Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte
9 Novembre 2023 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

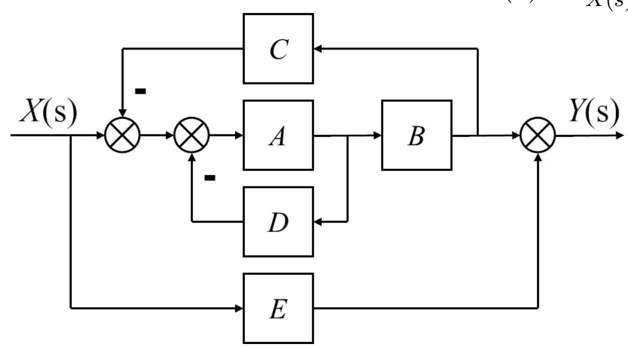
$$x_1(t) = 3\,t^3\,e^{-2t} + 6\sin(4t), \qquad\qquad x_2(t) = 4\,\delta(t) + 2\,e^{-3\,t}\cos(5t)$$

a.2) Calcolare la trasformata di Laplace Inversa $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{5}{s} + \frac{12}{s(s+1)(s+4)}, \qquad\qquad G_2(s) = 3 + \frac{2\,e^{-3s}}{s^3}$$

b) Dato lo schema a blocchi riportato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

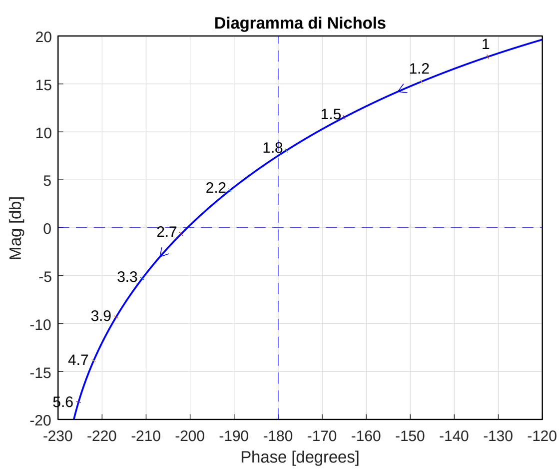
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

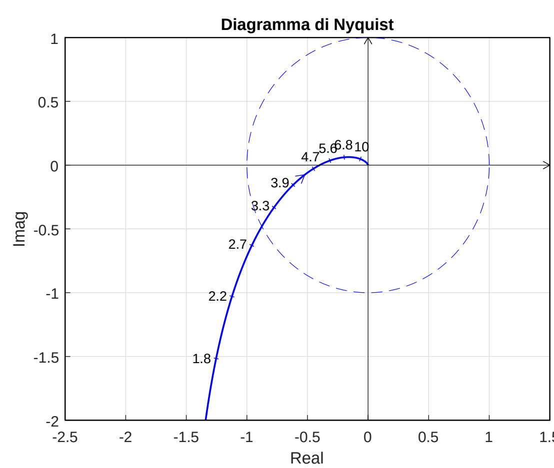
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a = \ldots\ldots\ldots$

c.2) $M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.3) $K_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.4) $K_\alpha = \ldots\ldots\ldots$

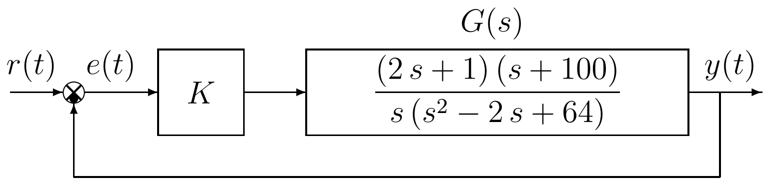
c.1) $M_a = \ldots\ldots\ldots$

c.2) $M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.3) $K_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c.4) $K_\alpha = \ldots\ldots\ldots$

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



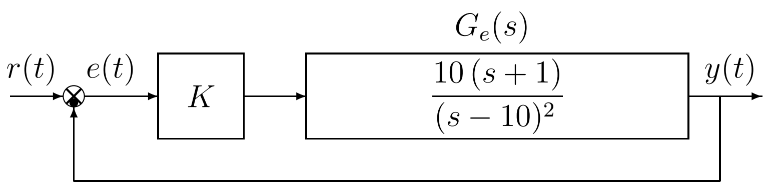
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con il semiasse reale negativo e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.01$ per ingresso a rampa $x(t) = 3\,t$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

