Controlli Automatici A
15 Aprile 2013 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

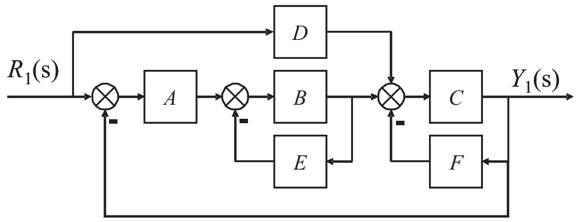
$$x_1(t) = [4 - 3\cos(5\,t)]\,e^{-2\,t}, \qquad x_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 5 \\ (t-5)^2\,e^{-3\,(t-5)} & t \geq 5 \end{cases}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{10}{s(s+1)(1+2\,s)}, \qquad G_2(s) = 2 + \frac{10}{(s+3)^2+25}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y_1(s)}{R_1(s)}$:

$G(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

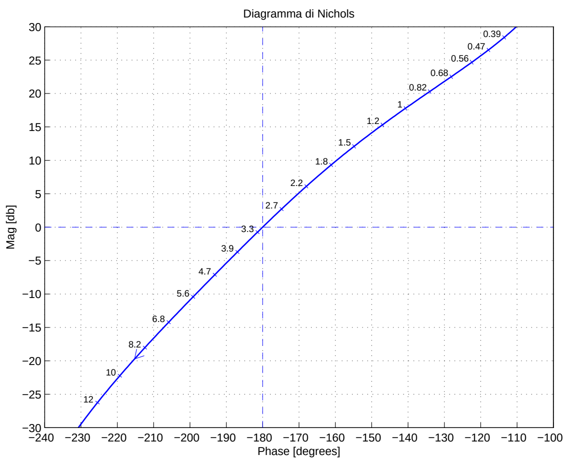
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

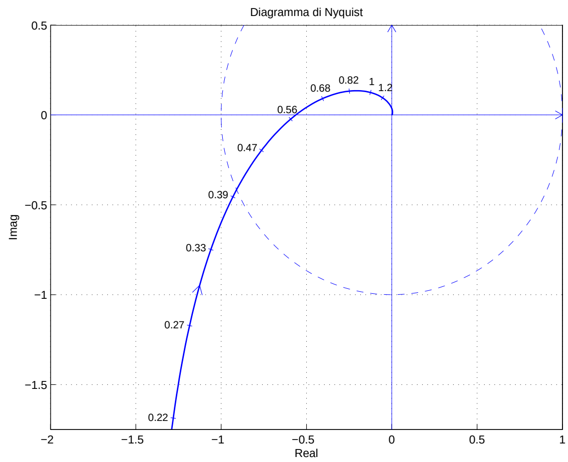
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$

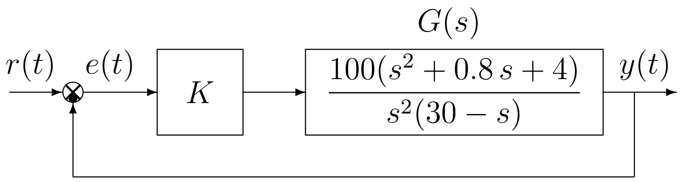


$G_2(j\omega)$



G_1		G_2	
c.1)	$M_a =$.........	c.1)	$M_a =$.........
c.2)	$M_\varphi =$	c.2)	$M_\varphi =$ ....
c.3)	$K_\varphi =$	c.3)	$K_\varphi =$ ....
c.4)	$K_\alpha =$	c.4)	$K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

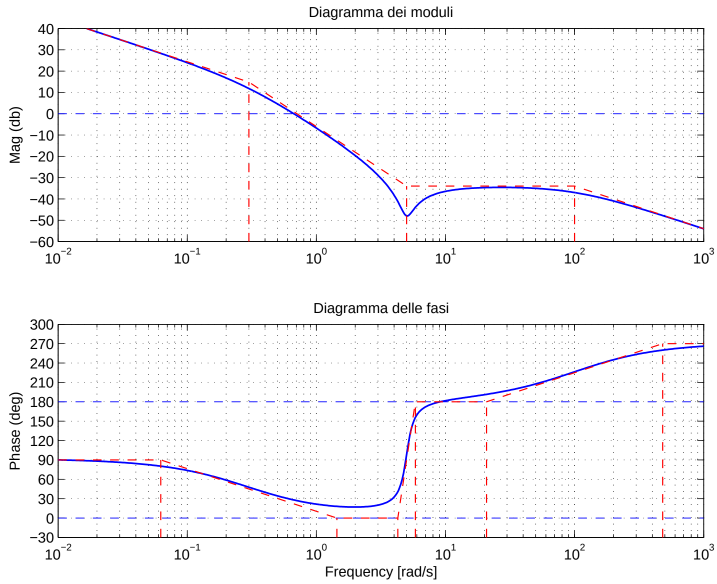
d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

e) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

e.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

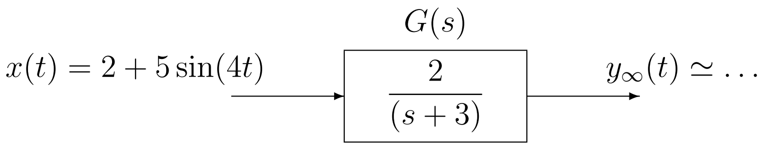
Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



e.2) Per $t \to \infty$, la risposta al gradino $y(t)$ del sistema $G(s)$:

