

# Controlli Automatici B

27 Marzo 2006 - Esercizi

Compito Nr.

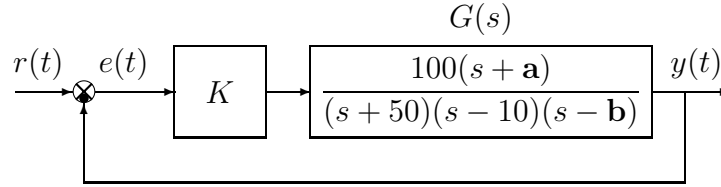
**a =**

**b =**

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad **a** e **b** i valori assegnati e si risponda alle domande.

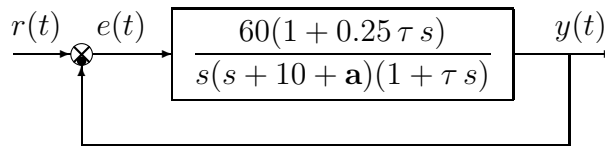
a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



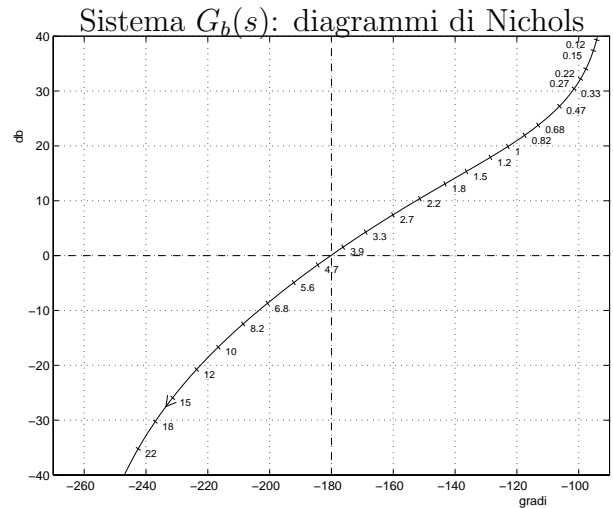
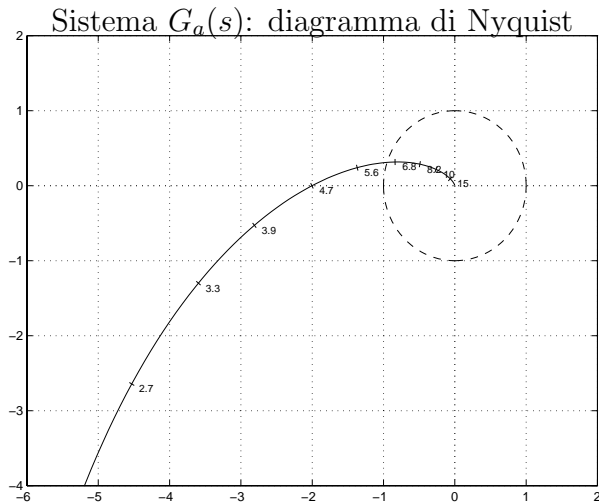
a.1) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni  $\omega^*$  con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno  $K^*$ . Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

a.2) Determinare per quale valore  $\bar{K}$  di  $K$  il sistema retroazionato ha i poli alla massima distanza dall'asse immaginario.

a.3) Tracciare qualitativamente il contorno delle radici del seguente sistema retroazionato al variare del parametro  $\tau > 0$ . Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

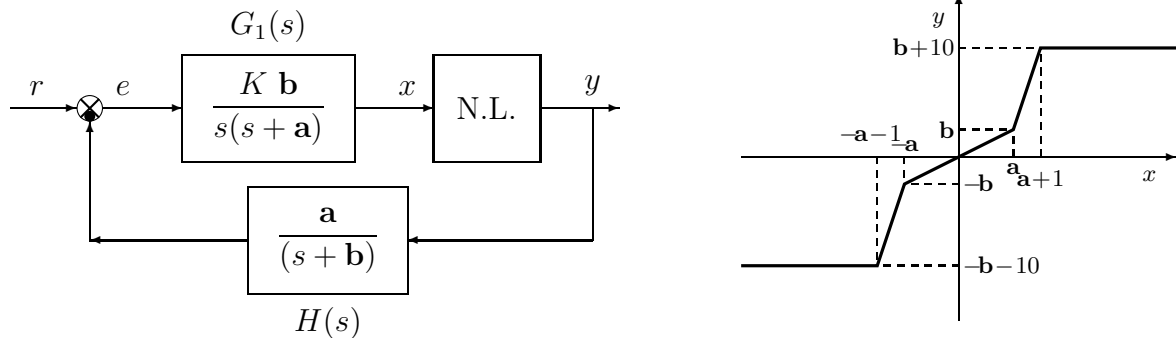


b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi  $G_a(s)$  e  $G_b(s)$ :