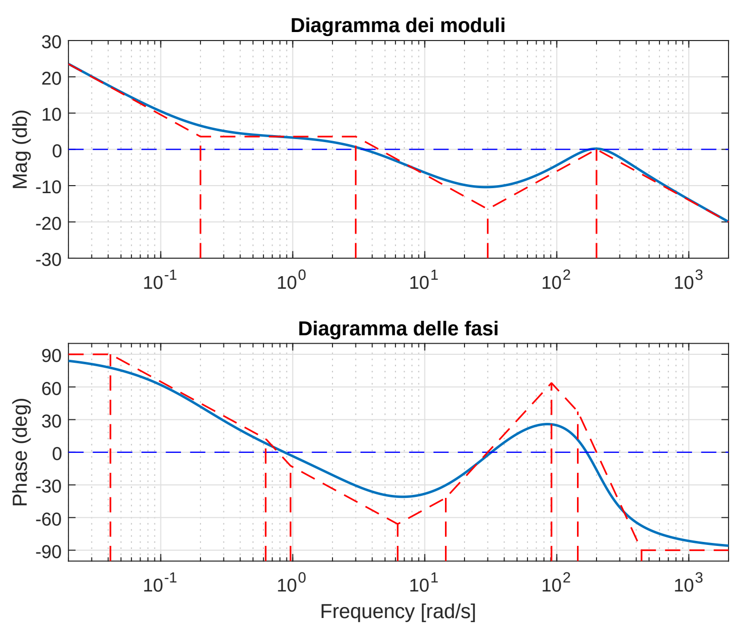
e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Controlli Automatici - Prima parte

9 Novembre 2023 - Domande

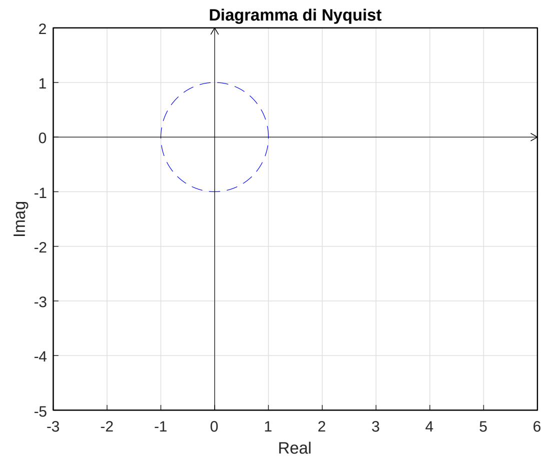
Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$4\,\dddot{y}(t)+2\,\ddot{y}(t)+5\,\dot{y}(t)+3\,y(t) = 2\,\ddot{x}(t)+3\,\dot{x}(t)+x(t) \quad\rightarrow\quad G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=$$

2. Sul piano di Nyquist riportato a fianco disegnare l'andamento qualitativo della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ di un sistema $G(s)$ a fase minima caratterizzato dai seguenti parametri:
   a) Guadagno statico $G(0) = 5$;
   b) Margine di ampiezza $M_\alpha \simeq 0.5$;
   c) Margine di fase $M_\varphi \simeq -45°$;
   d) Fase finale $\varphi_\infty = -360°$;



3. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del seguente sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale $x(t)$:

$$x(t) = 6 + 5\sin(4\,t + 30°) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{10}{(s+3)^2}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

4. Completare la seguente formulazione del criterio di Nyquist (quella valida anche per sistemi instabili ad anello aperto).
   Criterio di Nyquist. Nell'ipotesi che la funzione $F(s)$ ...

   condizione ◯ *solo necessaria* ◯ *solo sufficiente* ◯ *necessaria e sufficiente*

   affinché ...

   è che ...

5. In un sistema del 2^o ordine la distanza del poli dall'origine (a parità di direzione) influisce sui seguenti parametri della risposta al gradino
   ◯ massima sovraelongazione $S\%$ ◯ tempo di salita T_s
   ◯ coefficiente di smorzamento δ ◯ tempo di assestamento T_a

6. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{(4\,s+1)(s+2)}{s(s+3)(5\,s+1)} \quad\rightarrow\quad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

7. Un ritardo puro $G(s) = e^{-t_0 s}$:

   ○ è un sistema lineare ○ è un sistema dinamico ○ è un sistema a fase minima

8. Sia $X(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $x(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della derivata":

$$\mathcal{L}[\dot{x}(t)] =$$

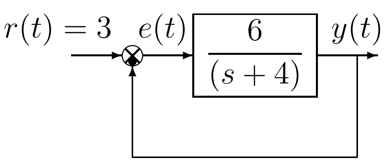
9. La formula di Bode per il calcolo della fase di un sistema a partire dal diagramma delle ampiezze

