Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte
10 Aprile 2017 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

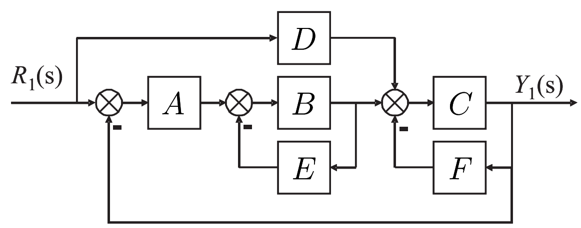
$$x_1(t) = [t^3 - 4\sin(3t)]\, e^{-2\,t}, \qquad\qquad x_2(t) = 5\delta(t) + 2\, e^{-3t}\cos(5t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{8}{s^2(s+2)}, \qquad\qquad G_2(s) = 4\, e^{-5\,s} + \frac{3}{s^2+81}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y_1(s)}{R_1(s)}$:

$G(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

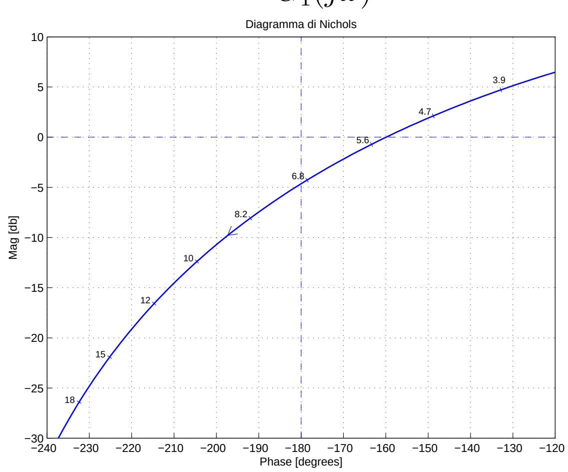
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

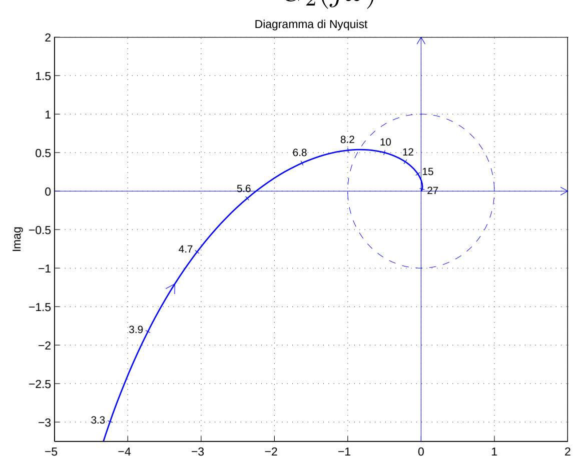
c.3) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;

c.4) la risposta a regime $y_r(t)$ del sistema $G(s)$ ad un ingresso sinusoidale $x(t) = 2\cos(3.9t)$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$. . . . .

c.2) $M_\varphi =$ . . . .

c.3) $K_\varphi =$ . . . .

c.4) $y_r(t) =$ . . . .

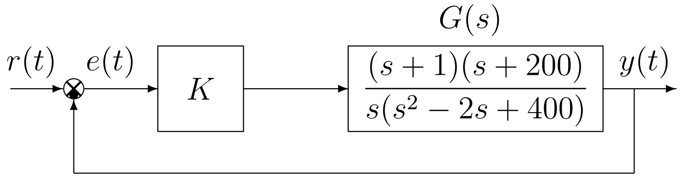
c.1) $M_a =$. . . . .

c.2) $M_\varphi =$ . . . .

c.3) $K_\varphi =$ . . . .

c.4) $y_r(t) =$ . . . .

