Controlli Automatici - Prima parte
17 Giugno 2016 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

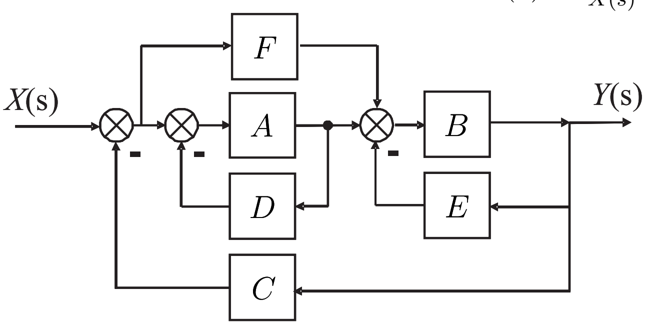
$$x_1(t) = [2\,t^2 + 3\sin(5t)]\,e^{-3\,t}, \qquad\qquad x_2(t) = 2\,t^3 + 3\,\delta(t-5)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G(s)$:

$$G_1(s) = \frac{6}{s(s+1)(1+2s)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{3\,s\,e^{-2\,s}}{s^2+16}$$

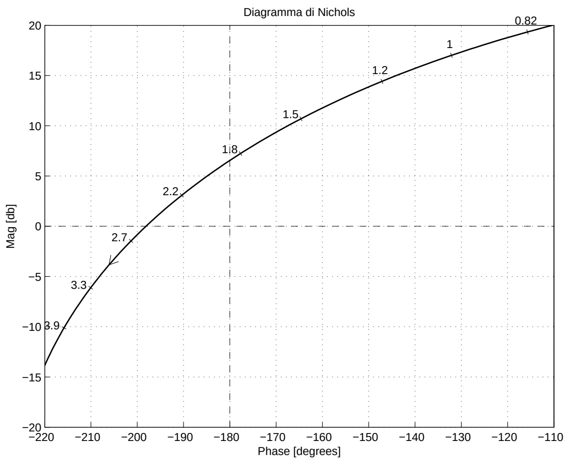
b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \dots$

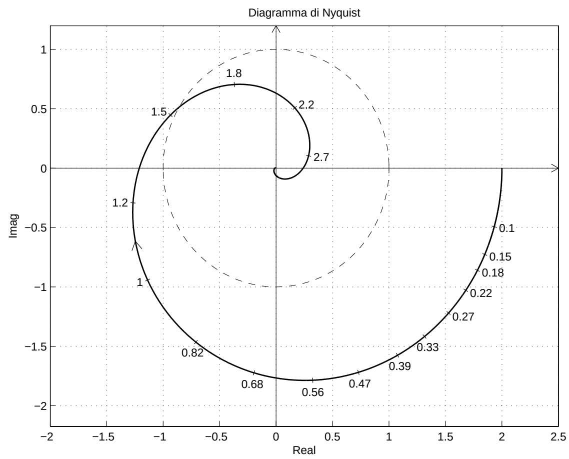


c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;
c.2) il margine di fase M_φ del sistema;
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45°$;
c.4) la risposta a regime $y_r(t)$ del sistema $G(s)$ ad un ingresso sinusoidale $x(t) = \sin(1.2t)$;

$G_1(j\omega)$



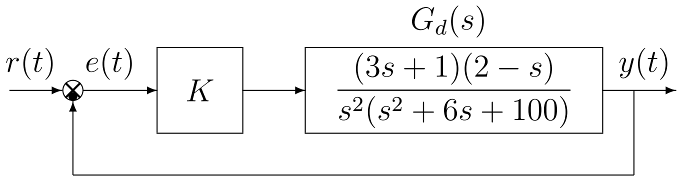
$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........
c.2) $M_\varphi =$ ....
c.3) $K_\varphi =$ ....
c.4) $y_r(t) =$ ....

c.1) $M_a =$.........
c.2) $M_\varphi =$ ....
c.3) $K_\varphi =$ ....
c.4) $y_r(t) =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



