Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte
12 Aprile 2023 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

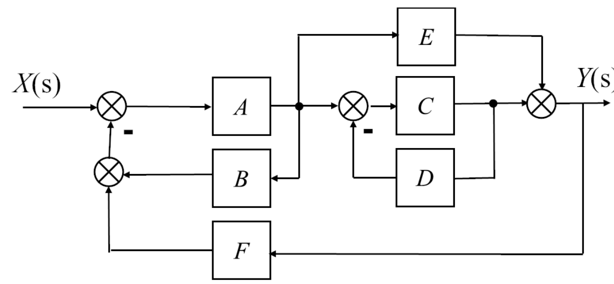
$$x_1(t) = [4\, t^5\, e^{-2\,t} + \cos(5\,t)]\, e^{-3\,t}, \qquad\qquad x_2(t) = 5(t-2) + 8t^3 + \delta(t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{21}{(s+1)\,(s+2)\,(1+4s)} \qquad\qquad G_2(s) = 4 + \frac{2\,(s+7)}{(s+7)^2+9}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

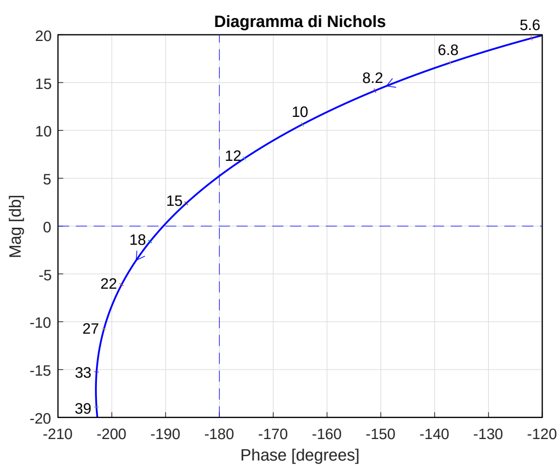
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$



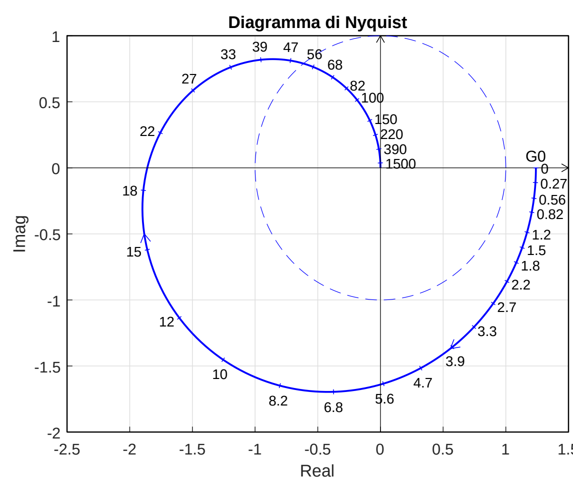
c.1) $M_a =\ldots\ldots\ldots$

c.2) $M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.3) $K_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.4) $K_\alpha = \ldots\ldots\ldots$

$G_2(j\omega)$



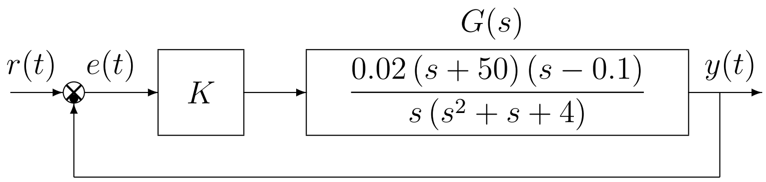
c.1) $M_a =\ldots\ldots\ldots$

c.2) $M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.3) $K_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.4) $K_\alpha = \ldots\ldots\ldots$

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



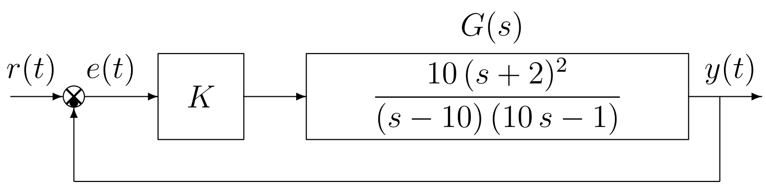
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.01$ per ingresso a rampa $x(t) = 3t$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

