Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte
17 Aprile 2015 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s) = \mathcal{L}[x(t)]$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = (2\sin(7t) - 4)\, e^{3t}, \qquad x_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ e^{-2\,(t-3)} \cos(4(t-3)) & t \geq 3 \end{cases}$$

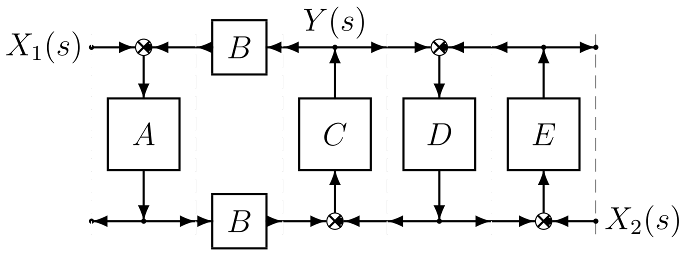
a.2) Calcolare la trasformata di Laplace inversa $y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)]$ delle seguenti funzioni $Y(s)$:

$$Y_1(s) = \frac{8}{s(s+2)(s-2)}, \qquad Y_2(s) = \frac{48}{s^5} + \frac{12}{(s+5)^3} + e^{-2\,s}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi riportato in figura, calcolare le funzioni di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$:

$G_1(s) = \frac{Y(s)}{X_1(s)} = \ldots$

$G_2(s) = \frac{Y(s)}{X_2(s)} = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

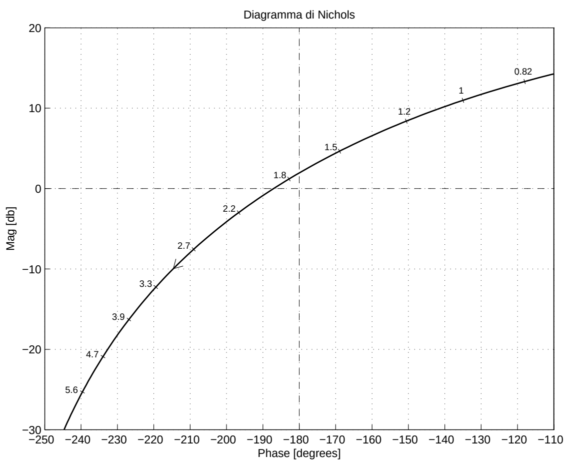
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

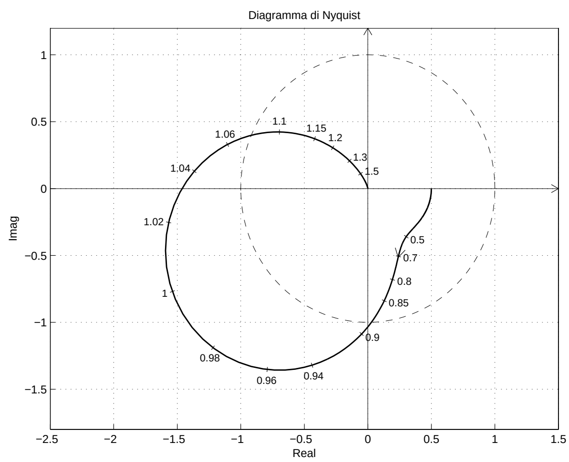
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45°$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$

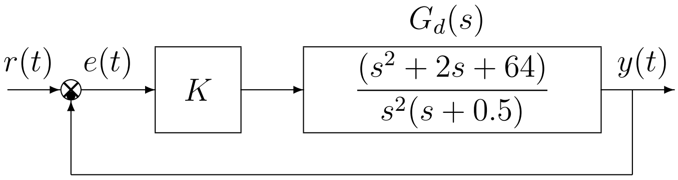


$G_2(j\omega)$



G_1	G_2
c.1) $M_a =$.........	c.1) $M_a =$.........
c.2) $M_\varphi =$	c.2) $M_\varphi =$ ....
c.3) $K_\varphi =$	c.3) $K_\varphi =$ ....
c.4) $K_\alpha =$	c.4) $K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



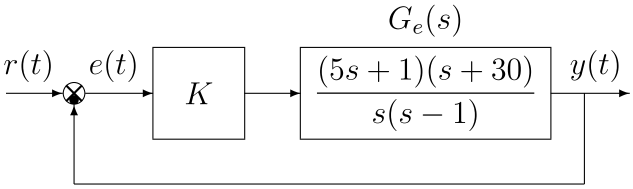
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_d(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_d(s)$. Calcolare esattamente le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare, in funzione di K, l'errore a regime e_a del sistema retroazionato per ingresso a parabola $r(t) = 2\,t^2$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

