Controlli Automatici - Prima parte
19 Giugno 2013 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

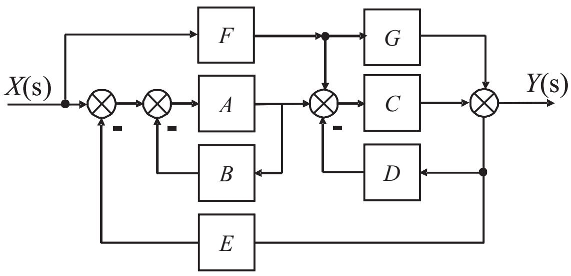
$$x_1(t) = (4 + e^{-5\,t})\,t^3, \qquad\qquad x_2(t) = 2 + e^{3\,t}\sin(5\,t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2(s+1)}, \qquad\qquad G_2(s) = 5\,e^{-2\,s} + \frac{2\,s}{s^2+9}$$

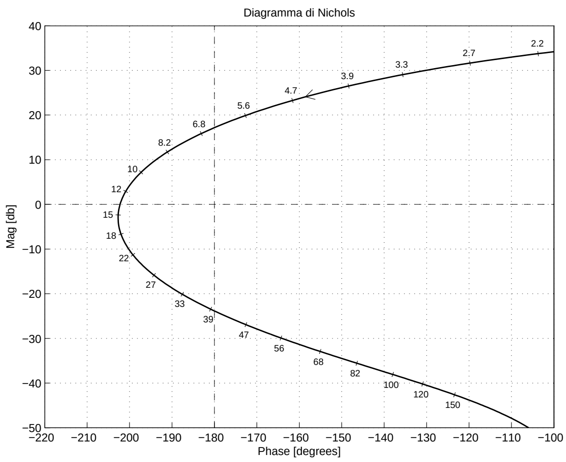
b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G(s) = \ldots$

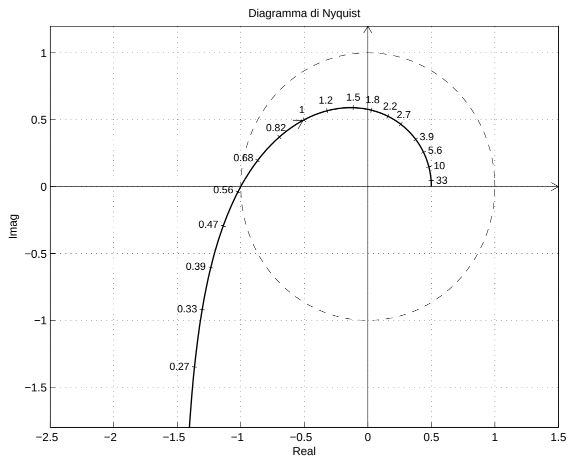


c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;
c.2) il margine di fase M_φ del sistema;
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45$;
c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

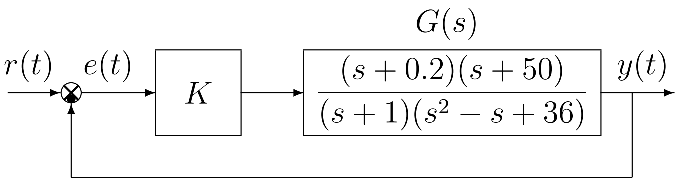
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

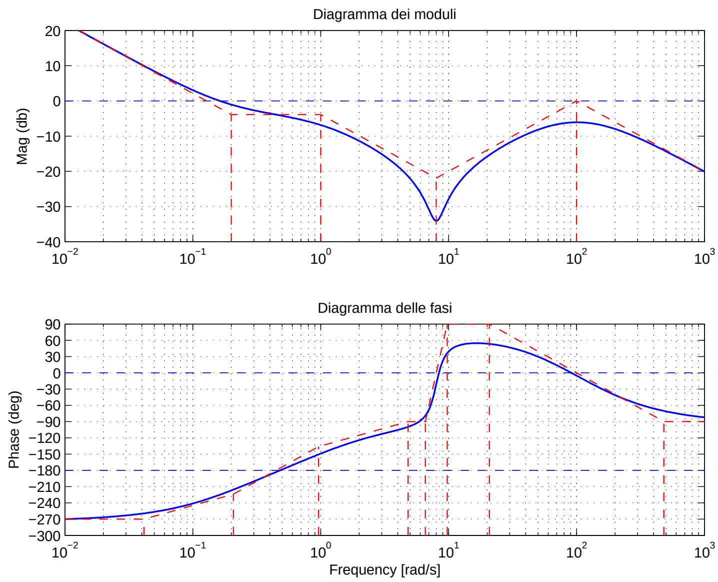


d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

e) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.



