Controlli Automatici - Prima parte
18 Aprile 2016 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

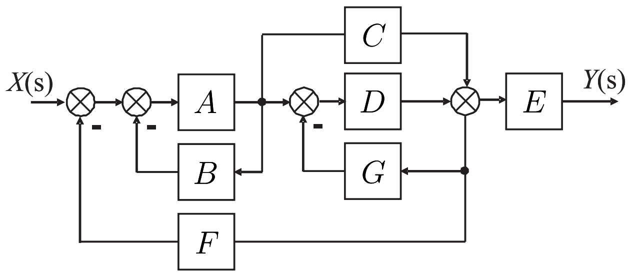
$$x_1(t) = [2t^3 + \cos(3t)]\, e^{-5\,t}, \qquad\qquad x_2(t) = 5\,\delta(t-3) + 4\,t^4$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G(s)$:

$$G_1(s) = 3 + \frac{12}{s(s+1)(s+3)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{10\,e^{-3\,s}}{s^2+25}$$

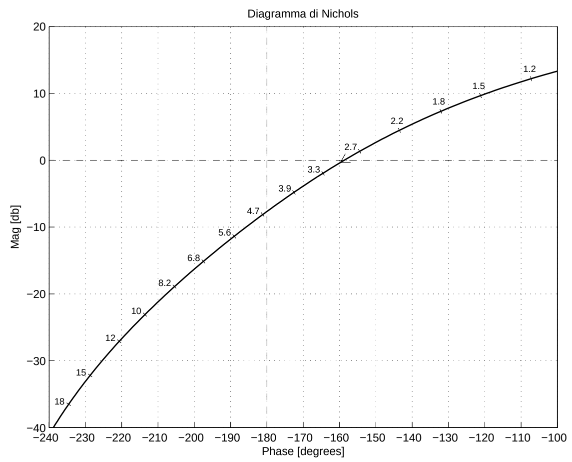
b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$

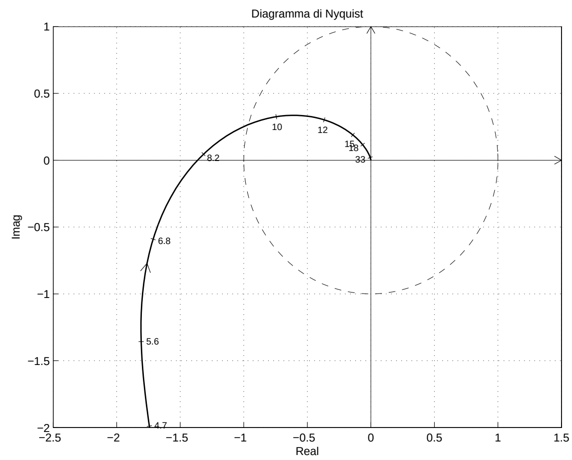


c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;
c.2) il margine di fase M_φ del sistema;
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45°$;
c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

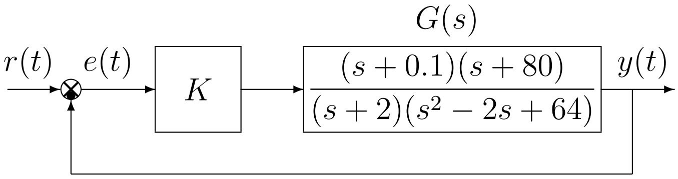
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



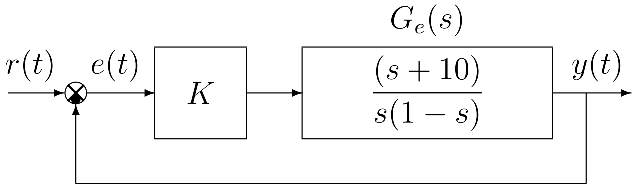
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_p| = 0.05$ per ingresso a gradino $x(t) = 4$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a dell'asintoto verticale e le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale.

