

Controlli Automatici B

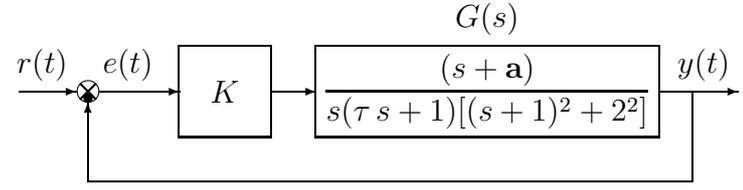
22 Marzo 2007 - Esercizi

Compito Nr. a = 3 b = 5

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad **a** e **b** i valori assegnati e si risponda alle domande.

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



a.1) Posto $\tau = 0$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni ω^* con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K^* . Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

Sol. Posto $\tau = 0$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato diventa:

$$1 + K \frac{(s + a)}{s[(s + 1)^2 + 2^2]} = 0$$

L'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema $G(s)$ al variare del parametro $K > 0$ è mostrato in Fig. 1 quando $a = 3$ e $b = 5$. Il centro degli asintoti σ_a è il seguente:

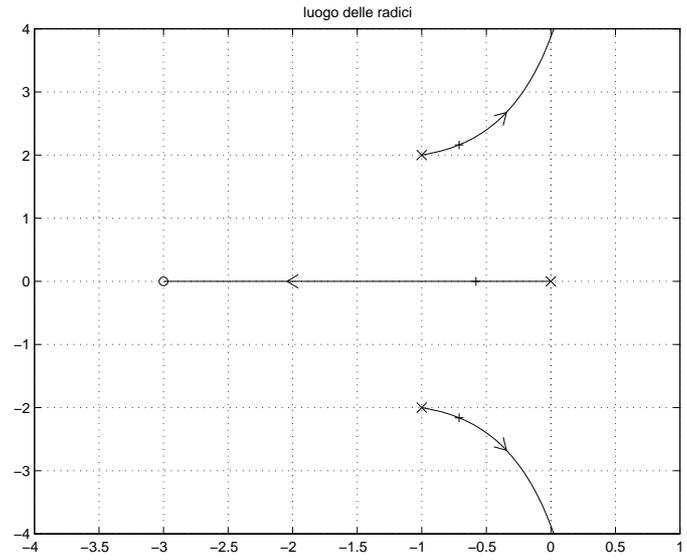


Figura 1: Luogo delle radici del sistema $G(s)$ al variare del parametro $K > 0$ quando $a = 3$ e $b = 5$.

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(-2 + a) \quad \xrightarrow{a=3, b=5} \quad \sigma_a = \frac{1}{2}$$

L'intersezione con l'asse immaginario si calcola utilizzando il criterio di Routh:

$$1 + K G(s) = 0 \quad \rightarrow \quad s[(s + 1)^2 + 2^2] + K(s + a) = 0$$

$$s^3 + 2s^2 + (5 + K)s + aK = 0$$

3	1	5 + K
2	2	aK
1	10 + 2K - aK	
0	K	

Il sistema risulta essere stabile per:

$$0 < K < \frac{10}{\mathbf{a} - 2} = K^* \quad \xrightarrow{\mathbf{a}=3, \mathbf{b}=5} \quad K^* = 10$$

L'intersezione con l'asse immaginario si ha alla pulsazione:

$$\omega^* = \sqrt{\frac{\mathbf{a} K^*}{2}} = \sqrt{\frac{5 \mathbf{a}}{\mathbf{a} - 2}} \quad \xrightarrow{\mathbf{a}=3, \mathbf{b}=5} \quad \omega^* = \sqrt{15}$$

a.2) Posto $\tau = 0$ e $K = K^*$, determinare la posizione p_1, p_2 e p_3 dei poli del sistema retroazionato.