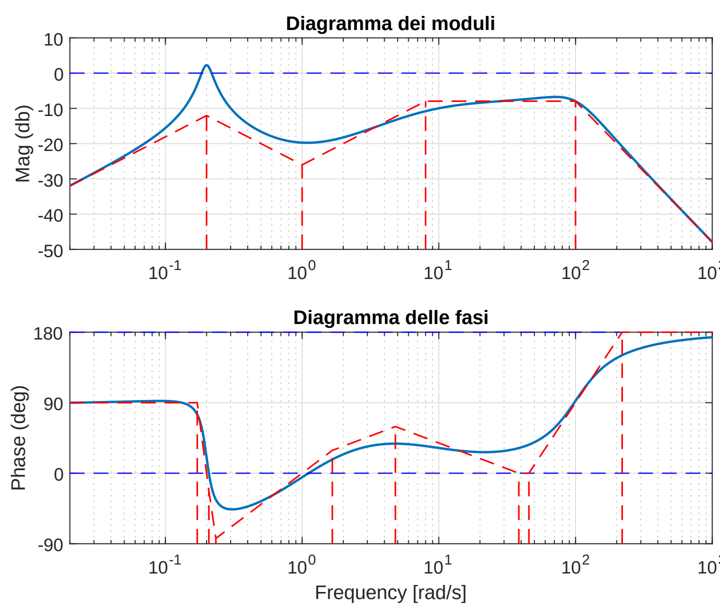
e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Controlli Automatici - Prima parte

12 Aprile 2023 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Siano $Y(s)$ e $X(s)$ le trasformate di Laplace dei segnali temporali $y(t)$ e $x(t)$. Scrivere l'equazione differenziale, in funzione di $x(t)$, $y(t)$ e delle loro derivate prime e successive, corrispondente alla seguente funzione di trasferimento $\frac{Y(s)}{X(s)}$:

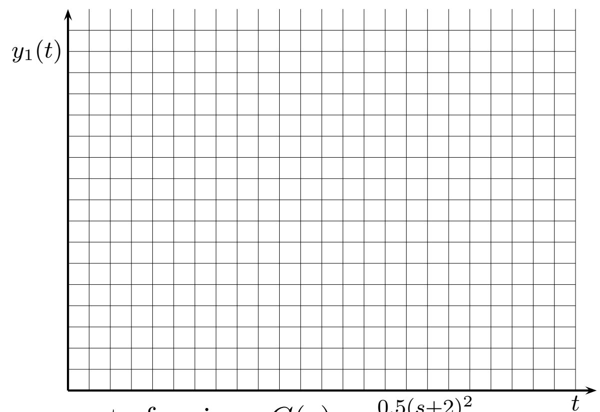
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(s+3)^2}{3\,s^4 + s^3 + 5\,s^2 + 2\,s + 4} \quad \rightarrow \quad \ldots$$

2. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino del seguente sistema:

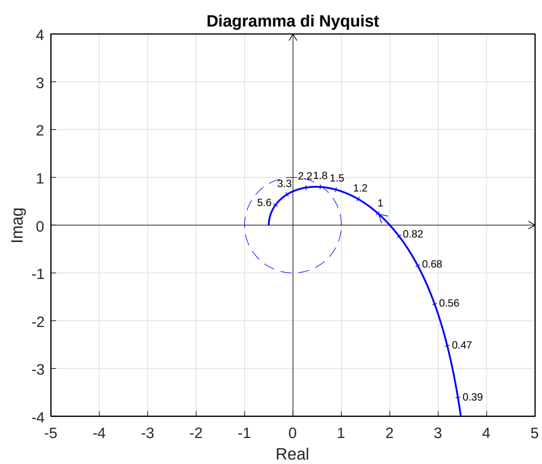
$$G(s) = \frac{4}{(s^2+4)}$$

Calcolare il valore iniziale y_0, il valore y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:

$y_0 =$ $\qquad$ $y_\infty \simeq$ $\qquad$ $T_a \simeq$



3. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{0.5(s+2)^2}{s(1-s)}$.



Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

- ◯ $-2 < K < \frac{1}{2}$;
- ◯ $-\frac{1}{2} < K < 2$;
- ◯ $(K < -2) \cup (K > \frac{1}{2})$;
- ◯ $(K < -\frac{1}{2}) \cup (K > 2)$;

4. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale $x(t)$:

$$x(t) = 7 + 0.5\sin(4\,t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{5\,s}{(s+3)^2}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

5. Nella Tabella di Routh, le soluzioni dell'equazione ausiliaria sono:

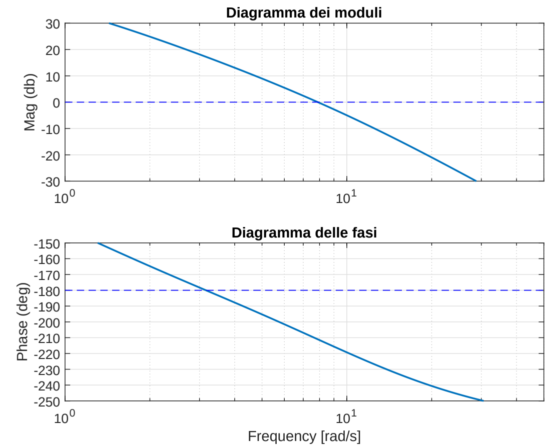
- ◯ Sempre complesse coniugate
- ◯ Un sottoinsieme delle soluzioni dell'equazione caratteristica
- ◯ Simmetriche rispetto all'origine del piano complesso
- ◯ Sempre in numero pari

6. Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode riportati a fianco, relativi ad un sistema $G(s)$ a fase minima.

   Leggere il margine di fase M_φ e il margine di ampiezza M_α del sistema $G(s)$:

   $$M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$$

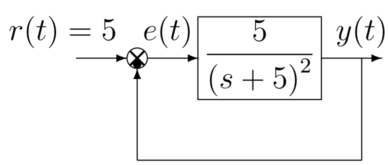
   $$M_\alpha = \ldots\ldots\ldots$$

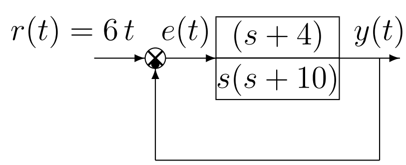


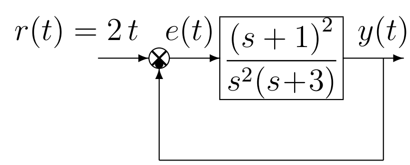
7. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $f(t)$. Fornire l'enunciato della proprietà della "Trasformata dell'integrale":

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right] =$$

8. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







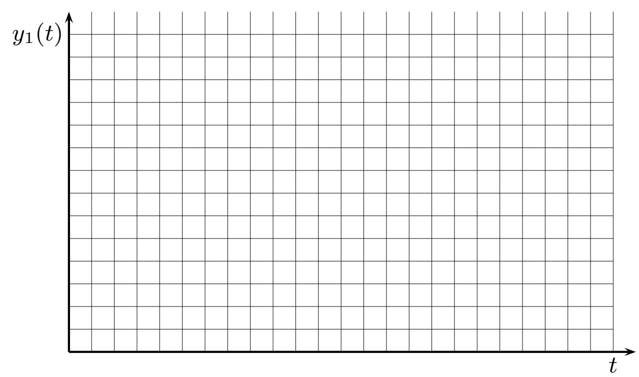
$e(\infty) =$ $e(\infty) =$ $e(\infty) =$

9. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{200(9+0.4s)(2s+30)(s^2+12s+40^2)}{(5s+1)(0.5s+3)(s^2+16s+400)(s^2+10s+300)}$$

   Calcolare inoltre:
   a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
   b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
   c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