e.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.01$ per ingresso a rampa $x(t) = 2\,t$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

f.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

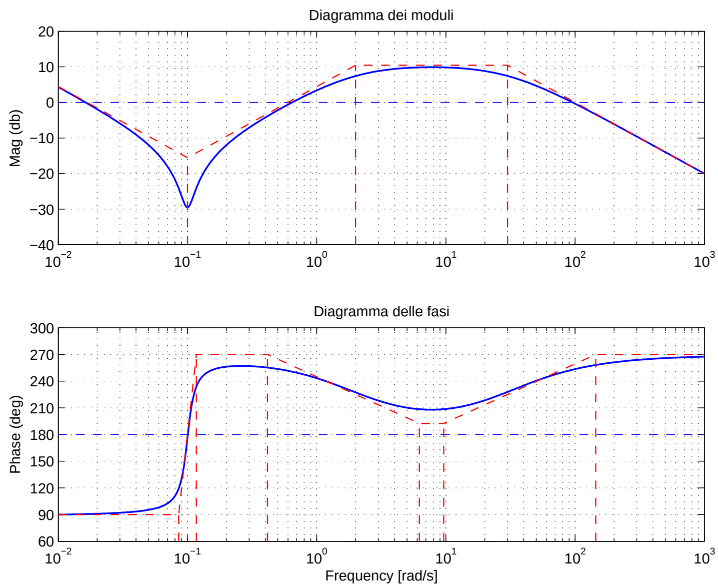
$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

f.2) Calcolare la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 5\,\cos(2\,t - \tfrac{\pi}{3}).$$

$y(t) = \ldots$



Controlli Automatici - Prima parte

18 Aprile 2016 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

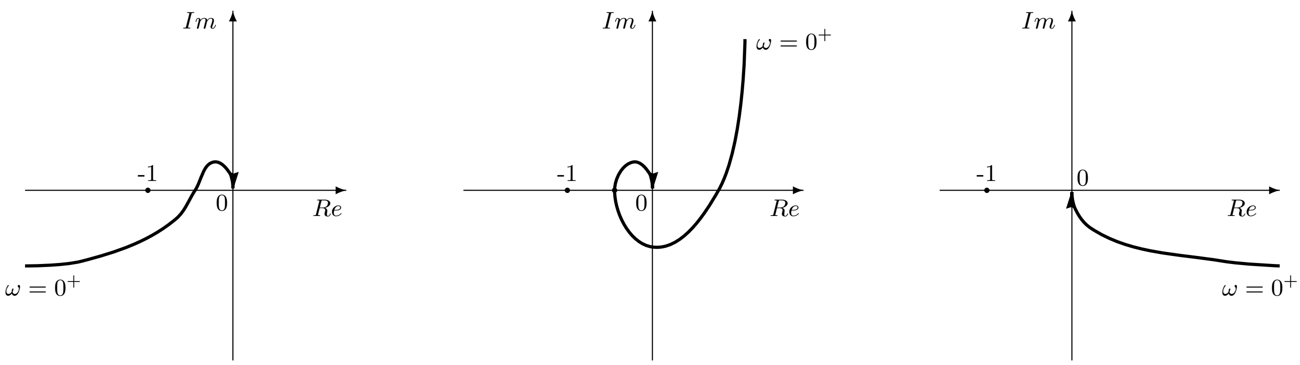
1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\dddot{y}(t)+5\,\ddot{y}(t)+3\,\dot{y}(t)+y(t) = 4\,\ddot{x}(t)+3\,x(t) \quad \rightarrow \quad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. La formula di Bode per il calcolo della fase di un sistema a partire dal diagramma delle ampiezze

   ◯ è valida per i sistemi lineari stabili ◯ è una formula approssimata
   ◯ è valida per i sistemi a fase minima ◯ è una formula esatta

3. Chiudere all'infinito i seguenti diagrammi di Nyquist. Nota: tutti i diagrammi di Nyquist fanno riferimento a sistemi con tutti i poli a parte reale negativa eccezion fatta per un polo semplice o doppio nell'origine.



4. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 4 + 5\sin(3t - \tfrac{\pi}{6}) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{20}{(s+4)^2}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

5. Nella determinazione degli errori a regime, il *principio del modello interno* afferma che: *affinché sia neutralizzato (con errore a regime nullo) un modo $r(t)$ in ingresso corrispondente ad un polo nell'origine di ordine h, occorre che ...*

6. Calcolare la posizione σ_a dell'asintoto verticale del diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s+3)(1-2\,s)}{s(s^3+2\,s^2-5\,s+3)} \qquad \rightarrow \qquad \sigma_a =$$

7. Nella scomposizione in fratti semplici, quali sono i *modi* $g_1(t)$ e $g_2(t)$ corrispondenti ad una coppia di poli complessi coniugati $p_{1,2} = -2 \pm 5j$ con grado di molteplicità $\nu = 2$:

$$g_1(t) = \qquad\qquad g_2(t) =$$

8. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine caratterizzato da un guadagno statico $G(0) = 3$, da un coefficiente di smorzamento $\delta = 0.5$ e da un tempo di assestamento $T_a = 3$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) =$$

9. La posizione dei due poli di un sistema del 2^o ordine privo di zeri è univocamente determinata se sono note le seguenti informazioni:

   - ◯ il coefficiente di smorzamento δ e il tempo di assestamento T_a
   - ◯ la massima sovraelongazione S e il picco di risonanza M_R
   - ◯ il picco di risonanza M_R e pulsazione di risonanza ω_R

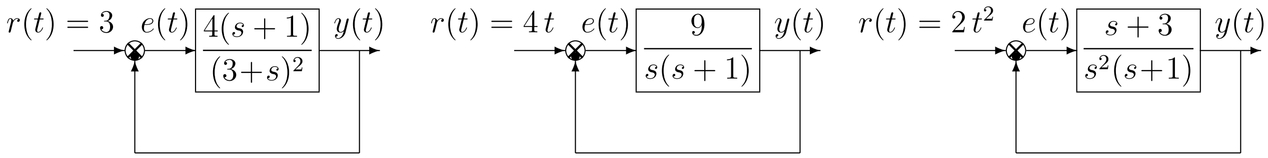
10. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $M\,\dot{y}(t) + B\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 3$.

$$y(t) = \qquad\qquad\qquad , \qquad\qquad t > 0.$$

11. Sia $y(t) = Y(\omega)\sin(\omega t + \varphi(\omega) + \varphi_0)$ la risposta asintotica di un sistema lineare stabile all'ingresso sinusoidale $x(t) = X\sin(\omega t + \varphi_0)$. Fornire la "definizione" di funzione di risposta armonica $F(\omega)$:

$$F(\omega) = \ldots$$

12. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



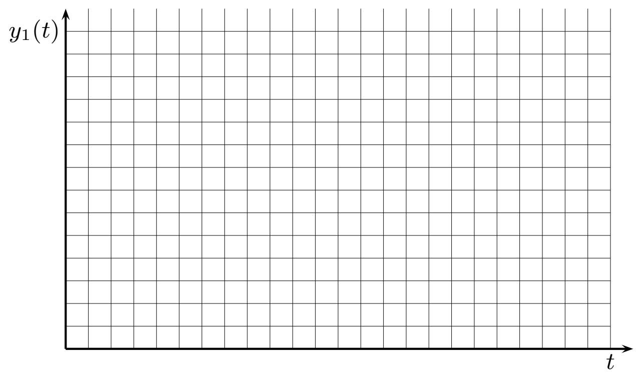
$e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$

13. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{30\,(2 + 0.01\,s)(s^2 + 20\,s + 160)}{(2\,s + 10)(15\,s + 3)(s^2 + 10\,s + 400)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad\qquad$ $T_\omega \simeq$



14. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s+2)^2}{s^2(2s-1)}\,e^{-2\,s} \quad \to \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

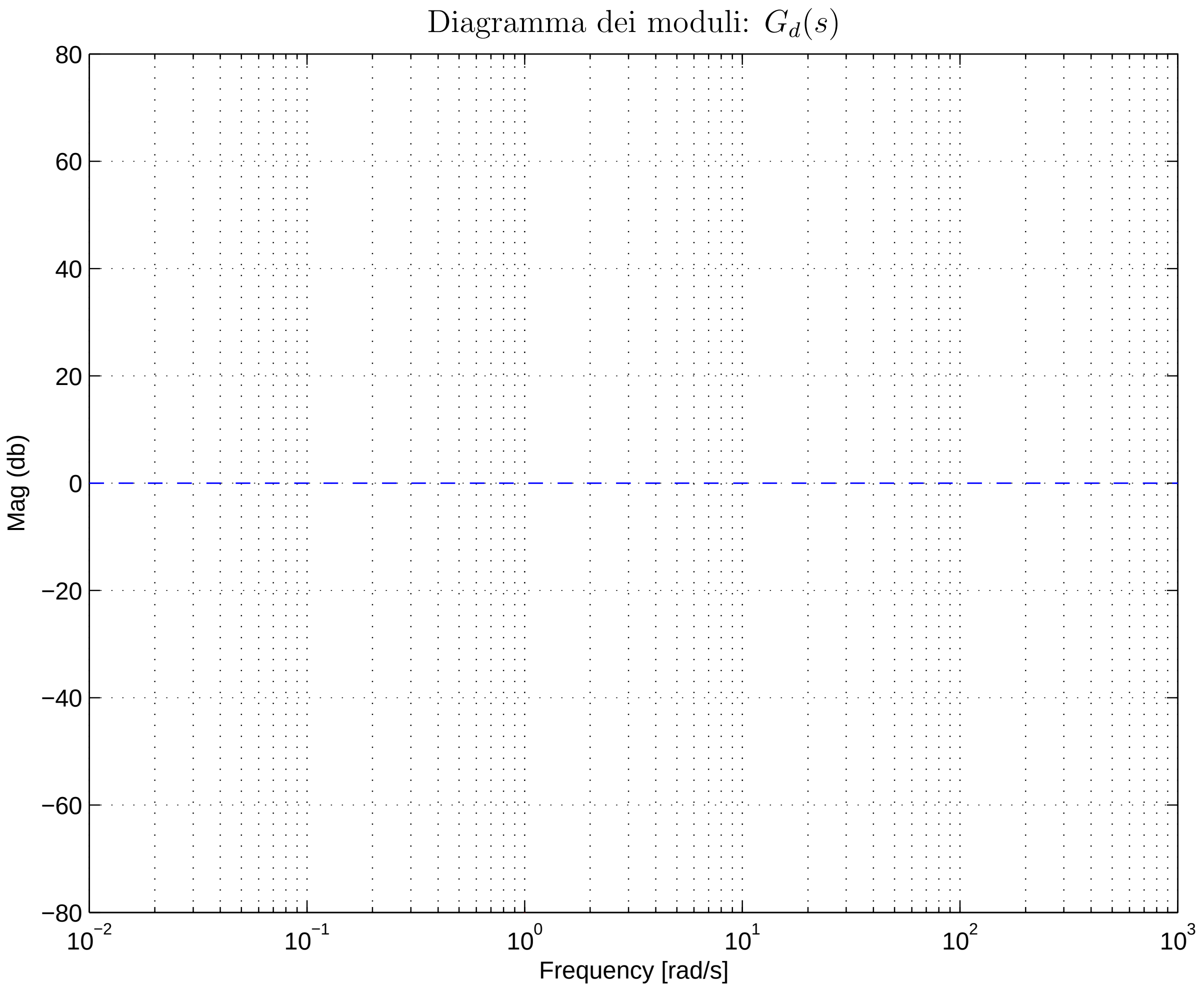


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
80
60
40
20
0
−20
−40
−60
−80
Mag (db)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