- ◯ tende ad un valore costante;
- ◯ tende ad una rampa;
- ◯ tende ad una sinusoide;
- ◯ tende all'infinito;

f) Calcolare la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ sollecitato dall'ingresso $x(t)$:

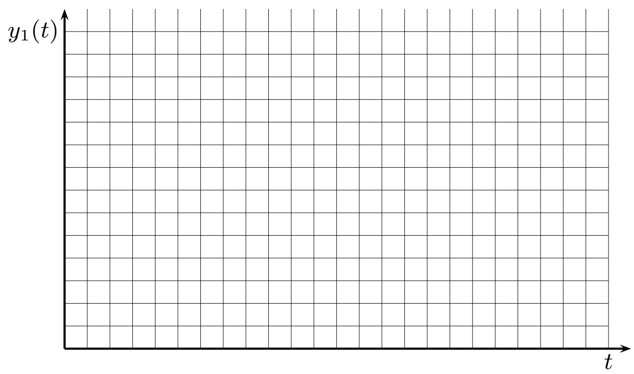


g) Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{30\,(3+0.2\,s)(s^2+20\,s+80^2)}{(10\,s+3)(0.2\,s+8)(s^2+8\,s+100)(s^2+0.6\,s+16)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



Controlli Automatici A

15 Aprile 2013 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Siano $X_1(s)$ e $X_2(s)$ le trasformate di Laplace delle funzioni $x_1(t)$ e $x_2(t)$. Il teorema della trasformata del prodotto integrale afferma che

$$\mathcal{L}\left[\int_0^\infty x_1(\tau)\, x_2(t-\tau)\, d\tau\right] = \qquad ...$$

2. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

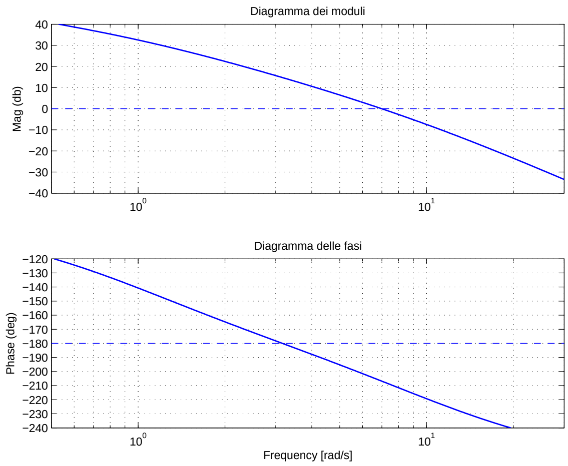
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^2+2}{(s+3)(s+1)^2} \qquad \rightarrow \qquad \ldots$$

3. Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode riportati a fianco, relativi ad un sistema $G(s)$ a fase minima.

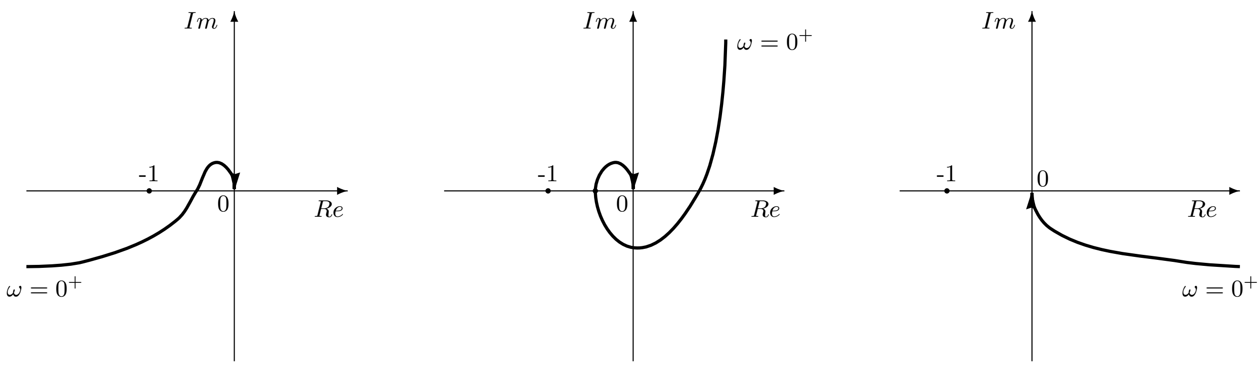
   Leggere il margine di fase M_φ e il margine di ampiezza M_α del sistema $G(s)$:

$$M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$$

$$M_\alpha = \ldots\ldots\ldots$$



4. Chiudere all'infinito i seguenti diagrammi di Nyquist. Nota: tutti i diagrammi di Nyquist fanno riferimento a sistemi con tutti i poli a parte reale negativa eccezion fatta per un polo semplice o doppio nell'origine.



