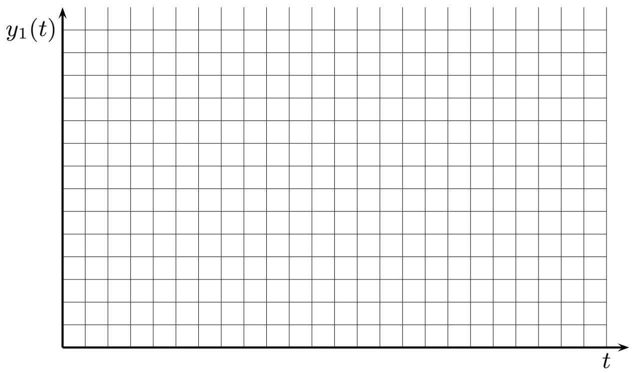
$$\alpha^* \simeq \dots$$

10. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{100(3+0.2s)(s^2+15s+60^2)}{(2s+16)(10s+1)^2(s^2+2s+9)(s^2+6s+100)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad\qquad$ $T_\omega \simeq$



11. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s+2)}{s(3\,s-1)^2}\, e^{-3\,s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$