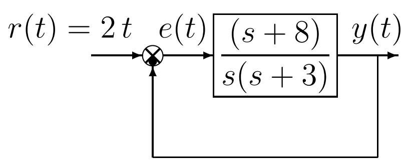
   ○ è una formula esatta ○ è valida per i sistemi lineari stabili
   ○ è una formula approssimata ○ è valida per i sistemi a fase minima

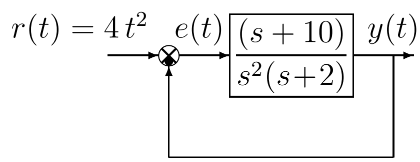
10. Calcolare il valore dei parametri a, b e c della seguente funzione di trasferimento $G(s)$ in modo che la risposta $y(t)$ al gradino unitario della funzione $G(s)$ sia caratterizzato da: un valore iniziale $y(0^+) = 2$, un valore finale $y(\infty) = 4$ e un tempo di assestamento $T_a = 3$ s:

$$G(s) = \frac{a\,s + b}{s + c} \qquad \rightarrow \qquad a = \qquad\qquad b = \qquad\qquad c =$$

11. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







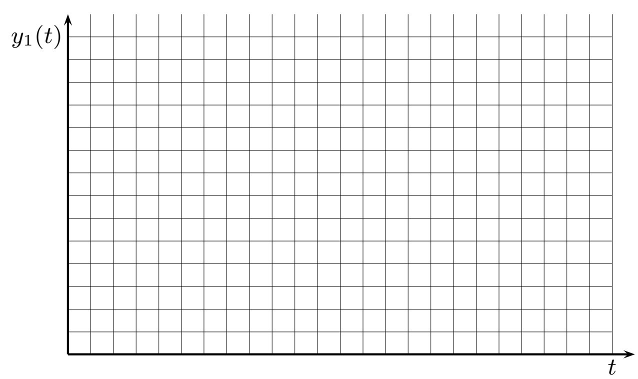
$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$

12. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{20(8 + 0.8s)(5s + 25)(s^2 + 12s + 40^2)}{(s + 8)(0.2s + 5)(s^2 + 10s + 400)(s^2 + 0.5s + 25)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \rightarrow \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



13. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s - 4)}{s(5\,s + 3)}\, e^{-2\,s} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