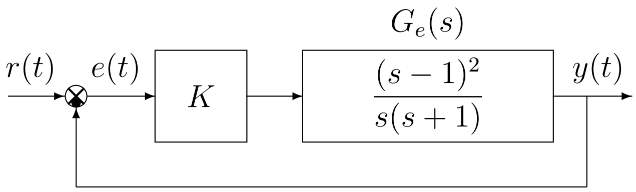
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_d(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_d(s)$. Calcolare esattamente le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare, in funzione di K, l'errore a regime e_a del sistema retroazionato per ingresso a parabola $r(t) = 3\,t^2$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a dell'eventuale asintoto verticale e le eventuali intersezioni σ_i^* con il semiasse reale negativo.

e.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.02$ per ingresso a rampa $x(t) = 3\,t$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

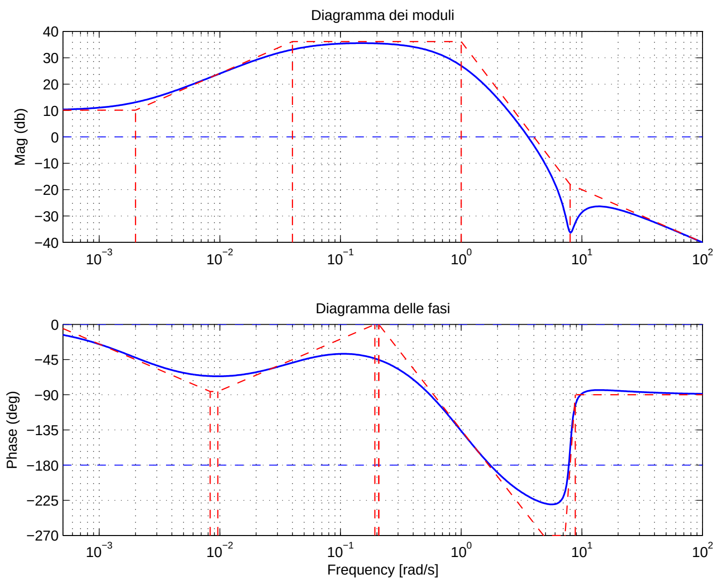
f.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

f.2) Calcolare l'errore a regime e_p del sistema retroazionato quando in ingresso è presente un gradino di ampiezza unitaria:

$e_p = \ldots$



Controlli Automatici - Prima parte

17 Giugno 2016 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\dddot{y}(t)+5\,\ddot{y}(t)+2\,y(t) = 4\,\dot{x}(t)+3\,x(t) \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{3\,(s^2+3s+1)}{(s+2)^2(2\,s-3)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad\qquad y_\infty =$$

3. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 6 + 5\cos(3t) \longrightarrow \boxed{\overset{G(s)}{\dfrac{s+1}{s+4}}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

4. Posto $a_0 \neq 0$, l'equazione ausiliaria che si ottiene dalla tabella di Routh quando tutti gli elementi di una riga si annullano:

- ◯ ha radici simmetriche rispetto all'origine
- ◯ è composta solo da termini di grado pari in s
- ◯ è composta solo da termini di grado dispari in s
- ◯ ha radici simmetriche rispetto all'asse immaginario

5. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $f(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della traslazione in s":

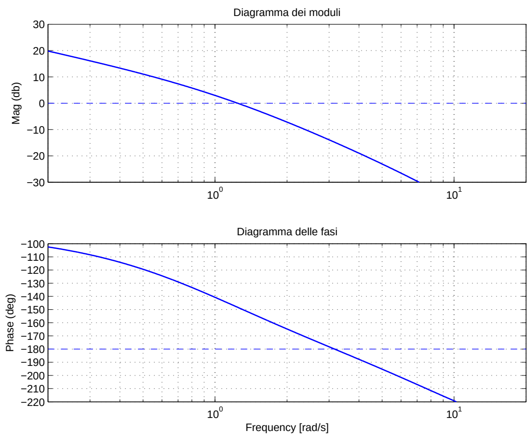
$$\mathcal{L}[e^{-a\,t}f(t)] =$$

6. Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode riportati a fianco, relativi ad un sistema $G(s)$ a fase minima.