5. Un sistema $G(s)$ retroazionato è asintoticamente stabile:

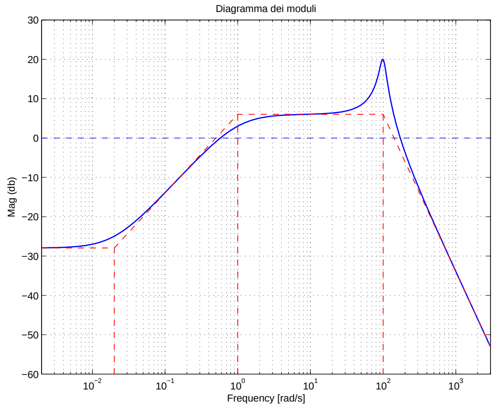
   ◯ se e solo se il suo margine di fase M_φ è positivo;

   ◯ se e solo se il suo margine di ampiezza M_a è positivo;

   ◯ se e solo se il suo margine di fase M_φ è maggiore di $\frac{\pi}{2}$;

   ◯ se e solo se il suo margine di ampiezza M_a è maggiore di 1;

6. Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli di un sistema $G(s)$ a fase minima.



Utilizzando la formula di Bode, calcolare in modo approssimato la fase φ del sistema $G(s)$ in corrispondenza delle seguenti pulsazioni ω:

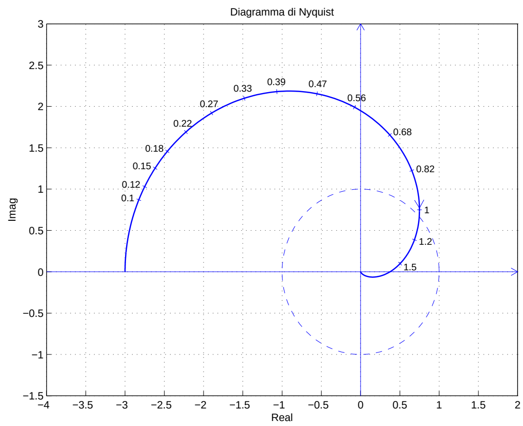
$$\omega_1 = 0.02 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \simeq$$

$$\omega_2 = 0.15 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \simeq$$

$$\omega_3 = 100 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 \simeq$$

$$\omega_4 = 2000 \quad \rightarrow \quad \varphi_4 \simeq$$

7. Sia dato il diagramma di Nyquist della funzione $G(s) = \dfrac{-3}{(s+1)^3}$.



In base al criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

$$\ldots \quad K \quad \ldots$$

Calcolare dal grafico, in modo approssimato, i valori limite dell'intervallo di ammissibilità del parametro K.

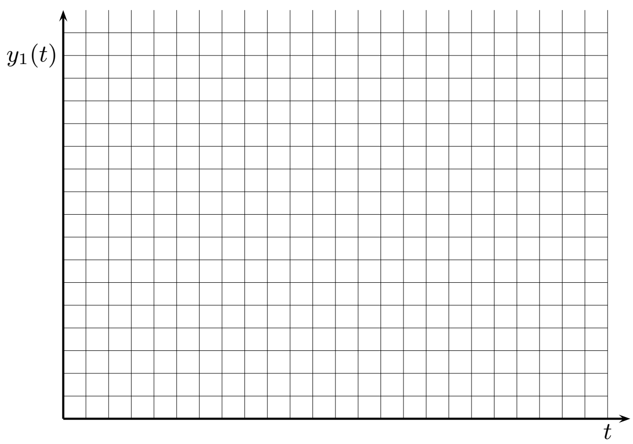
8. Calcolare la posizione σ_a dell'asintoto verticale del diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(2\,s-5)^2}{s(10\,s^2+4\,s-8)} \qquad \rightarrow \qquad \sigma_a =$$

9. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $2\dot{y}(t) + 3\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 5$.

$$Y(s) = \qquad\qquad y(t) =$$

10. Utilizzando i teoremi del valore iniziale e del valore finale, disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino del seguente sistema:



$$G(s) = \frac{3\,s+4}{2\,s+1}$$

Calcolare il valore iniziale y_0, il valore finale y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:

$$y_0 = \qquad y_\infty \simeq \qquad T_a \simeq$$

11. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(2+3\,s)(2\,s-1)}{s^2(s+5)^2}\,e^{-4\,t_0 s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$