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



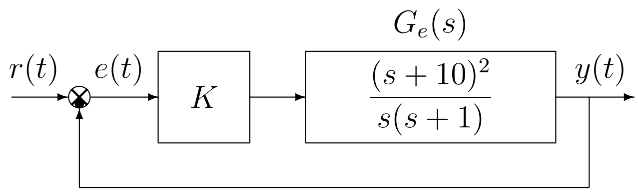
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.01$ per ingresso a rampa $x(t) = 6t$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a dell'asintoto verticale e le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale.

e.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.01$ per ingresso a rampa $x(t) = 4\,t$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

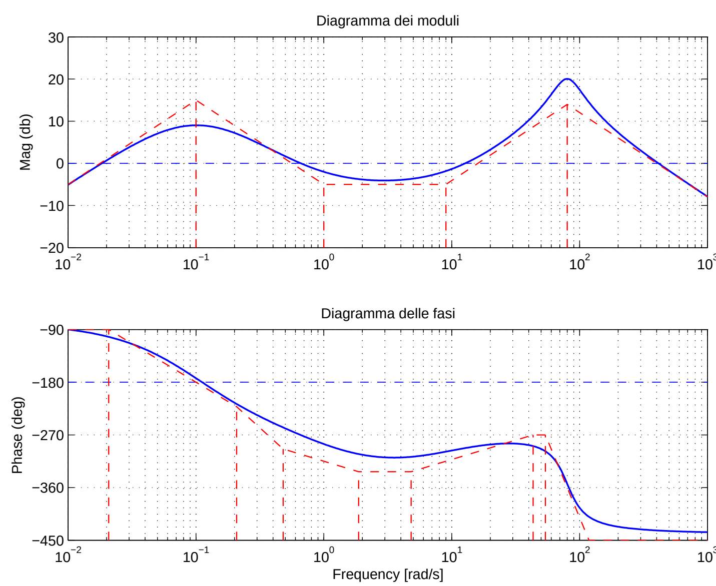
f.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

f.2) Calcolare la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 5\,\cos(80\,t + \tfrac{\pi}{3}).$$



f.2) La risposta a regime del sistema $G(s)$ al segnale dato è la seguente:

$y_\infty(t) =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte

10 Aprile 2017 - Domande

Si risponda alle seguenti domande.

1. L'equazione differenziale $\ddot{y} + 2\,t\,y^2 = 2\,x$, dove x è l'ingresso e y è l'uscita, è:

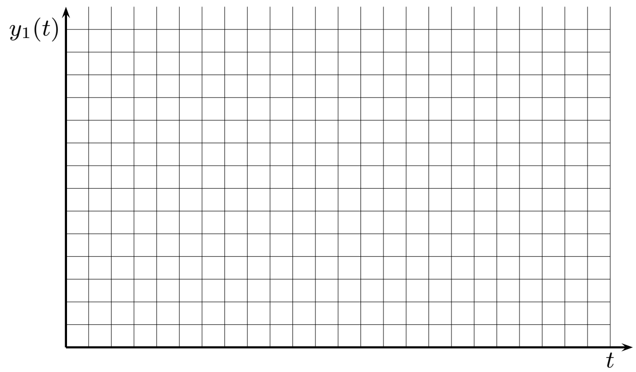
   ◯ stazionaria ◯ lineare
   ◯ non stazionaria ◯ non lineare

2. a) Scrivere, in funzione dei segnali $F(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento $G(s)$:

   $$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{100}{M\,s^2 + B\,s + K} \qquad \rightarrow \qquad \ldots$$

   b) Nel riquadro a fianco disegnare l'andamento qualitativo $y(t)$ della risposta al gradino unitario supponendo che i poli del sistema $G(s)$ siano complessi coniugati.

   c) Posto $M = 2$, $B = 4$ e $K = 200$ del sistema, calcolare il valore a regime y_∞, il tempo di assestamento T_a e il periodo di oscillazione T_ω della risposta al gradino $y(t)$:

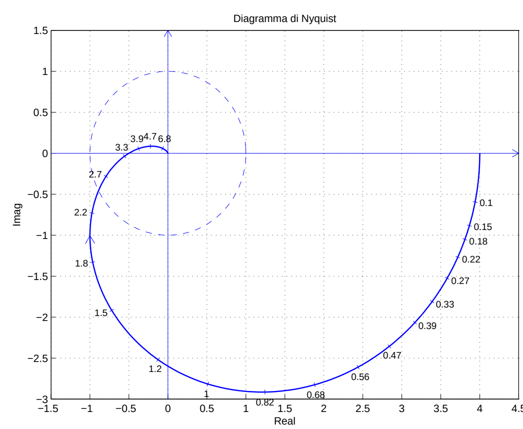
   $y_\infty = \ldots$ $\qquad T_a \simeq \ldots$ $\qquad T_\omega \simeq \ldots$