Leggere il margine di fase M_φ e il margine di ampiezza M_α del sistema $G(s)$:

$$M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$$

$$M_\alpha = \ldots\ldots\ldots$$



7. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $\dot{y}(t) + 4\,y(t) = 0$ con condizione iniziale $y(0) = 3$.

$$y(t) =$$

8. Il picco di risonanza M_R di un sistema del 2° ordine è:

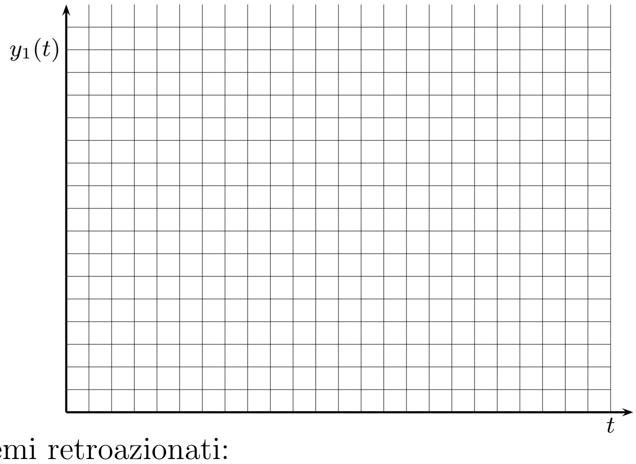
◯ $M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-2\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-2\delta^2}}$

9. Utilizzando i teoremi del valore iniziale e del valore finale, disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

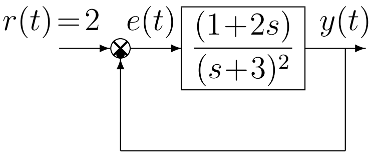
$$G(s) = \frac{4 - 9s}{3s + 2}$$

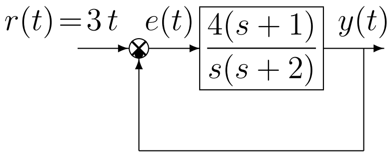
Calcolare il valore iniziale y_0, il valore finale y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:

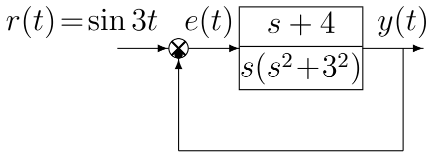
$y_0 =$ $\qquad$ $y_\infty \simeq$ $\qquad$ $T_a \simeq$



10. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:





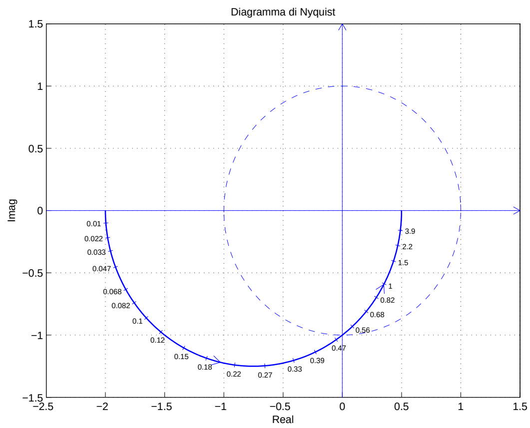


$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$

11. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{2(s+1)}{(4s-1)}$.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

- ◯ $-2 < K < \frac{1}{2}$;
- ◯ $-\frac{1}{2} < K < 2$;
- ◯ $(K < -2) \cup (K > \frac{1}{2})$;
- ◯ $(K < -\frac{1}{2}) \cup (K > 2)$;