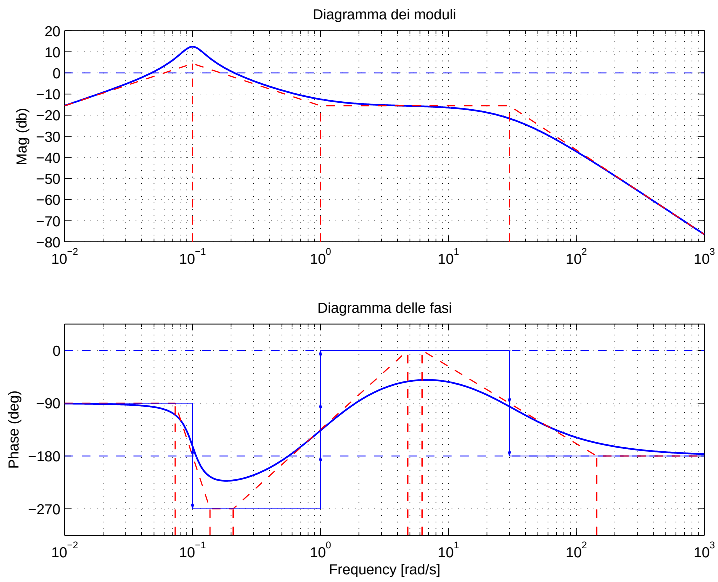
e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a dell'asintoto verticale e le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale.

e.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.01$ per ingresso a rampa $x(t) = 3\,t$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

f.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.



$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ. Nota: analizzare attentamente il diagramma delle fasi "a gradoni" nell'intorno della pulsazione $\omega = 1$.

f.2) Calcolare la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4 + 3\,\sin(0.6\,t - \tfrac{\pi}{6}).$$

$y(t) = \dots$

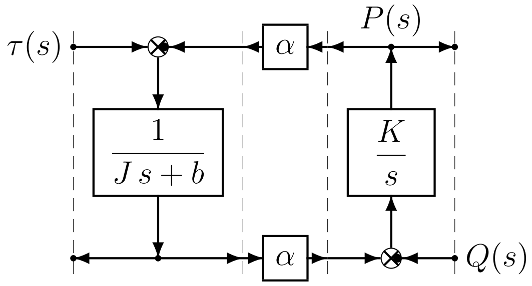
Controlli Automatici - Prima parte

17 Aprile 2015 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Dato il seguente schema a blocchi, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s)$ che lega l'ingresso $\tau(s)$ all'uscita $P(s)$ e la funzione di trasferimento $G_2(s)$ che lega l'ingresso $Q(s)$ all'uscita $P(s)$:



$$G_1(s) = \frac{P(s)}{\tau(s)} =$$

$$G_2(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} =$$

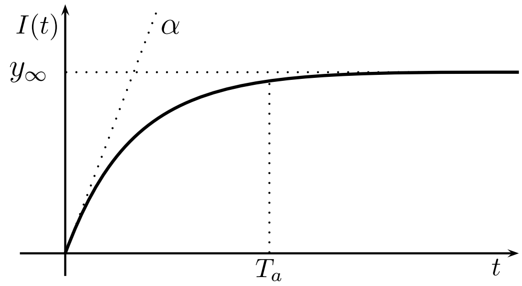
Scrivere inoltre la corrispondente equazione differenziale che lega il segnale di uscita $P(t)$ ai segnali di ingresso $\tau(t)$ e $Q(t)$:

$$\ldots\ldots$$

2. In figura è riportato l'andamento temporale $I(t) = \mathcal{L}^{-1}[I(s)]$ corrispondente alla seguente funzione $I(s)$:

$$I(s) = \frac{1}{s(L\,s+R)}$$

Calcolare, in funzione del parametri L ed R, il valore dei seguenti parametri (vedi figura):

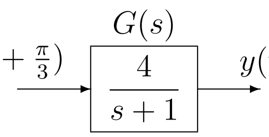


$y_\infty \simeq$ $\qquad\qquad$ $\alpha =$ $\qquad\qquad$ $T_a \simeq$

Per calcolare i parametri si utilizzi, eventualmente, i teoremi del valore iniziale e del valore finale.

3. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$x(t) = 5 + 3\cos(2t + \frac{\pi}{3})$



$y(t) \simeq \ldots$

4. L'antitrasformata di Laplace della funzione $F(s)$ è definita come segue:

○ $f(t) := \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)e^{st}dt$ $\qquad$ ○ $f(t) := \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)e^{-st}dt$

○ $f(t) := \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)e^{st}ds$ $\qquad$ ○ $f(t) := \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)e^{-st}ds$

5. Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli di un sistema $G(s)$ a fase minima.

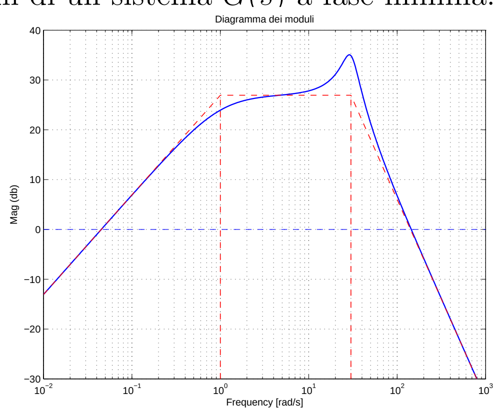
Utilizzando la formula di Bode, calcolare in modo approssimato la fase φ del sistema $G(s)$ in corrispondenza delle seguenti pulsazioni ω:

$\omega_1 = 0.04 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \simeq$

$\omega_2 = 1 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \simeq$

$\omega_3 = 30 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 \simeq$

$\omega_4 = 400 \quad \rightarrow \quad \varphi_4 \simeq$



6. Per un sistema del 2^o ordine privo di zeri e caratterizzato da una coppia di poli complessi coniugati, scrivere le funzioni $S(\delta)$ e $M_R(\delta)$ che legano la massima sovraelongazione $S\%$ e il picco di risonanza M_R al coefficiente di smorzamento δ:

$S(\delta) =$ $\qquad\qquad\qquad$ $M_R(\delta) =$

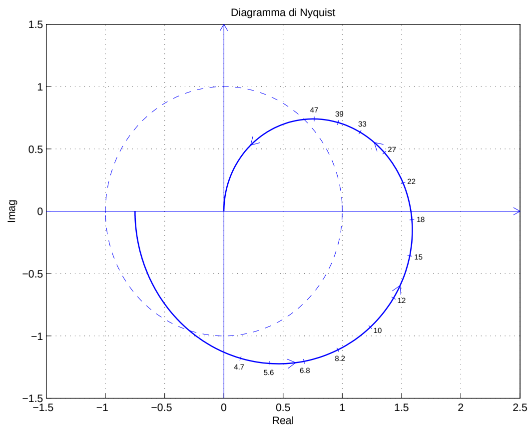
7. Posto $a_0 \neq 0$, l'equazione ausiliaria che di ottiene dalla tabella di Routh quando tutti gli elementi di una riga si annullano:

◯ ha radici simmetriche rispetto all'origine
◯ è composta solo da termini di grado pari in s
◯ è composta solo da termini di grado dispari in s
◯ ha radici simmetriche rispetto all'asse immaginario

8. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $3\dot{y}(t) + 2\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 4$.

$Y(s) =$ $\qquad\qquad\qquad$ $y(t) =$

9. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{-60(s+3)}{(s-8)(s-30)}$. Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:



◯ $0 < K < K^* < \infty$;
◯ $0 < K^* < K < \infty$;
◯ $-\infty < K^* < K < 0$;
◯ $-\infty < K < K^* < 0$;

Fornire una stima dei valore di K^* e ω^*:

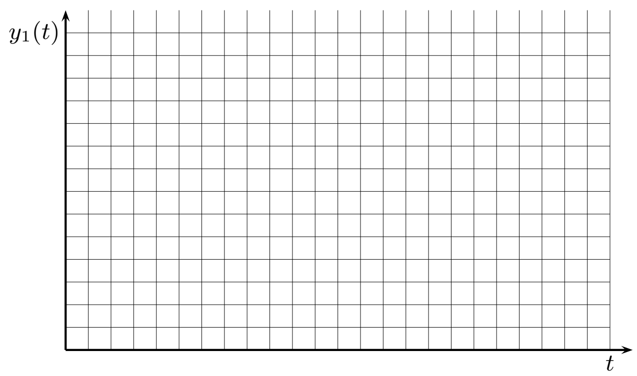
$K^* \simeq \dots$, $\omega^* \simeq \dots$

10. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{200(5 + 0.1s)(s^2 + 30s + 60^2)}{(2s+1)(2s+30)(s^2+20s+400)(s^2+s+25)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



11. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(1-2s)}{s(s-5)^2}\,e^{-3\,s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$