   $y_\infty =$ $T_a \simeq$ $T_\omega \simeq$



10. La funziona di risposta armonica $F(\omega) = G(j\omega)$:

- ◯ È una funzione complessa di variabile reale
- ◯ È una funzione complessa di variabile complessa
- ◯ Descrive la risposta durante il transitorio di un sistema dinamico lineare tempo-invariante asintoticamente stabile sottoposto ad ingresso sinusoidale
- ◯ Descrive la risposta a regime di un sistema dinamico lineare tempo-invariante asintoticamente stabile sottoposto ad ingresso sinusoidale

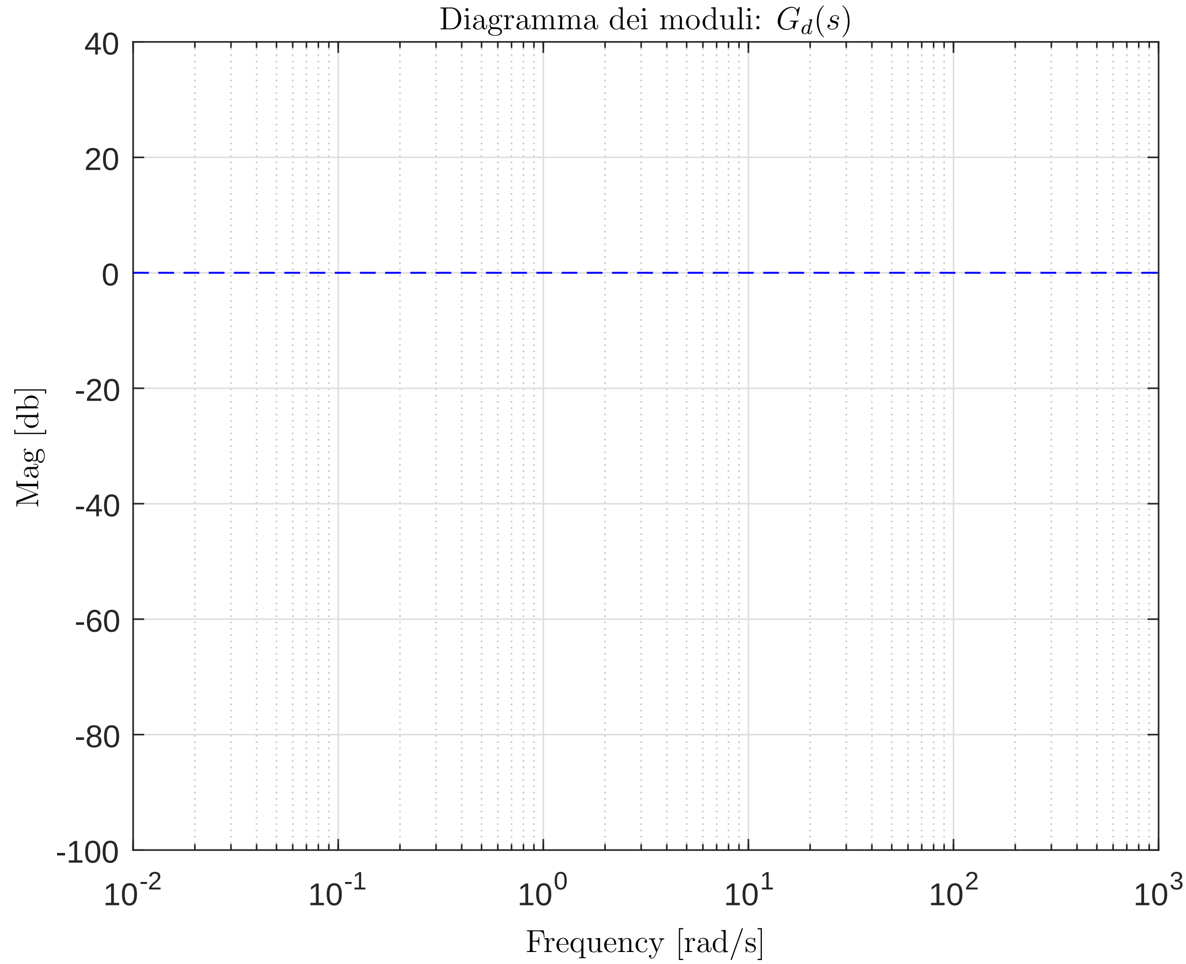


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
Mag [db]
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