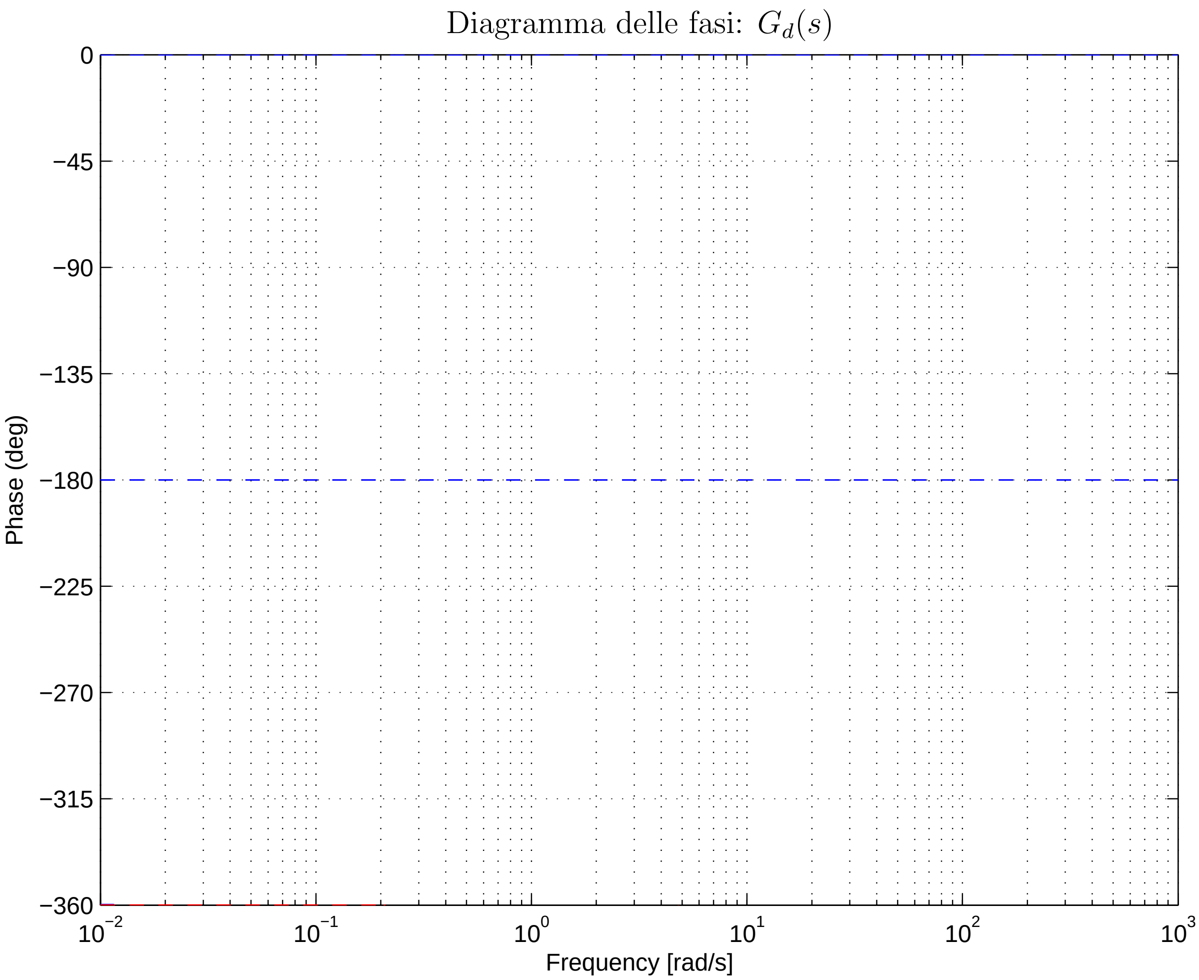


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
0
−45
−90
−135
−180
−225
−270
−315
−360
Phase (deg)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