e.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \dots$

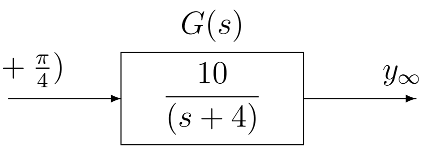
Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

e.2) Calcolare gli approssimanti $G_0(s)$ e $G_\infty(s)$ della funzione $G(s)$ per $\omega \simeq 0^+$ e per $\omega \simeq \infty$:

$G_0(s) =$ $\qquad\qquad$ $G_\infty(s) =$

f) Calcolare la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ sollecitato dall'ingresso $x(t)$:

$x(t) = 4 + 2\cos(3t + \frac{\pi}{4})$



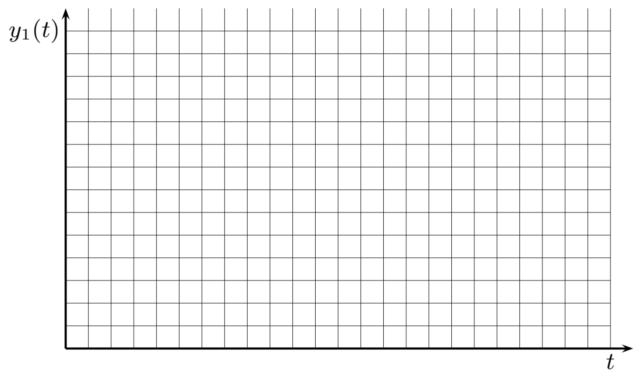
$y_\infty(t) \simeq \dots$

g) Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{75\,(3+0.4\,s)(s^2+10\,s+16^2)}{(3\,s+4)(0.1\,s+2)^2(s^2+9)(s^2+s+25)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



Controlli Automatici - Prima parte

19 Giugno 2013 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace della funzione $f(t)$ e sia $f(0^-)$ il valore che la funzione $f(t)$ assume all'istante $t = 0^-$. Il teorema della trasformata della derivata generalizzata afferma che

$$\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = \qquad \ldots$$

2. Scrivere le funzioni di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente alla seguente equazione differenziale nelle variabili $x(t)$ e $y(t)$:

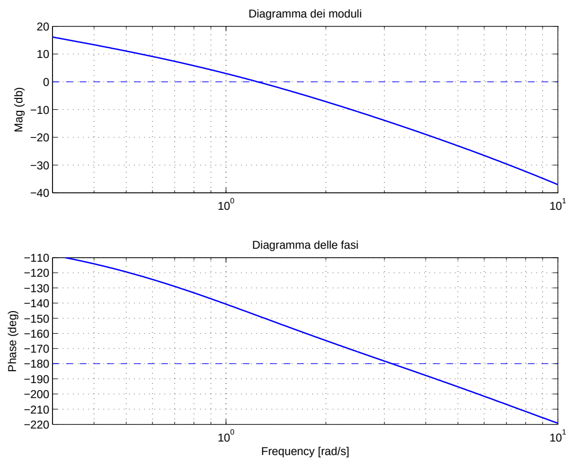
$$2\,\dddot{y} + 4\,\dot{y} + 3\,y = \ddot{x} + 5\,\dot{x} + 2x \qquad \rightarrow \qquad G(s) =$$

3. Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode riportati a fianco, relativi ad un sistema $G(s)$ a fase minima.

   Leggere il margine di fase M_φ e il margine di ampiezza M_α del sistema $G(s)$:

$$M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$$

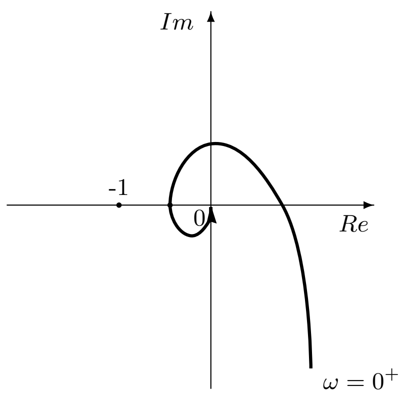
$$M_\alpha = \ldots\ldots\ldots$$



4. Dato il seguente diagramma di Nyquist di una funzione $G(s)$ con 1 polo nell'origine e tutti gli altri a parte reale negativa, disegnate il diagramma polare completo.

   Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

   ◯ $(K > 0,\ |K| << 1)$;
   ◯ $(K > 0,\ |K| >> 1)$;
   ◯ $(K < 0,\ |K| >> 1)$;
   ◯ $(K < 0,\ |K| << 1)$;



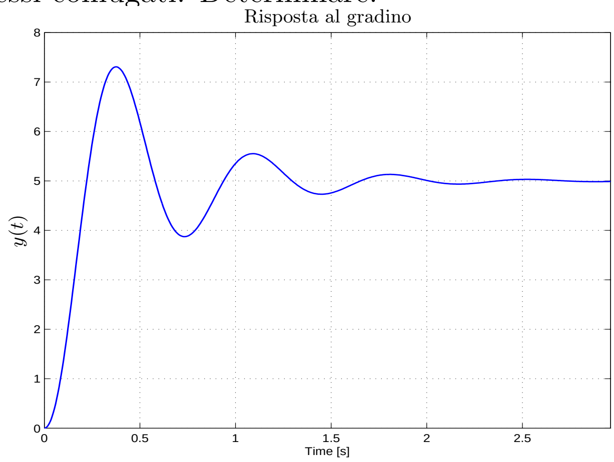
5. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ e il grado di molteplicità ν della coppia di poli complessi coniugati corrispondente all'andamento temporale $g_1(t) = 3\,t^2\,e^{5\,t}\sin(2\,t)$:

$$p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = \ldots\ldots \pm j\,\ldots\ldots \qquad\qquad \nu = \ldots\ldots$$

6. Calcolare la posizione σ_a dell'asintoto verticale del diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(3\,s-2)(1+3\,s)}{s(s^3+2\,s^2+3\,s+4)} \qquad \rightarrow \qquad \sigma_a =$$

7. In figura è mostrata la risposta $y(t)$ al gradino $x(t) = 2$ di un sistema dinamico $G(s)$ a fase minima caratterizzato da 2 poli dominanti complessi coniugati. Determinare:



a) i poli dominanti del sistema:

$$p_{1,2} = \ldots\ldots + j\ \ldots\ldots$$

b) il guadagno statico del sistema:

$$G_0 = \ldots\ldots$$

c) la pulsazione naturale ω_n del sistema:

$$\omega_n = \ldots\ldots$$

8. Enunciare il criterio di Nyquist nella sua formulazione più generale valida anche per sistemi instabili ad anello aperto).
Criterio di Nyquist. *Nell'ipotesi che la funzione guadagno di anello $F(s)$ ...*

condizione ◯ *solo necessaria* ◯ *solo sufficiente* ◯ *necessaria e sufficiente*

affinché ...

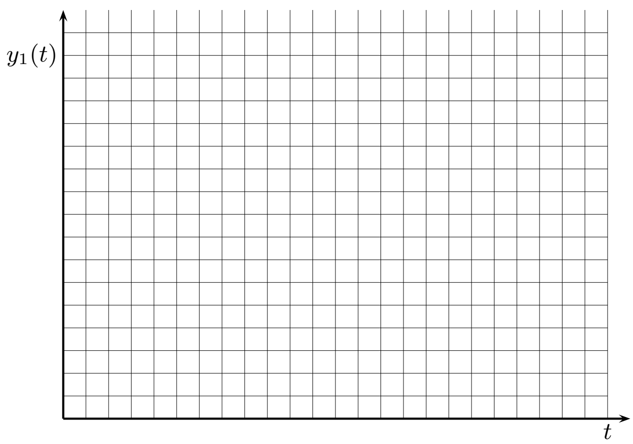
9. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $3\dot{y}(t) + 2\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 4$.

$$Y(s) = \qquad\qquad\qquad y(t) =$$

10. Sia $y(t) = M(\omega)\cos(\omega t + \phi(\omega) + \varphi_0)$ la risposta asintotica di un sistema lineare stabile all'ingresso sinusoidale $x(t) = N\cos(\omega t + \varphi_0)$. Fornire la "definizione" di funzione di risposta armonica $F(\omega)$ utilizzando i simboli che caratterizzano i segnali $x(t)$ e $y(t)$:

$$F(\omega) = \ldots$$

11. Utilizzando i teoremi del valore iniziale e del valore finale, disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta all'impulso del seguente sistema:



$$G(s) = \frac{2\,s + 3}{s(4\,s + 1)(s + 6)}$$

Calcolare il valore iniziale y_0, il valore finale y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta all'impulso $y_1(t)$:

$$y_0 = \qquad\qquad y_\infty \simeq \qquad\qquad T_a \simeq$$

12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s-2)(3\,s+4)}{s(s+2)}\,e^{-5\,s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$