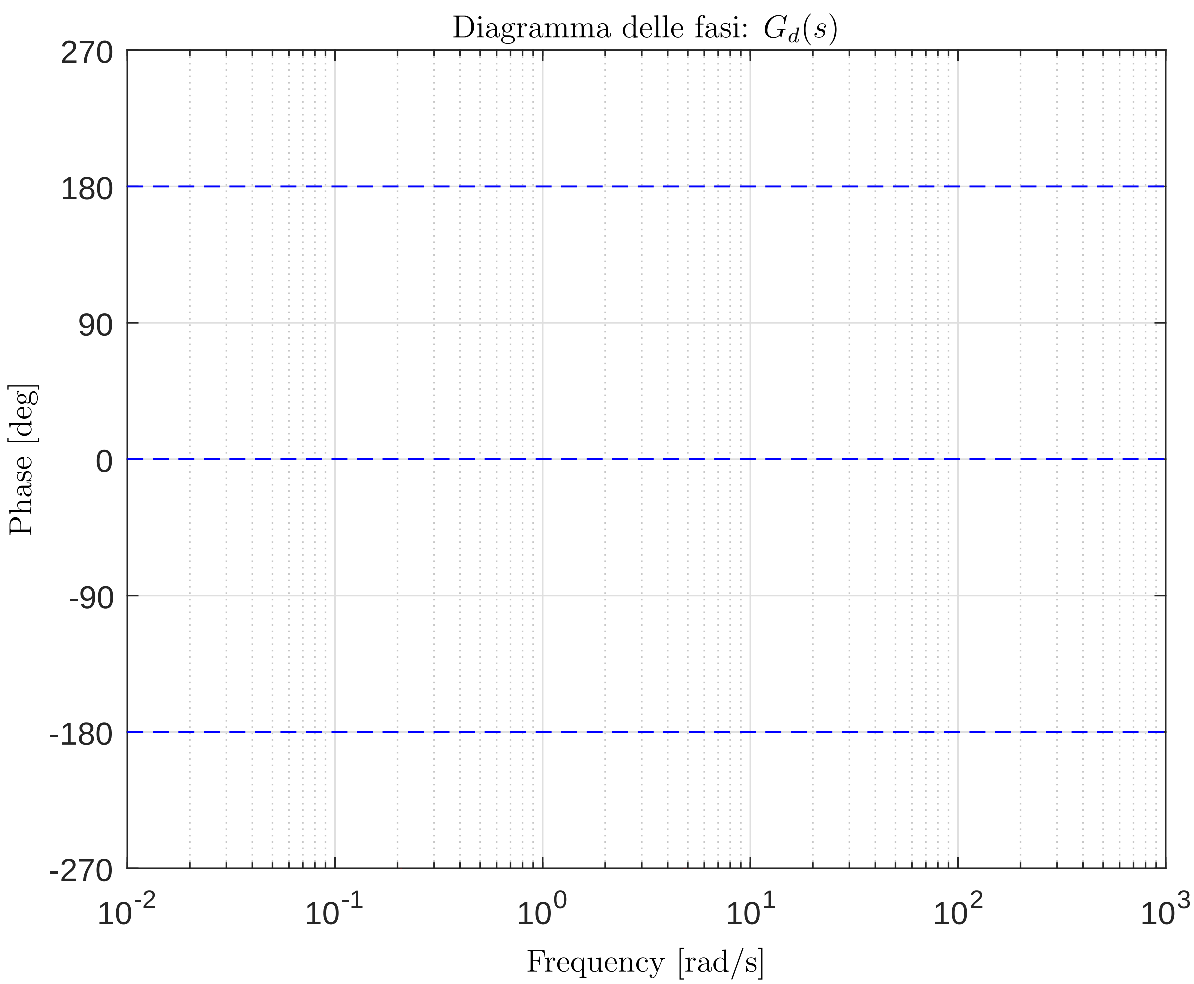


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
Phase [deg]
270
180
90
0
-90
-180
-270
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