3. Sia dato il diagramma di Nyquist della funzione $G(s) = \dfrac{18}{(s+2)^3}$.

   In base al criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

   $$\ldots \quad K \quad \ldots$$

   Calcolare dal grafico, in modo approssimato, i valori limite dell'intervallo di ammissibilità del parametro K.

4. Enunciare il criterio di Nyquist nella formulazione valida anche per sistemi instabili ad anello aperto. Fornire sia l'ipotesi che la tesi del criterio.

   Criterio di Nyquist. Nell'ipotesi ...

5. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s) = \frac{6}{s+2}$ quando in ingresso è presente il seguente segnale $x(t) = 4 + 5\cos(3t)$:

$$y(t) \simeq$$

6. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t \to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{2\,(5 - 3\,s)(s+3)}{s(4\,s+1)(5\,s+10)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

7. In figura sono mostrati i diagrammi di Bode di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione del grafico, calcolare:

a) la posizione della coppia di poli dominanti $p_{1,2}$ del sistema $G(s)$:

$$p_{1,2} \simeq \ldots\ldots$$

b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino del sistema $G(s)$:

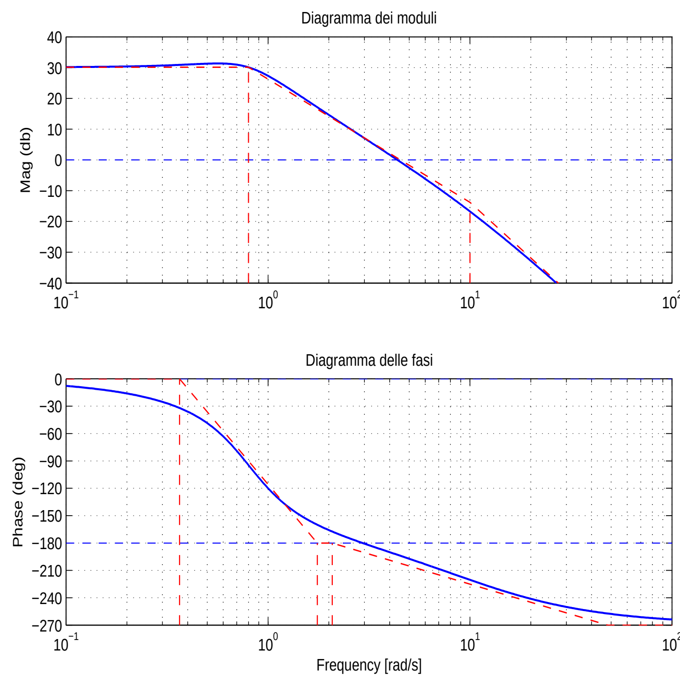
$$T_a \simeq \ldots\ldots$$

c) i margini di stabilità del sistema $G(s)$:

$$M_\varphi \simeq \ldots\ldots \quad , \qquad M_a \simeq \ldots\ldots$$

d) l'errore a regime del sistema retroazionato per ingresso a gradino unitario:

$$e_p \simeq \ldots\ldots$$

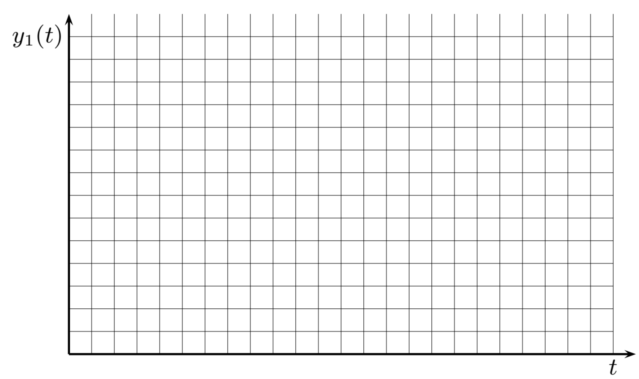


8. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{500(2+0.3s)(s^2+25s+70^2)}{(5s+21)(3s+10)(s^2+10s+900)(s^2+0.6s+36)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$$y_\infty = \qquad\qquad T_a \simeq \qquad\qquad T_\omega \simeq$$



9. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(2s+3)^2}{s(5\,s-2)}\, e^{-3\,t_0 s} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

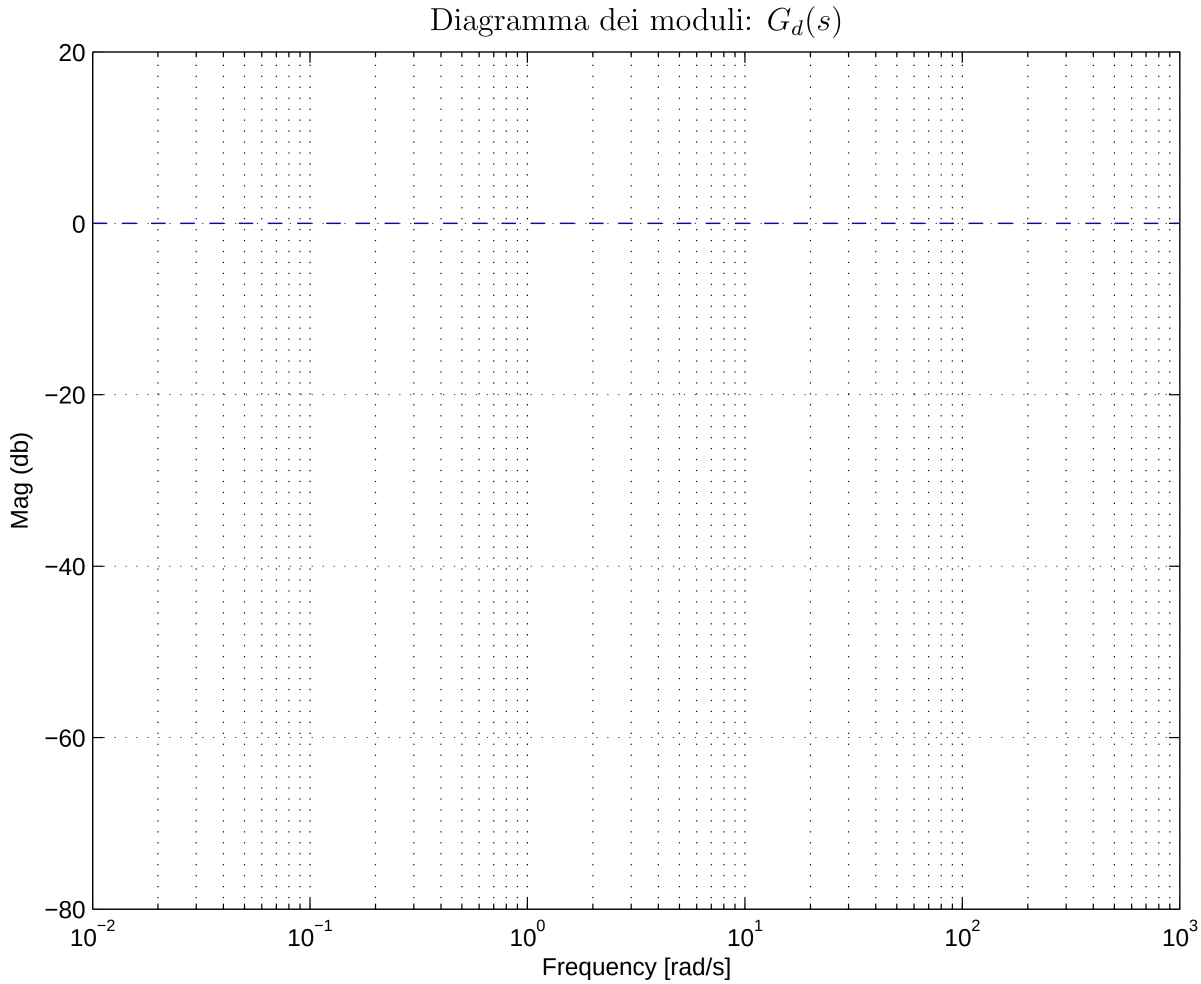


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
20
0
−20
−40
−60
−80
Mag (db)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