Sol. In corrispondenza del valore $K = K^*$ il sistema retroazionato è marginalmente stabile e due dei suoi poli si trovano sull'asse immaginario nella posizione $p_{1,2} = \pm j \omega^*$. La posizione del terzo polo p_3 si determina, per esempio, utilizzando il teorema del baricentro:

$$p_1 + p_2 + p_3 = \sum_{i=1}^3 p_{0i} \quad \rightarrow \quad p_3 = \sum_i p_{0i} = -2$$

a.3) Posto $K = K^*$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\tau > 0$. Nella graficazione del contorno delle radici si tenga conto del fatto che per $K = K^*$ il sistema retroazionato è stabile per $\tau > \tau^*$ (il coefficiente τ^* non deve essere determinato). Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

Sol. Posto $K = K^*$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è la seguente

$$s(\tau s + 1)[(s + 1)^2 + 2^2] + K^*(s + \mathbf{a}) = 0$$

da cui si ricava l'equazione caratteristica $1 + \tau G_1(s) = 0$:

$$s[(s+1)^2+2^2]+K^*(s+\mathbf{a})+\tau s^2[(s+1)^2+2^2] = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{\tau s^2[(s+1)^2+2^2]}{s[(s+1)^2+2^2]+K^*(s+\mathbf{a})} = 0$$

I poli della funzione $G_1(s)$ sono quelli calcolati al punto a.2):

$$1 + \frac{\tau s^2[(s+1)^2+2^2]}{(s+p_1)(s+p_2)(s+p_3)} = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{\tau s^2[(s+1)^2+2^2]}{(s+j\omega^*)(s-j\omega^*)(s+2)} = 0$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $\tau > 0$ è mostrato in Fig. 2 quando $\mathbf{a} = 3$.

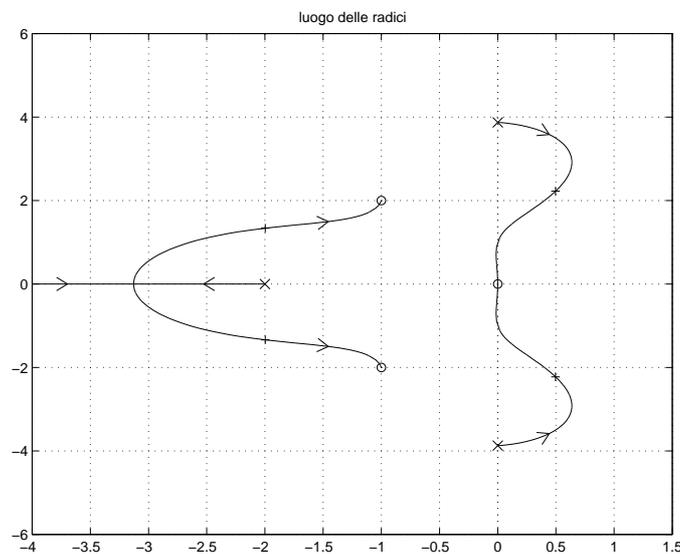
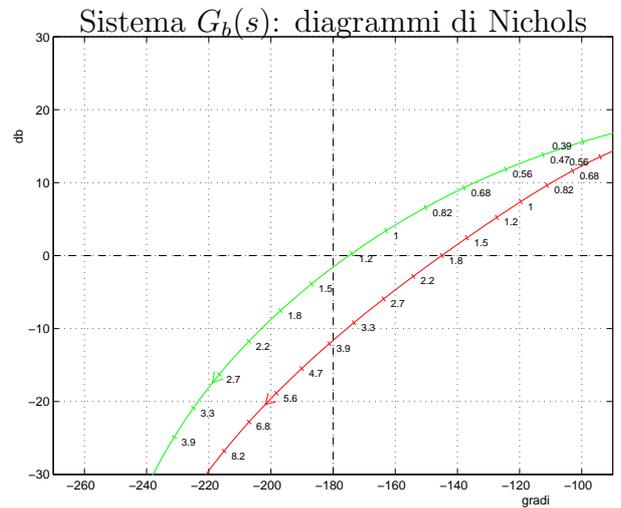
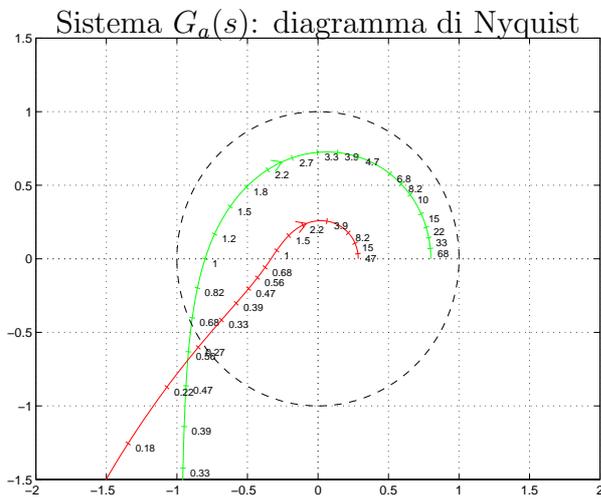