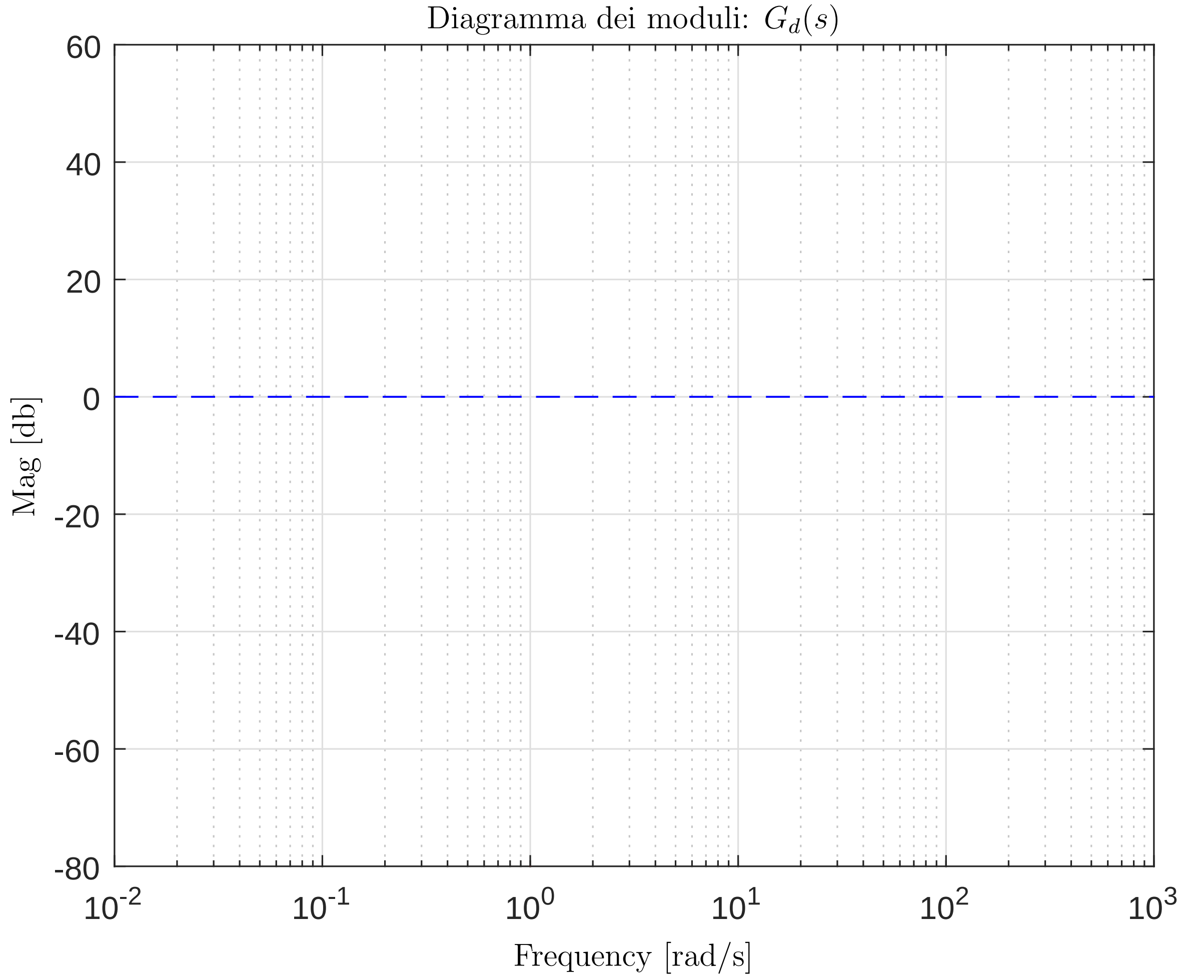


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
Mag [db]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