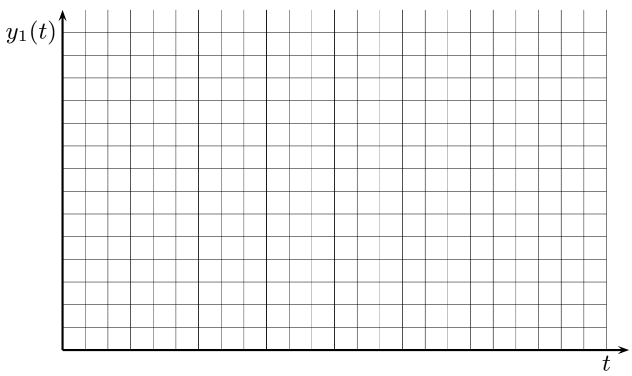


12. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{810(5 + 0.3s)(s^2 + 10s + 30^2)}{(2s + 30)(10s + 3)(s^2 + 6s + 81)(s^2 + 16s + 400)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



13. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s-3)(1+2s)}{s(1-s)^2}\, e^{-2\,s} \quad \to \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

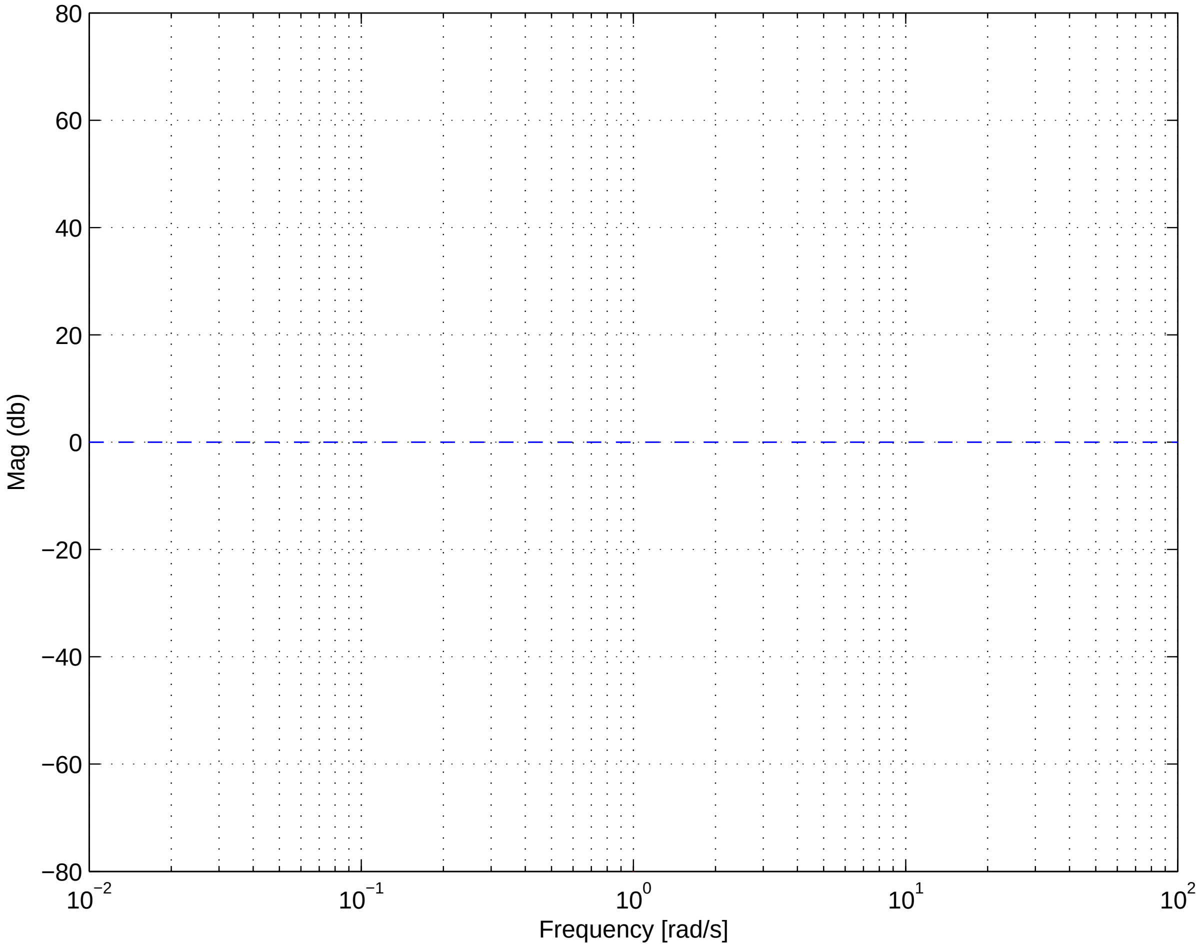