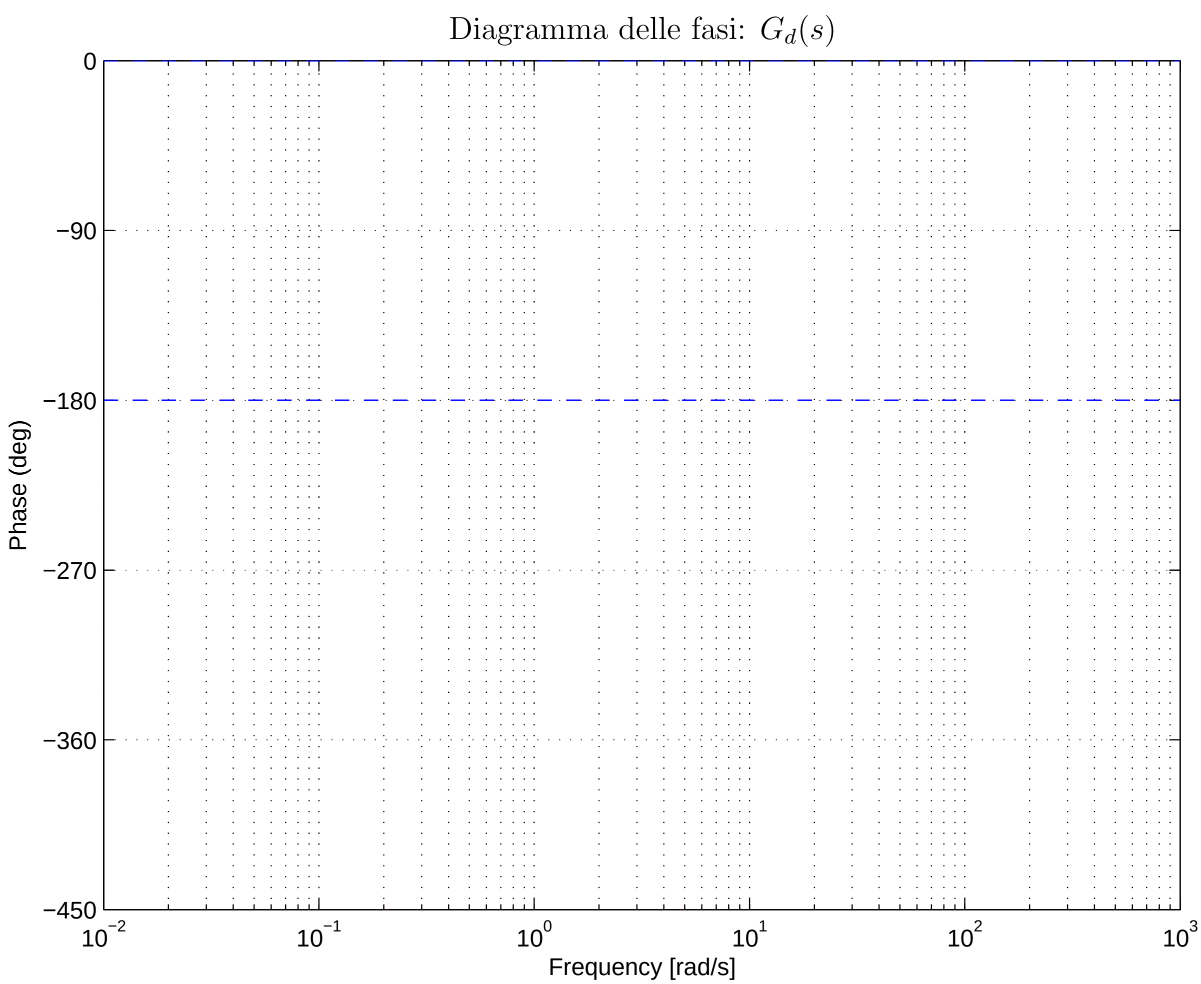


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
0
−90
−180
−270
−360
−450
Phase (deg)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