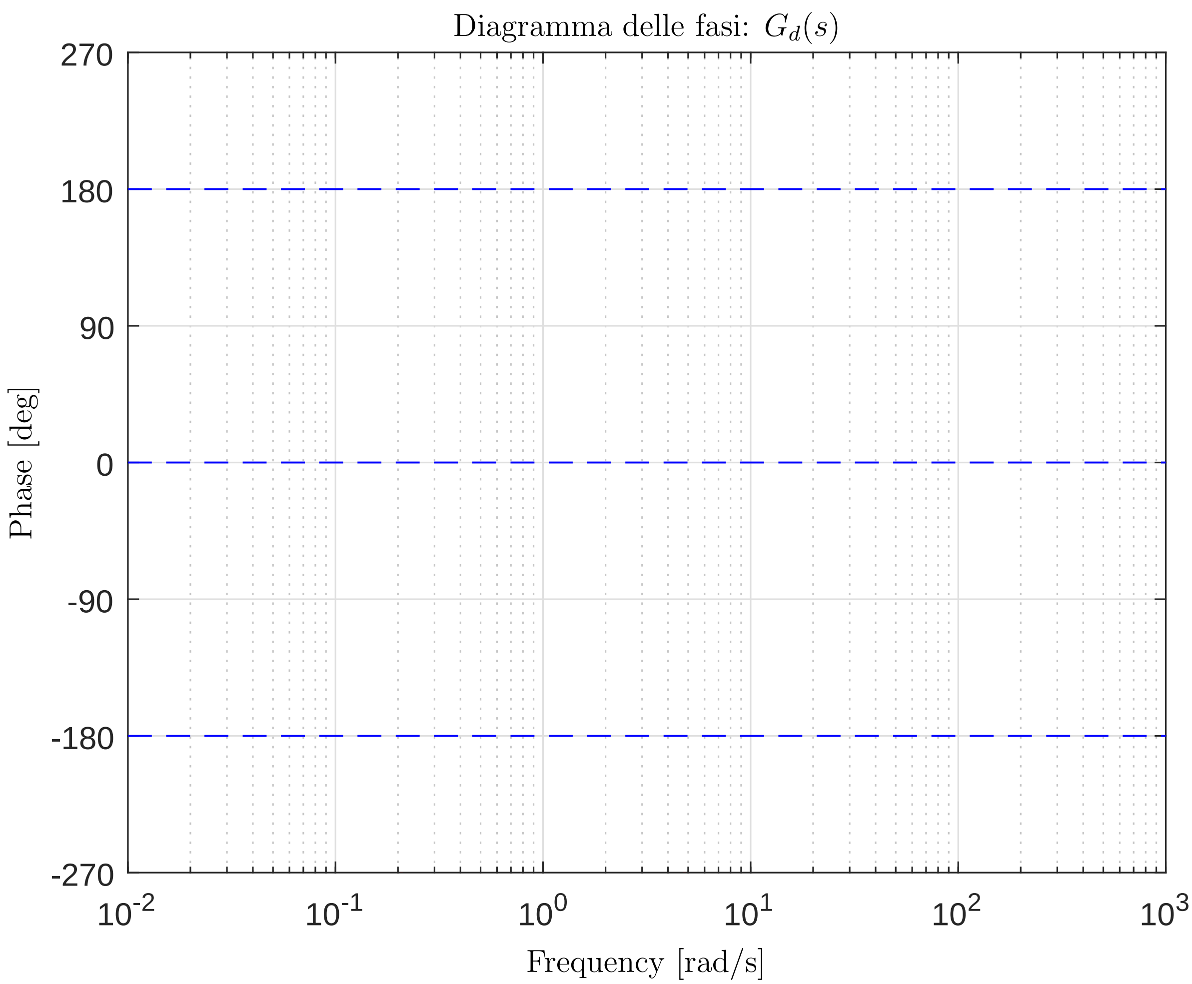


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
270
180
90
0
-90
-180
-270
Phase [deg]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