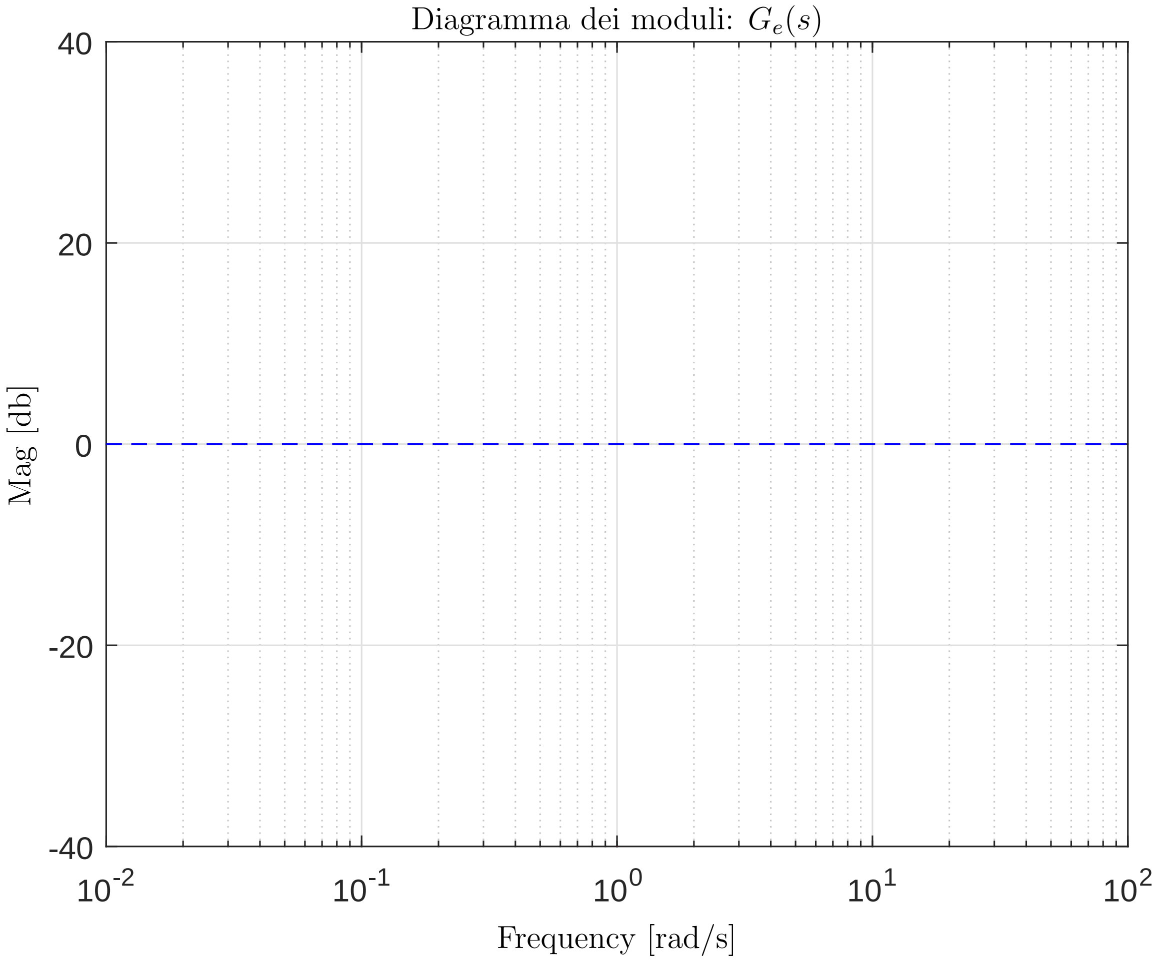


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
40
20
0
-20
-40
Mag [db]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