Figura 2: Contorno delle radici del sistema $G_1(s)$ al variare del parametro $\tau > 0$ quando $\mathbf{a} = 3$.

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



- b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete correttiva in grado da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = \mathbf{a}$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Sol. La specifica sul margine di ampiezza definisce completamente la posizione del punto B :

$$M_B = \frac{1}{\mathbf{a}}, \quad \varphi_B = -180^\circ \quad \xrightarrow{\mathbf{a}=3, \mathbf{b}=5} \quad M_B = 0.333, \quad \varphi_B = 180^\circ$$

Un punto A ammissibile è quello corrispondente alla pulsazione $\omega = 0.82$:

$$M_A = 0.8769, \quad \varphi_A = -166.9^\circ \quad \longrightarrow \quad M = \frac{M_B}{M_A} = 0.3797, \quad \varphi = -13.1^\circ$$

La rete correttiva che si ottiene utilizzando le formule di inversione è la seguente:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi} = 3.19, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi} = 8.93 \quad \longrightarrow \quad C(s) = \frac{1 + 3.19 s}{1 + 8.93 s}$$

- b.2) Per il sistema $G_b(s)$, progettare una rete anticipatrice in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = (30 + \mathbf{b})^\circ$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Sol. La specifica sul margine di fase definisce completamente la posizione del punto B :

$$M_B = 1, \quad \varphi_B = (210 + \mathbf{b})^\circ \quad \xrightarrow{\mathbf{a}=3, \mathbf{b}=5} \quad M_B = 1, \quad \varphi_B = 215^\circ$$

Il punto A corrispondente alla pulsazione $\omega = 1.8$ può essere portato in B utilizzando una rete anticipatrice:

$$M_A = 0.4197 = -7.54 \text{ db}, \quad \varphi_A = 163.1^\circ$$

Per $\mathbf{b} = 5$, i parametri da utilizzare nelle formule di inversione sono:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 2.3827, \quad \varphi = 51.9^\circ$$

La rete anticipatrice che si ottiene utilizzando le formule di inversione è la seguente:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi} = 1.2465, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi} = 0.1393 \quad \longrightarrow \quad C(s) = \frac{1 + 1.2465 s}{1 + 0.1393 s}$$

- b.3) Sempre per il sistema $G_b(s)$, progettare una rete ritardatrice in modo che la funzione di risposta armonica del sistema compensato passi per il punto $B = (-160^\circ, -10 \text{ db})$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

Sol. Modulo e fase del punto $B = (-160^\circ, -10 \text{ db})$:

$$M_B = 0.3162, \quad \varphi_B = 200^\circ$$

Un punto A della funzione $G_b(s)$ che può essere portato in $B = (-160^\circ, -10 \text{ db})$ usando una rete ritardatrice quello a pulsazione $\omega = 0.82$:

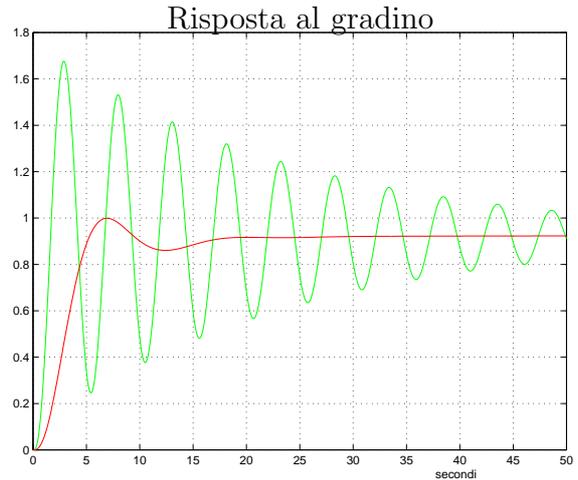
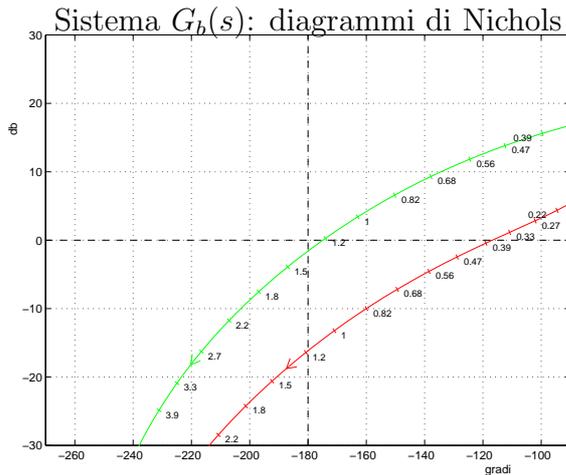
$$M_A = 2.134, \quad \varphi_A = 209.7^\circ$$

I parametri da utilizzare nelle formule di inversione sono:

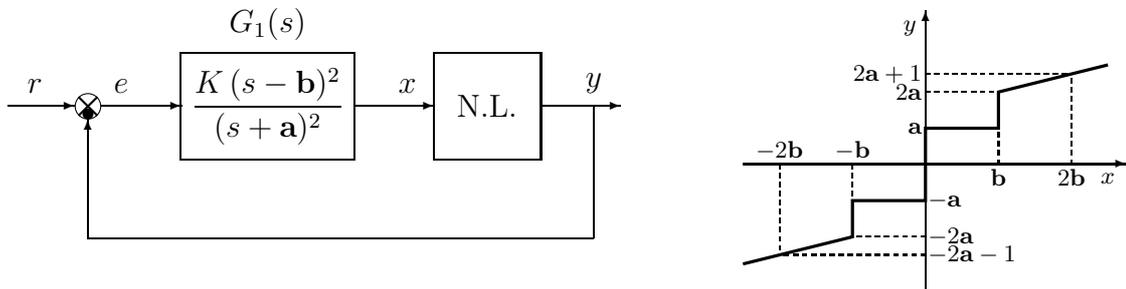
$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.1482, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_B = -9.7^\circ$$

La rete anticipatrice che si ottiene utilizzando le formule di inversione è la seguente:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi} = 6.0618, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi} = 41.7044 \quad \rightarrow \quad C(s) = \frac{1 + 6.0618 s}{1 + 41.7044 s}$$



c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



c.1) Posto $K = 1$, determinare per quale valore r^* del riferimento r il punto di lavoro del sistema retroazionato coincide con il punto $(x_0, y_0) = (2b, 2a + 1)$.

Sol. La retta di carico della parte lineare del sistema è:

$$x = K_1(r - y) \quad \text{dove} \quad K_1 = \frac{b^2}{a^2}$$

Imponendo il passaggio della retta per il punto $(x_0, y_0) = (2b, 2a + 1)$ si ottiene la relazione:

$$2b = \frac{b^2}{a^2} [r^* - (2a + 1)]$$

da cui si ottiene che :

$$r^* = 2a + 1 + \frac{2a^2}{b}$$

c.2) Posto $K = 1$, $r = r^*$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro $(x_0, y_0) = (2b, 2a + 1)$.

