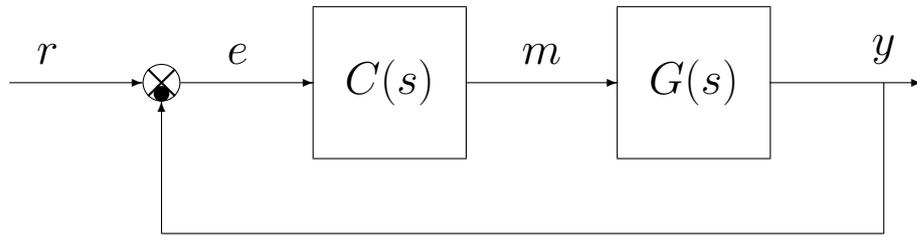


Sintesi di reti correttrici: formule di inversione

- Si consideri il seguente sistema retroazionato:



dove $G(s)$ è il sistema da controllare e $C(s)$ è un'opportuna rete correttrice aventi la seguente struttura:

$$C(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}$$

- Si ha una rete anticipatrice quando $\tau_1 > \tau_2$:

$$C(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s} \quad \text{dove} \quad \tau = \tau_1, \quad \alpha = \frac{\tau_2}{\tau_1} < 1$$

- Si ha una rete ritardatrice quando $\tau_1 < \tau_2$:

$$C(s) = \frac{1 + \alpha \tau s}{1 + \tau s} \quad \text{dove} \quad \tau = \tau_2, \quad \alpha = \frac{\tau_1}{\tau_2} < 1$$

- Le specifiche dinamiche relative ad un sistema retroazionato vengono date in termini di margine di fase M_φ e di margine di ampiezza M_α .
- I parametri τ_1 e τ_2 di una rete correttrice che introduce una amplificazione M ed un anticipo di fase φ in corrispondenza della pulsazione ω si determinano utilizzando le seguenti formule di inversione:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi}, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi}$$

Calcolo delle formule di inversione

- Problema di progetto: Determinare i valori τ_1 e τ_2 della rete correttiva $C(s)$ in modo che

$$C(j\omega) = \frac{1 + j\tau_1\omega}{1 + j\tau_2\omega} = M e^{j\varphi}$$

cioè in modo che la rete amplifichi di M ed anticipi di φ in corrispondenza della pulsazione ω .

- Il problema di progetto è risolto dalle seguenti formule di inversione:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi}, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi}$$

- Le formule di inversione si ottengono riscrivendo l'equazione

$$C(j\omega) = \frac{1 + j\tau_1\omega}{1 + j\tau_2\omega} = M e^{j\varphi} = M \cos \varphi + jM \sin \varphi$$

nella forma

$$(M \cos \varphi + jM \sin \varphi)(1 + j\tau_2\omega) = 1 + j\tau_1\omega,$$

trasformando tale equazione nel sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 1 & -M \cos \varphi \\ 0 & M \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1\omega \\ \tau_2\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \sin \varphi \\ M \cos \varphi - 1 \end{bmatrix}$$

e risolvendo rispetto alle variabili τ_1 e τ_2

$$\tau_1 = \frac{\begin{vmatrix} M \sin \varphi & -M \cos \varphi \\ M \cos \varphi - 1 & M \sin \varphi \end{vmatrix}}{\omega M \sin \varphi} = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi}$$

$$\tau_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & M \sin \varphi \\ 0 & M \cos \varphi - 1 \end{vmatrix}}{\omega M \sin \varphi} = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi}$$

- Forma unificata per la sintesi di reti correttive:

$$C(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} = \frac{\omega \sin \varphi + (M - \cos \varphi)s}{\omega \sin \varphi + (\cos \varphi - \frac{1}{M})s}$$

- Tale formula è valida sia per reti anticipatrici ($M > 1$ e $\varphi > 0$) che ritardatrici ($M < 1$ e $\varphi < 0$).