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$

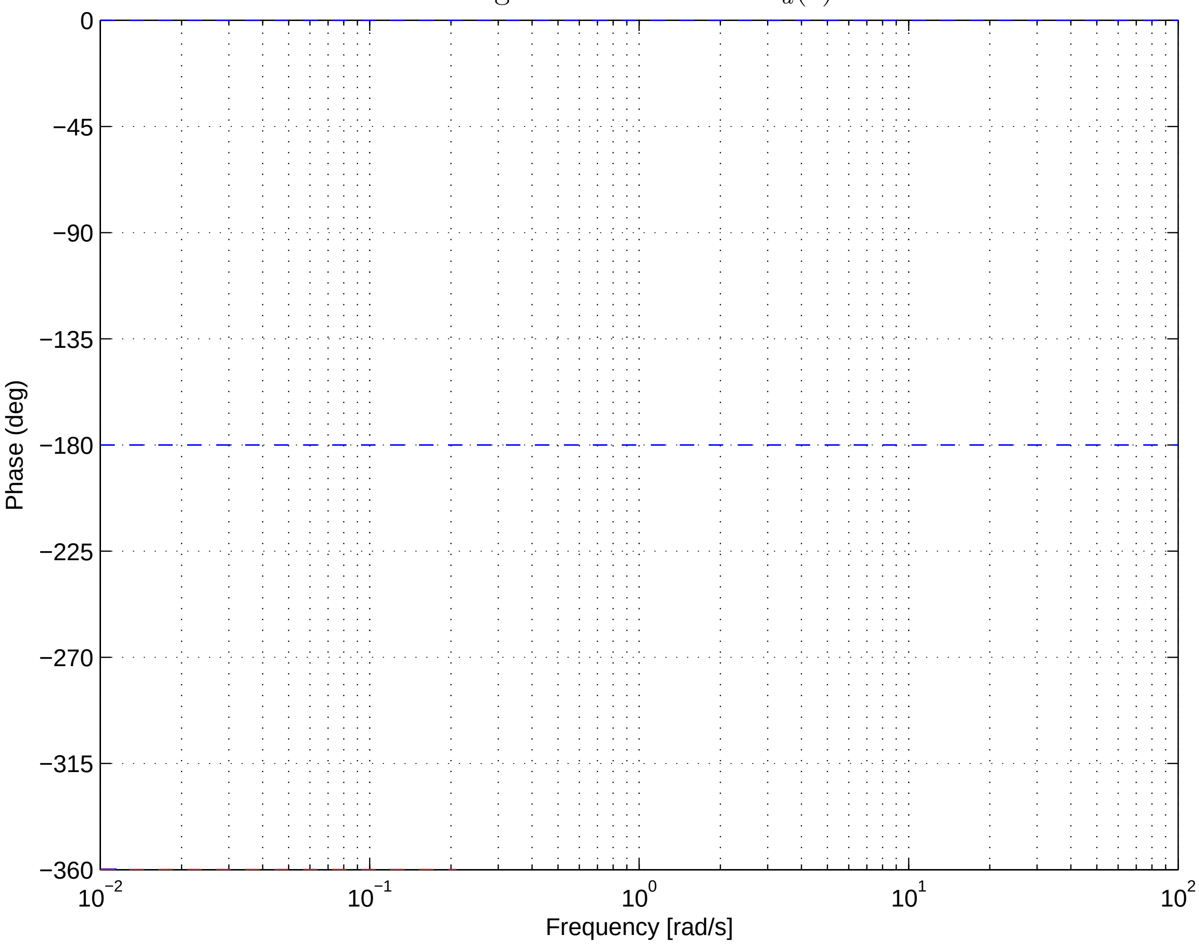


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$

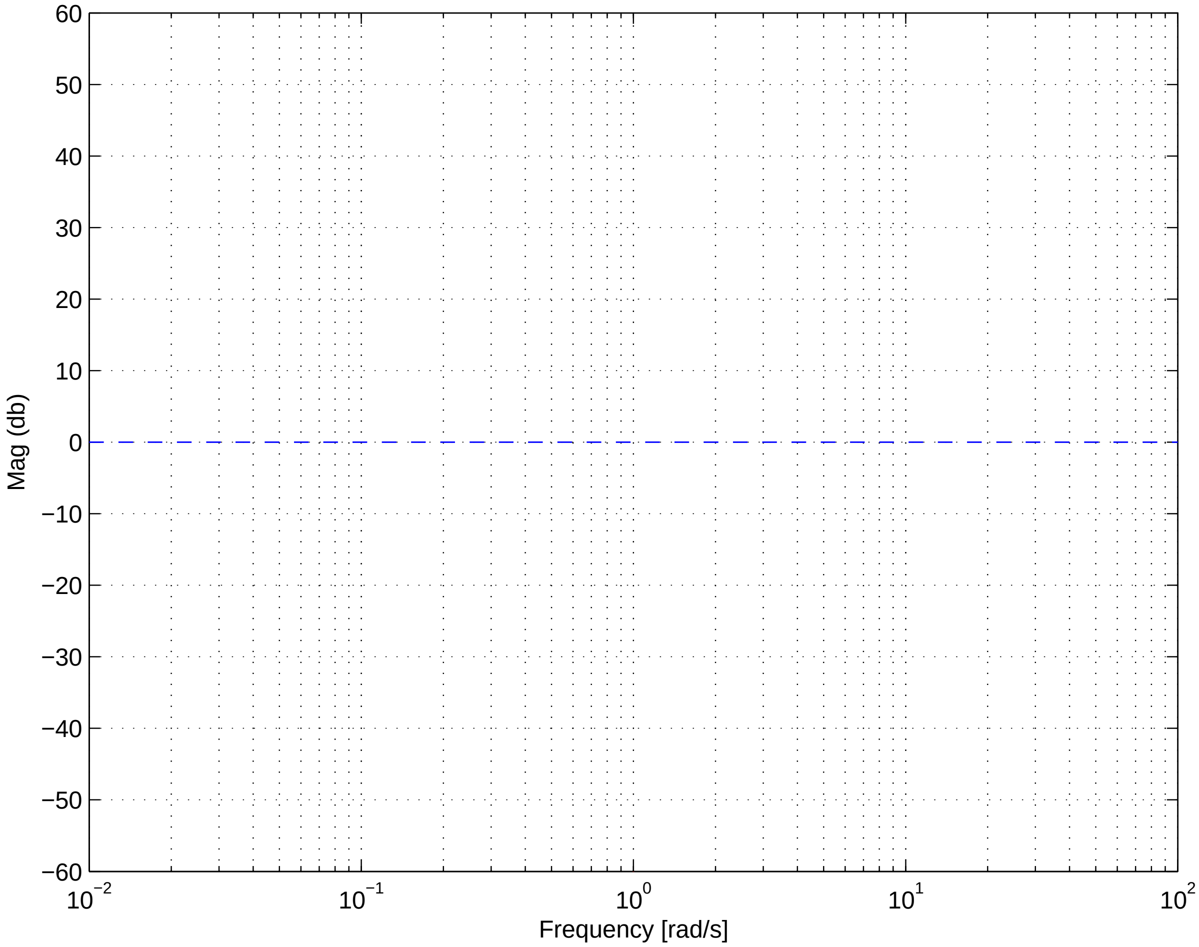


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$