Diagramma dei moduli: $G_e(s)$

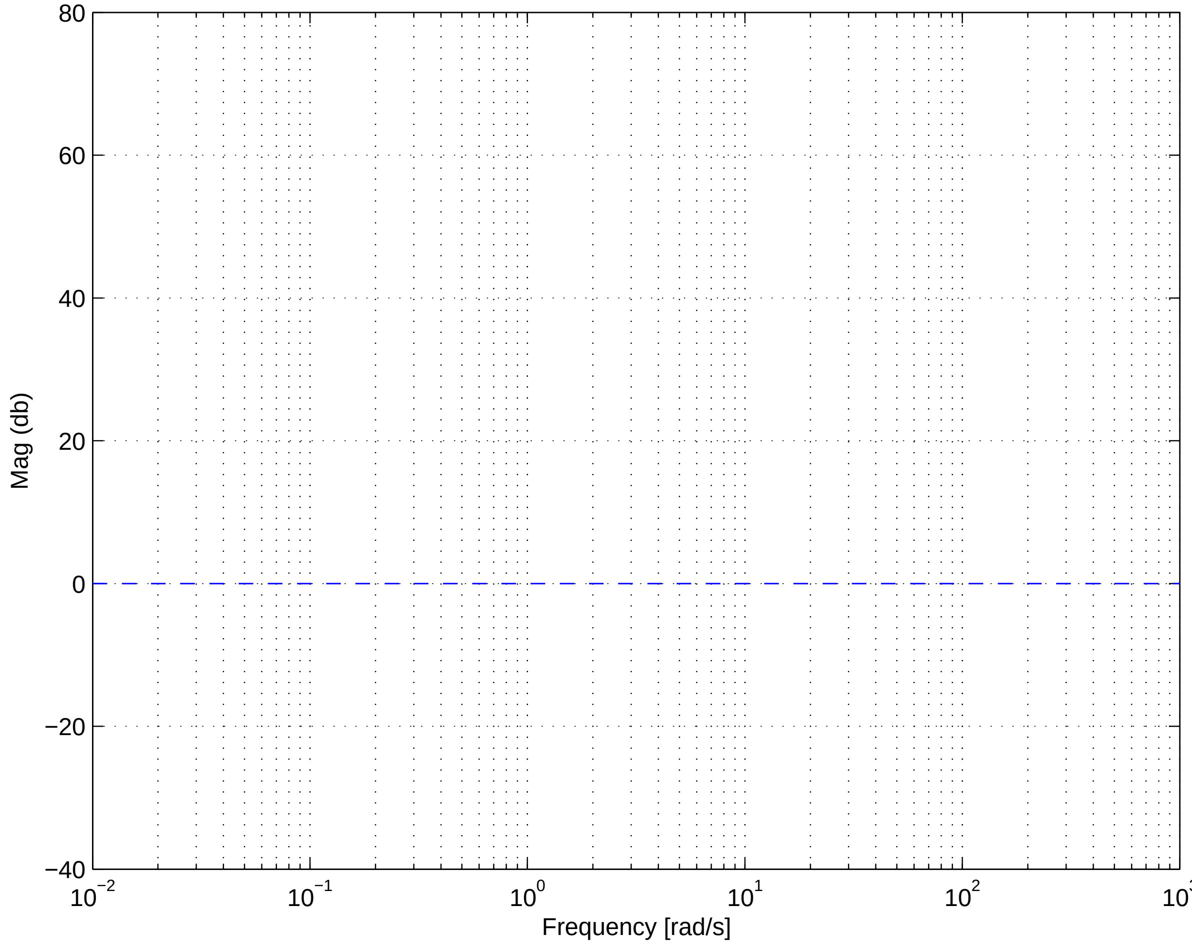


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$