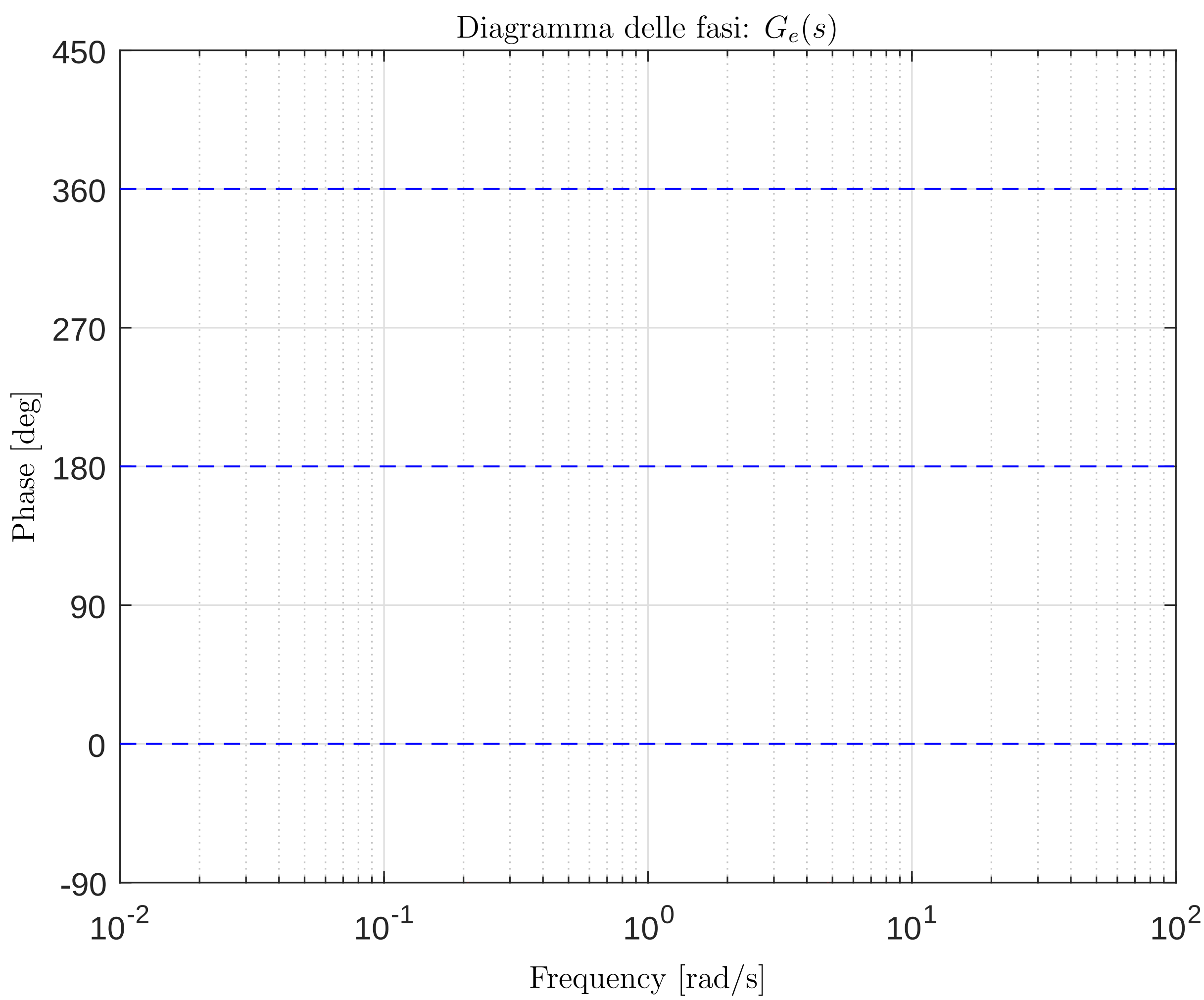


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
450
360
270
180
90
0
-90
Phase [deg]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]