Sol. Le pendenze α e β di 2 rette che centrate in $(x_0, y_0) = (2b, 2a + 1)$ racchiudono a settore tutta la non linearità sono:

$$\alpha = \frac{1}{b}, \quad \beta = \frac{3a + 1}{2b}$$

La pendenza β è stata calcolata facendo riferimento al punto $(x_1, y_1) = (0, -\mathbf{a})$. Il cerchio critico interseca il semiasse reale negativo nei punti:

$$-\frac{1}{\alpha} = -\mathbf{b}, \quad -\frac{1}{\beta} = -\frac{2\mathbf{b}}{3\mathbf{a}+1}$$

Il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ è mostrato in Fig. 3. L'intersezione con il

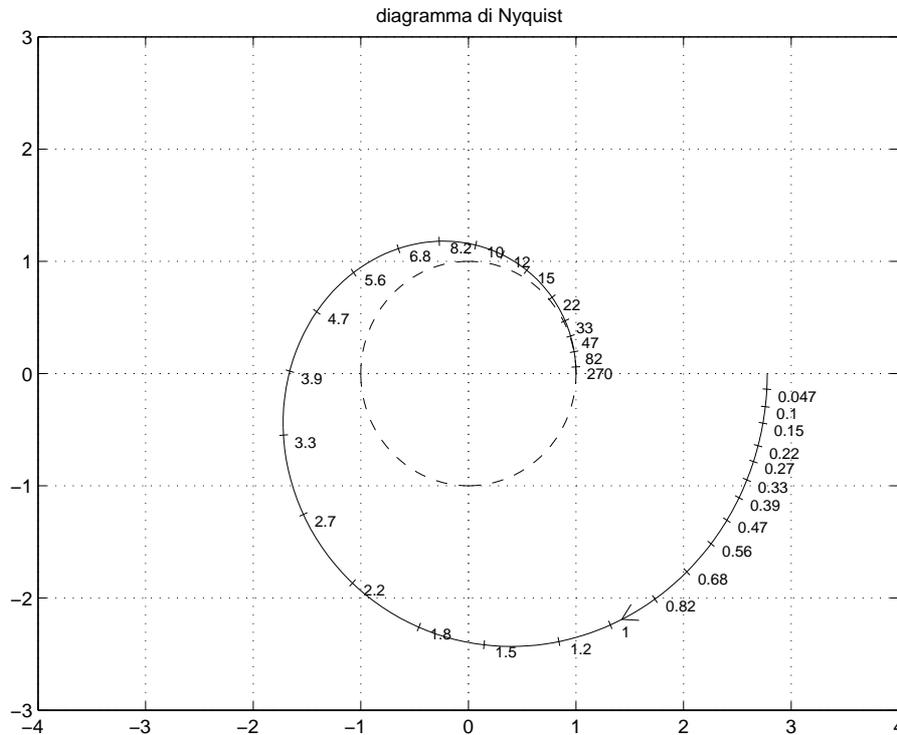


Figura 3: Il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ quando $\mathbf{a} = 3$ e $\mathbf{b} = 5$.

semiasse reale negativo si trova scrivendo l'equazione caratteristica del sistema retroazionato e applicando il criterio di Routh:

$$1 + \frac{K(s-\mathbf{b})^2}{(s+\mathbf{a})^2} = 0 \quad \rightarrow \quad (s+\mathbf{a})^2 + K(s-\mathbf{b})^2 = 0$$

da cui si ricava:

$$(1+K)s^2 + 2(\mathbf{a}-K\mathbf{b})s + \mathbf{a}^2 + K\mathbf{b}^2 = 0$$

Il sistema retroazionato è stabile per

$$-\frac{\mathbf{a}^2}{\mathbf{b}^2} < K < \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = K^* \quad \omega^* = \sqrt{\mathbf{a}\mathbf{b}}$$

Per $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in [1, 2, \dots, 10]$ il valore di K^* è maggiore di α e minore di β

$$\alpha < K^* < \beta \quad \leftrightarrow \quad \frac{1}{\mathbf{b}} < \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} < \frac{3\mathbf{a}+1}{2\mathbf{b}}$$

Ne segue che il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ interseca sempre il cerchio critico e quindi utilizzando il criterio del cerchio non è possibile concludere niente a riguardo della stabilità o meno del sistema non lineare retroazionato.