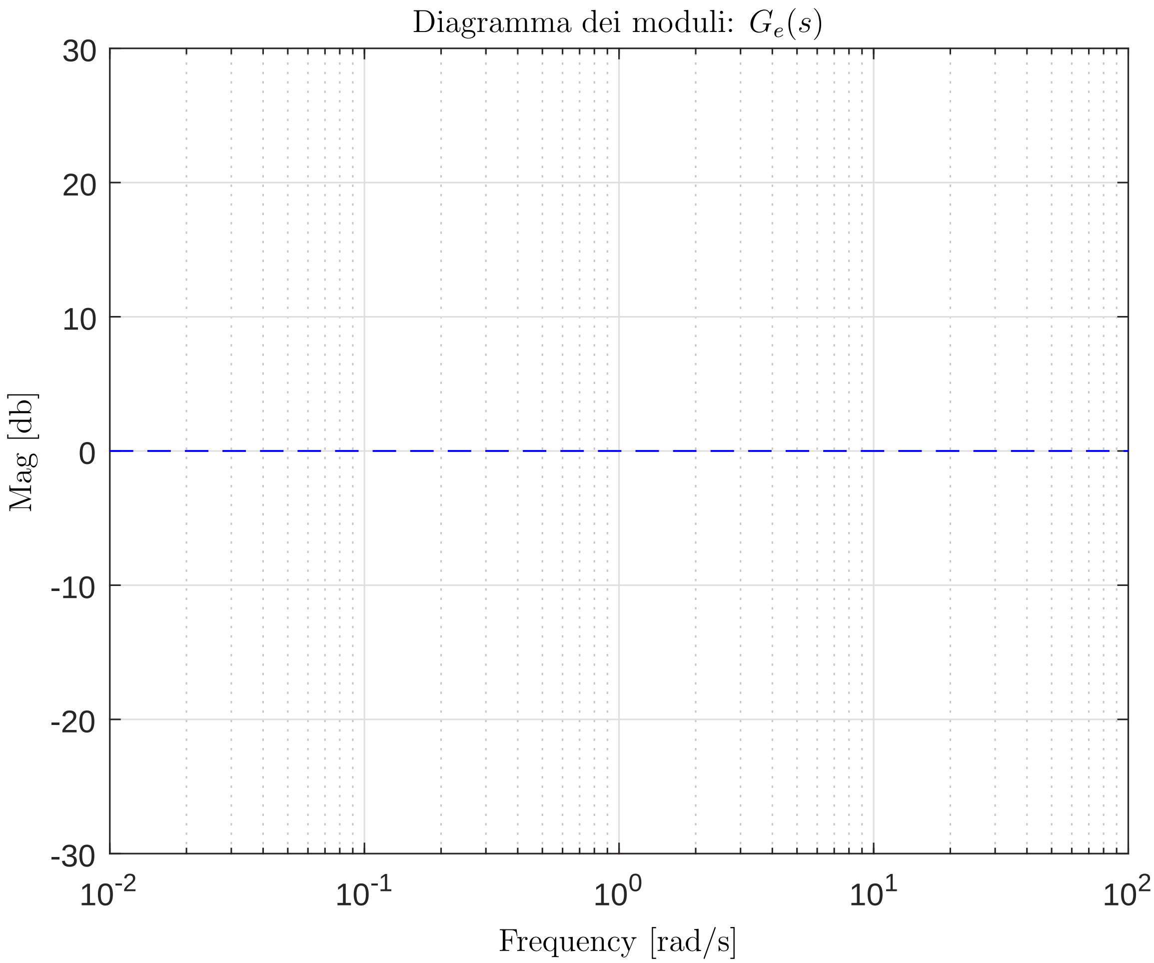


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
30
20
10
0
-10
-20
-30
Mag [db]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

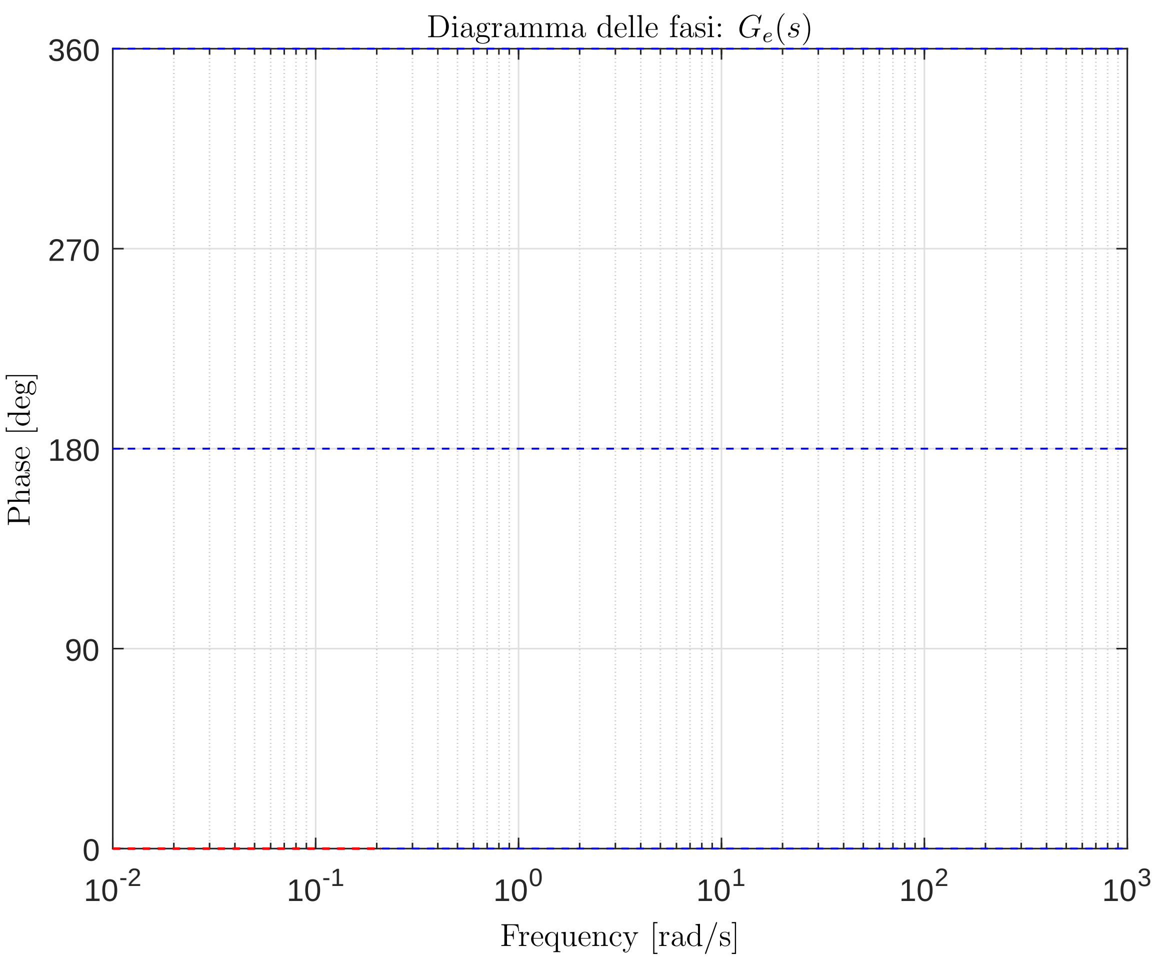


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
360
270
180
90
0
Phase [deg]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]