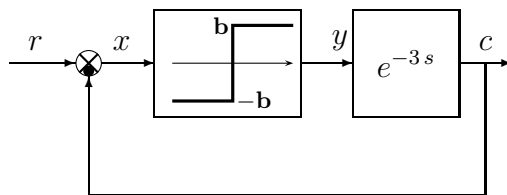
- Per il sistema  $G_a(s)$ , progettare una rete correttiva in grado da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza  $M_a = 2 + a$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;
- Sempre per il sistema  $G_a(s)$ , progettare i parametri  $K$ ,  $\tau_1$  e  $\tau_2$  di una rete anticipatrice  $C(s) = K \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}$  in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\varphi = 45^\circ$  in corrispondenza della pulsazione  $\omega_A = 4.7$ ;
- Per il sistema  $G_b(s)$ , progettare una rete anticipatrice in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\varphi = (30 + b)^\circ$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



- c.1) Posto  $K = 1$ , determinare il punto di lavoro  $(x_0, y_0)$  del sistema retroazionato corrispondente al valore d'ingresso  $r = 0$ . Per  $r = \mathbf{b} + 5$  determinare la retta di carico della parte lineare del sistema.
- c.2) Posto  $K = 1, r = 0$  ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro.
- c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva  $F(X)$  della non linearità N.L. assegnata, prendendo l'origine come punto di lavoro. Utilizzare delle variabili (per esempio:  $m_1, m_2, \dots$ ) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione  $F(X)$ .
- c.4) Discutere "qualitativamente" (in funzione anche dei parametri  $m_1$  ed  $m_2$ ) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno  $K > 0$ .
- c.5) Posto  $K = 1$ , determinare la pulsazione  $\omega^*$  degli eventuali cicli limite stabili presente nel sistema retroazionato.

d) Dato il sistema retroazionato riportato a fianco, determinare l'ampiezza  $X^*$  e la pulsazione  $\omega^*$  dell'oscillazione autosostenuta che è presente all'interno del sistema quando  $r = 0$ .



e) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare la seguente rete correttiva

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \mathbf{b} \frac{1 + 2s}{s + \mathbf{a}}$$

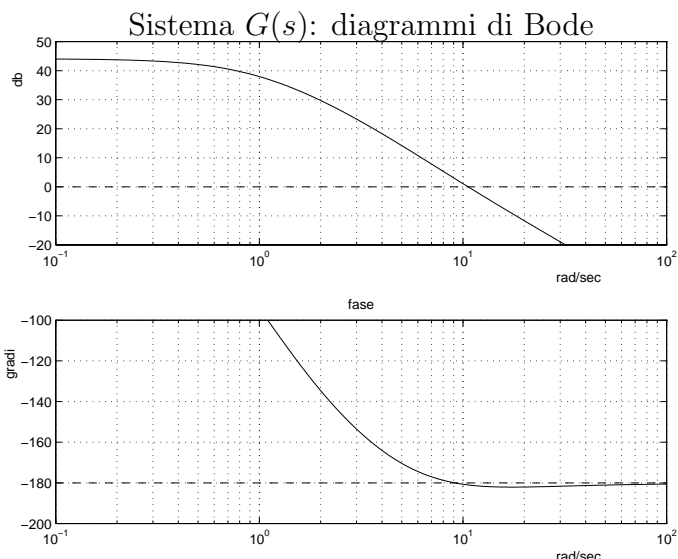
giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.05$ .

f) Calcolare la risposta al gradino unitario  $x(n) = (1, 1, 1, \dots)$  del seguente sistema dinamico discreto, partendo da condizioni iniziali nulle:

$$y(n + 1) + 0.1 \mathbf{a} y(n) = \mathbf{b} x(n)$$

g) Dati i Diagrammi di Bode riportati a fianco, progettare una rete ritardatrice in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\varphi = (30 + \mathbf{b})^\circ$  in corrispondenza della pulsazione  $\omega_A = 2$ .

Nota:  $A = G_b(j 2) = 30.63 \angle -134.6^\circ$ .



**Controlli Automatici B**  
**27 Marzo 2006 - Domande Teoriche**

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. La risposta al test è considerata corretta solo se tutte le affermazioni corrette sono state contrassegnate.

- Il metodo della Trasformata Zeta nella risoluzione delle equazioni alle differenze lineari a parametri concentrati
  - permette di calcolare la risposta libera del sistema
  - permette di calcolare la risposta forzata del sistema
  - può essere utilizzato anche nel caso di equazioni lineari tempo-varianti

2. Fornire l'enunciato del Teorema del baricentro: *La somma dei poli del sistema ottenuto chiudendo in retroazione un sistema dinamico descritto da una funzione di trasferimento  $G(s)$  razionale fratta con ...*

- Il luogo delle radici presenta almeno un asintoto verticale ( $r = n - m > 0$  è il grado relativo)
  - quando  $r = 2$  e  $K_1$  è positiva
  - quando  $r = 2$  e  $K_1$  è negativa
  - quando  $r = 4$  e  $K_1$  è positiva
  - quando  $r = 4$  e  $K_1$  è negativa

4. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema  $G(s) = \frac{10(s+2)}{s(s+1)}$  al variare del parametro  $K > 0$ . Calcolare:

4.1) La posizione dei 2 punti di diramazione  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  presenti sull'asse reale negativo:

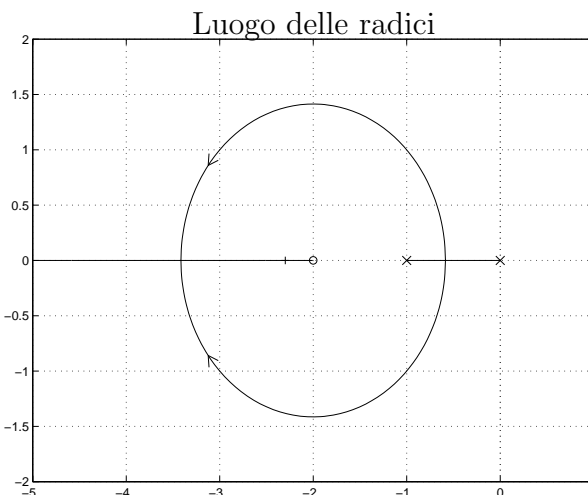
$\sigma_1 =$

$\sigma_2 =$

4.2) Per quale valore di  $\bar{K}$  di  $K$  uno dei 2 poli del sistema retroazionato si trova nella posizione  $p = -4$ :

$\bar{K} =$

4.3) Disegnare "qualitativamente" sul grafico la posizione dei poli a cui corrisponde la massima sovraelongazione del sistema retroazionato alla risposta al gradino.



5. Scrivere la funzione di trasferimento  $G(s)$  di un regolatore standard PID e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli:

$G(s) =$



6. Per poter applicare il criterio del Cerchio ad un sistema  $G(s)$  retroazionato su una non linearità  $y = f(x)$

- la non linearità  $y = f(x)$  deve passare per l'origine
- la non linearità  $y = f(x)$  deve essere di tipo "a settore"
- la non linearità  $y = f(x)$  deve essere simmetrica rispetto all'origine

7. Nel piano  $z$  i luoghi dei punti a coefficiente di smorzamento  $\delta$  costante

- sono rette uscenti dall'origine
- sono circonferenze centrate nell'origine
- sono tratti di spirali decrescenti verso l'origine

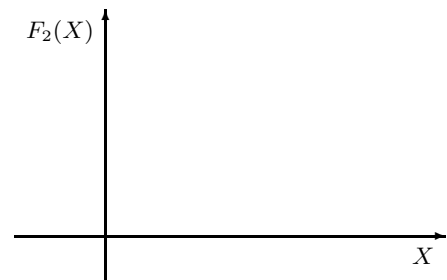
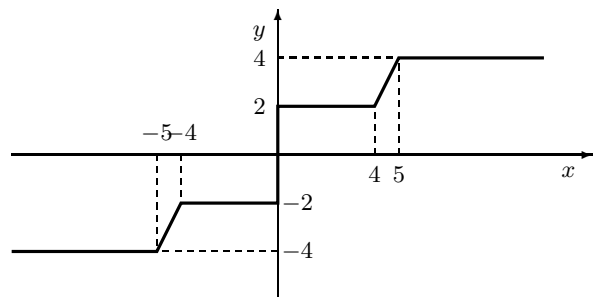
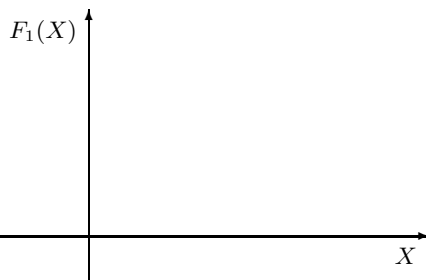
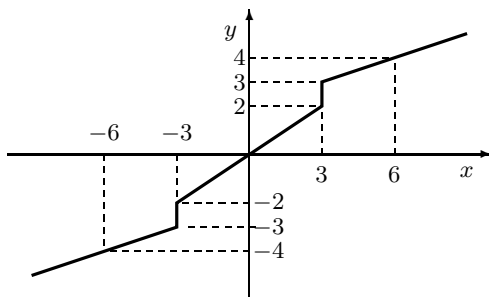
8. Scrivere la funzione di trasferimento  $H_0(s)$  del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) =$$

9. Il metodo di discretizzazione di un sistema continuo  $D(s)$  mediante trasformazione bilineare con precompensazione centrata sulla pulsazione  $\omega_1$  è basata sulla seguente sostituzione

- $s = \frac{2\omega_1}{\tan T\omega_1} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$
- $s = \frac{\tan T\omega_1}{2\omega_1} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$
- $s = \frac{\omega_1}{\tan \frac{T\omega_1}{2}} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$
- $s = \frac{\tan \frac{T\omega_1}{2}}{\omega_1} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

10. Date le seguenti caratteristiche non lineari simmetriche rispetto all'origine, determinare "qualitativamente" gli andamenti delle corrispondenti funzioni descrittive  $F_1(X)$  ed  $F_2(X)$ :



11. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento discreta:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z + 4}{z^3 + 2z^2 + 5z + 3} \quad \rightarrow$$

12. Indicare come si calcola la funzione di risposta armonica  $F(\omega)$  di un sistema discreto  $G(z)$ :

$$F(\omega) =$$