Diagramma dei moduli: $G_e(s)$

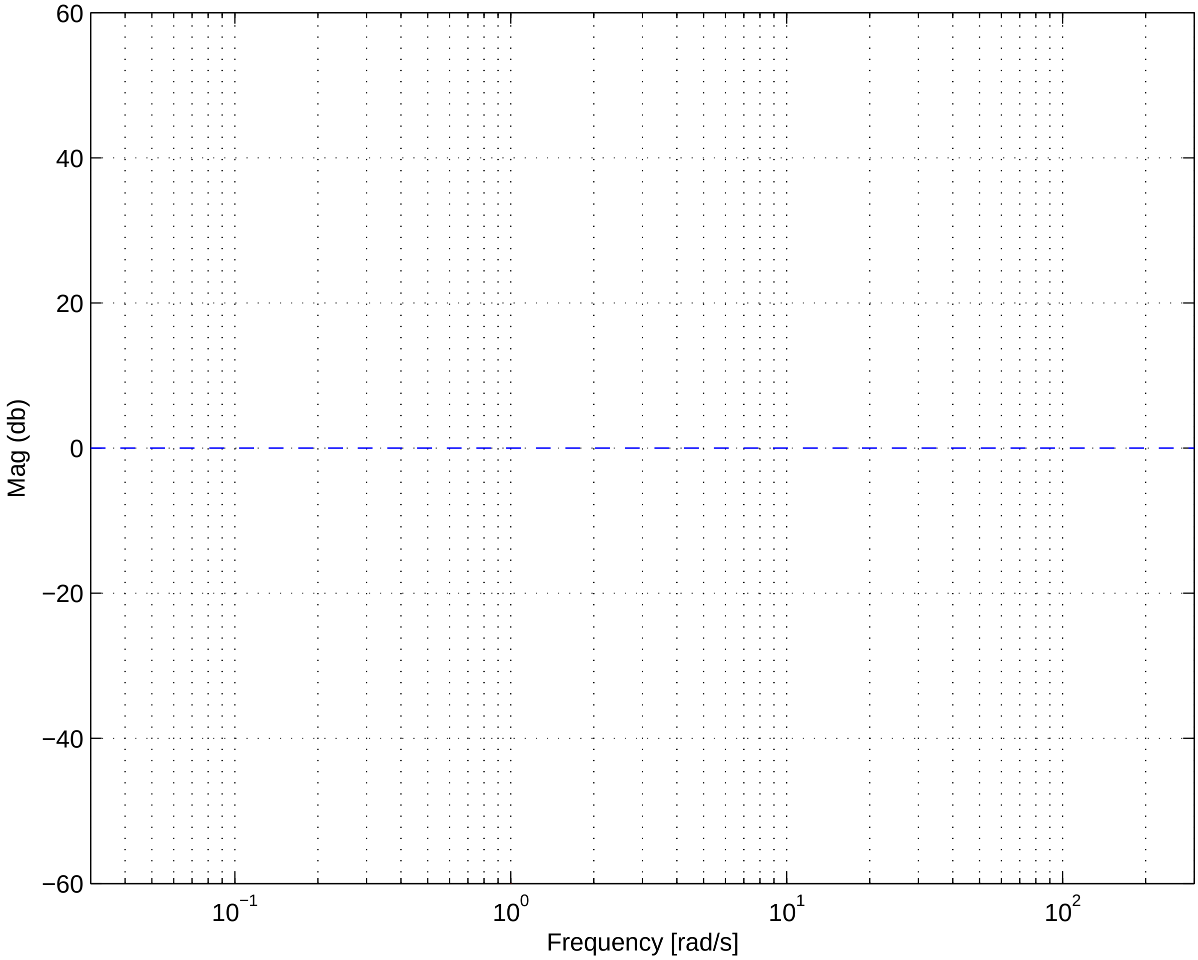


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$