Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte
11 Aprile 2014 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = (3 + 2\,e^{-t})\cos(5t), \qquad\qquad x_2(t) = \tfrac{1}{2}(e^{\omega t} + e^{-\omega t}) = \cosh(\omega t)$$

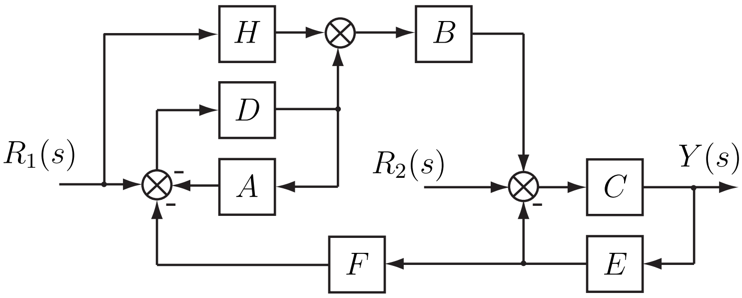
a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G(s)$:

$$G_1(s) = \frac{e^{-2\,s}}{s(s+1)}, \qquad\qquad G_2(s) = 4 + \frac{20}{(s-3)^2 + 16}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi riportato in figura, calcolare le funzioni di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$:

$G_1(s) = \frac{Y(s)}{R_1(s)} = \ldots$

$G_2(s) = \frac{Y(s)}{R_2(s)} = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

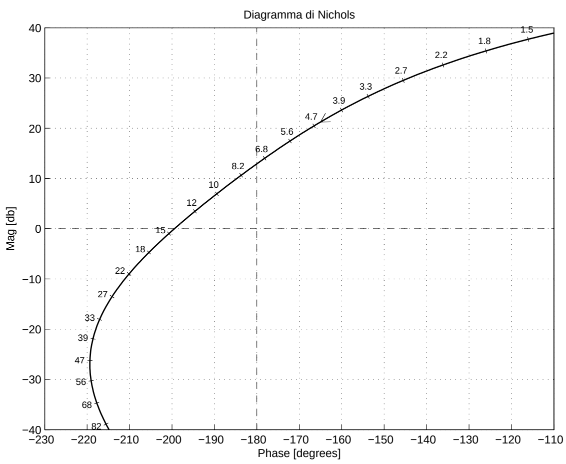
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

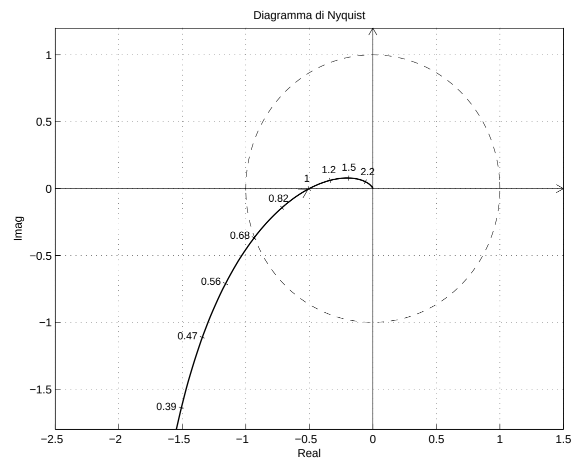
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 4$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a = \ldots\ldots\ldots$

c.2) $M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.3) $K_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.4) $K_\alpha = \ldots\ldots\ldots$

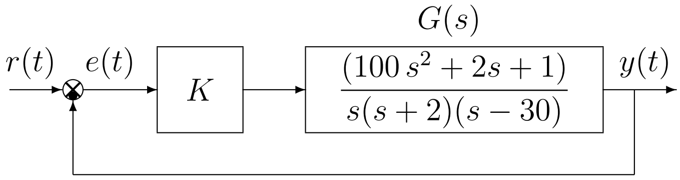
c.1) $M_a = \ldots\ldots\ldots$

c.2) $M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.3) $K_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.4) $K_\alpha = \ldots\ldots\ldots$

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare in funzione di K l'errore a regime e_v del sistema retroazionato per ingresso a rampa $x(t) = 3\,t$.

e) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

e.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

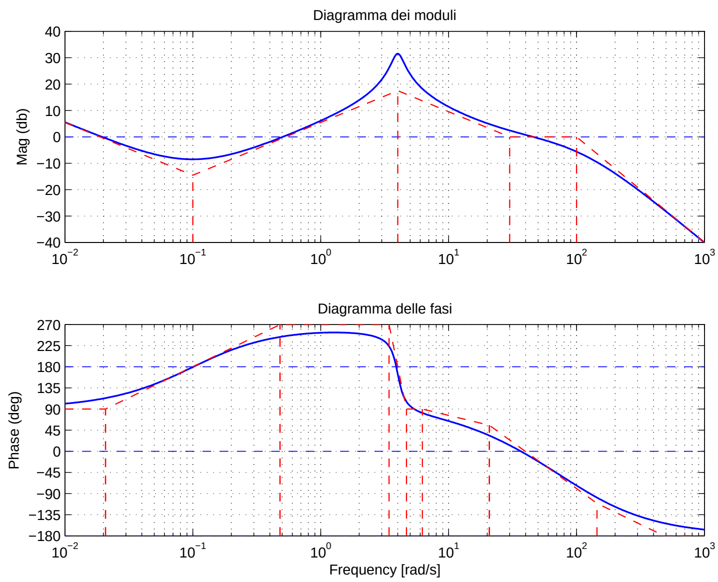
$$G(s) = \ldots$$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

e.2) Calcolare la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 4\cos(0.1\,t + \tfrac{\pi}{3}).$$

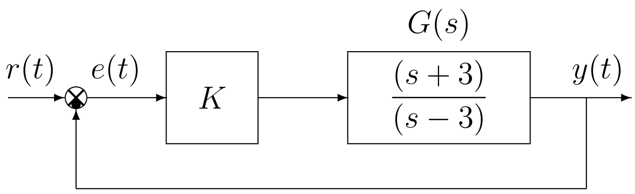
$$y(t) = \ldots$$



e.3) Calcolare l'errore a regime e_p del sistema retroazionato quando in ingresso è presente un gradino unitario:

$$e_p = \ldots$$

f) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



f.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

f.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

f.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$.

f.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $e_p = 0.01$ per ingresso a gradino unitario.

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte

11 Aprile 2014 - Domande

Si risponda alle seguenti domande.

1. Calcolare l'antitrasformata $y(t)$ della seguente funzione $Y(s)$:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+2}{s+1}\right] = \qquad \ldots$$

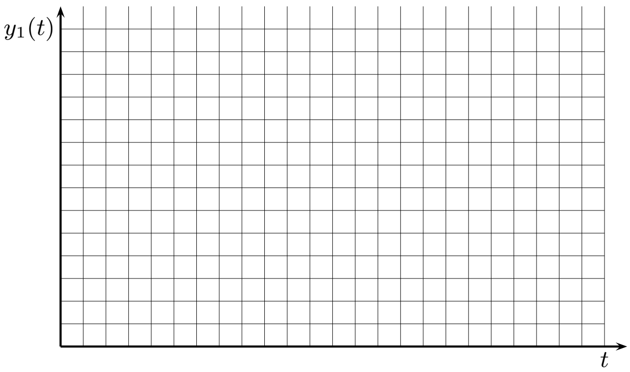
2. a) Scrivere, in funzione dei segnali $F(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento $G(s)$:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{M\,s^2 + K} \qquad \rightarrow \qquad \ldots$$

b) Nel riquadro a fianco disegnare l'andamento qualitativo $y(t)$ della risposta al gradino unitario della funzione $G(s)$.

c) Calcolare, in funzione dei parametri K e K del sistema, il valore a regime y_∞, il tempo di assestamento T_a e il periodo di oscillazione T_ω della risposta al gradino $y(t)$:

$y_\infty = \ldots \qquad T_a \simeq \ldots \qquad T_\omega \simeq \ldots$



3. In figura sono mostrati i diagrammi di Bode di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione del grafico, calcolare:

a) la posizione del polo dominante p_1 del sistema $G(s)$:

$p_1 \simeq \ldots\ldots$

b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino del sistema $G(s)$:

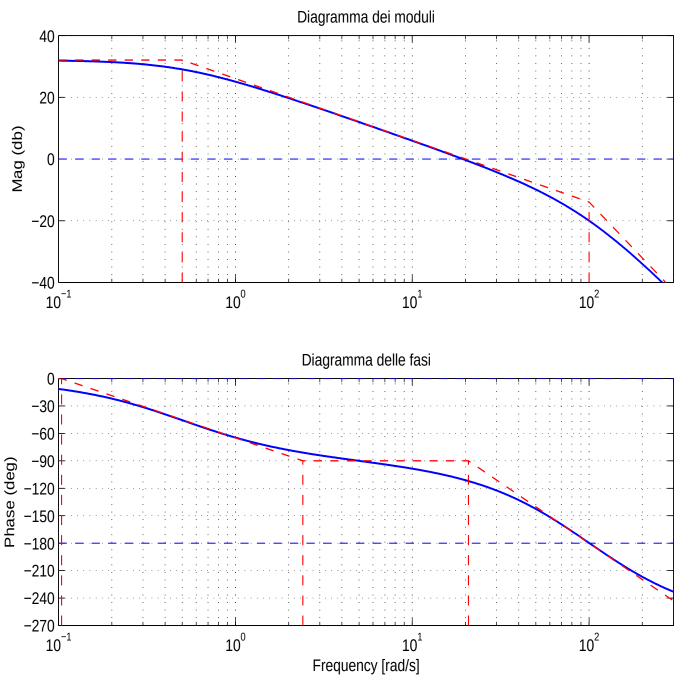
$T_a \simeq \ldots\ldots$

c) i margini di stabilità del sistema $G(s)$:

$M_\varphi = \ldots\ldots \quad , \qquad M_a = \ldots\ldots$

d) l'errore a regime del sistema retroazionato per ingresso a gradino unitario:

$e_p \simeq \ldots\ldots$



4. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $C\dot{v}(t) + v(t)/R = 0$ partendo dalla condizione iniziale $v(0) = v_0$.

$V(s) = \qquad\qquad v(t) =$

5. Enunciare il principio del modello interno valido per l'errore a regime dei sistemi retroazionati.
   Principio del modello interno. ...

6. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 2\sin(3t) \longrightarrow \boxed{\overset{G(s)}{\dfrac{3}{s+3}}} \longrightarrow y(t) \simeq \dots$$

7. Il picco di risonanza M_R di un sistema del 2° ordine è:

   ◯ $M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-2\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-2\delta^2}}$

8. La pulsazione di risonanza ω_R di un sistema del 2° ordine è:

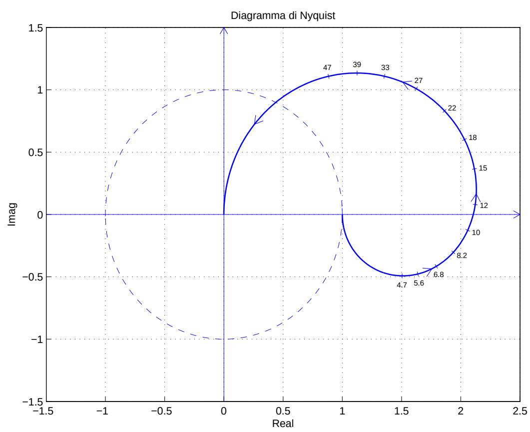
   ◯ $\omega_R = \omega_n\sqrt{1-\delta^2}$ ◯ $\omega_R = \omega_n\delta\sqrt{1-\delta^2}$ ◯ $\omega_R = \omega_n\sqrt{1-2\delta^2}$ ◯ $\omega_R = \omega_n\delta\sqrt{1-2\delta^2}$

9. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{80(3-s)}{(s-8)(s-30)}$. Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

   ◯ $-\infty < \alpha^* < K < 0$;
   ◯ $-\infty < K < \beta^* < 0$;
   ◯ $\alpha^* < K < \beta^* < 0$;
   ◯ nessuno dei precedenti;

   Calcolare (se esistono) i valori α^* e β^*:

   $\alpha^* \simeq \dots$, $\beta^* \simeq \dots$.

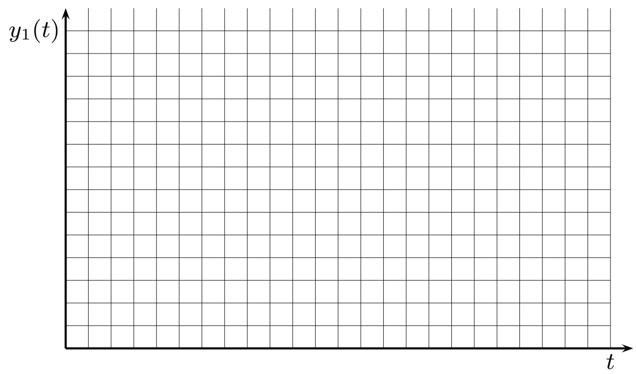


10. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{200(4+0.3s)(s^2+20s+80^2)}{(2s+16)(0.5s+2)(s^2+10s+400)(s^2+0.2s+16)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $T_a \simeq$ $T_\omega \simeq$



11. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(3\,s-1)^2}{s^2(s+5)}\,e^{-2\,s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$