- c.3) Posto $r = 0$ il punto di lavoro coincide con l'origine. Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità N.L. assegnata, prendendo l'origine come punto di lavoro. Utilizzare delle variabili (per esempio: m_1, m_2, \dots) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

Sol. L'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ quando $\mathbf{a} = 3$ e $\mathbf{b} = 5$ è mostrato in Fig. 4. Per $X < \mathbf{b}$ la funzione descrittiva $F(X)$ coincide con quella di un relè:

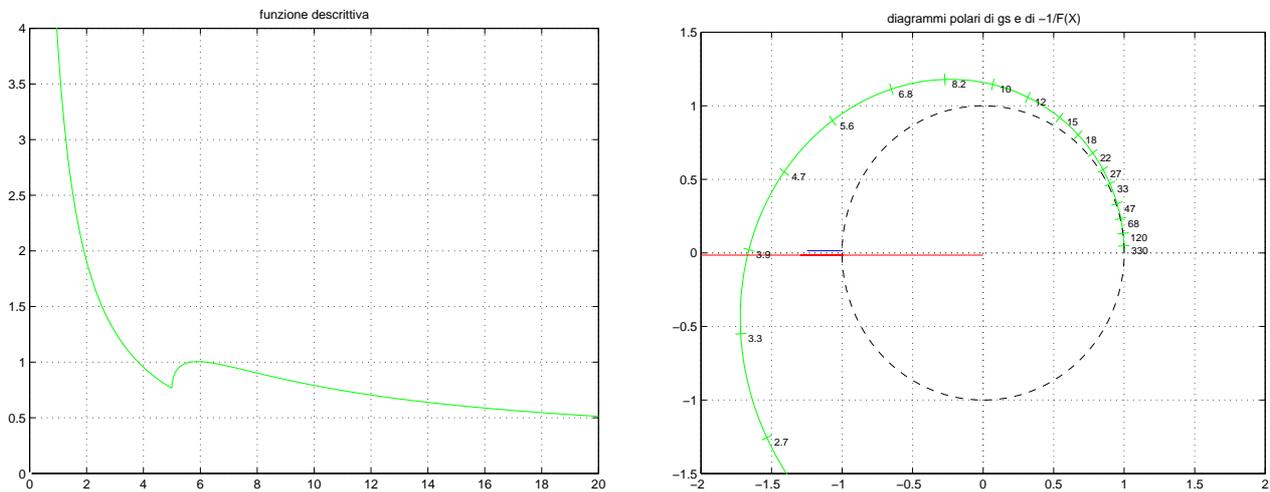


Figura 4: Andamento della funzione descrittiva $F(X)$ quando $\mathbf{a} = 3$ e $\mathbf{b} = 5$.

$$F(X) = \frac{4 \mathbf{a}}{\pi X}$$

Il valore m_1 del primo minimo si ottiene calcolando la $F(X)$ in corrispondenza di $X = \mathbf{b}$:

$$m_1 = F(X)|_{X=\mathbf{b}} = \frac{4 \mathbf{a}}{\pi \mathbf{b}}$$

Il valore m_2 del massimo intermedio può essere calcolato solo conoscendo la $F(X)$ per $X > \mathbf{b}$. Per $X \rightarrow \infty$ la $F(X)$ tende al valore finale minimo $m_3 = \frac{1}{\mathbf{b}}$.

c.4) Discutere “Qualitativamente” (in funzione anche dei parametri m_1, m_2, \dots) l’esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

Sol. Per $K = 1$, il margine di ampiezza \bar{K}^* del sistema $G_1(s)$ è $\bar{K}^* = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$. Per $K \neq 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $K G_1(s)$ è $K^* = \frac{\bar{K}^*}{K}$. Al variare di K^* si possono avere le seguenti condizioni di funzionamento:

1) Per $K^* < m_3$, la funzione $-1/F(X)$ è tutta interna al diagramma completo della funzione $G_1(s)$ per cui non vi sono cicli limite e il sistema retroazionato è instabile.

2) Per $m_3 < K^* < m_1$ e per $K^* > m_2$, il diagramma di Nyquist della $G_1(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in un solo punto a cui corrisponde un ciclo limite stabile.

3) Per $m_1 < K^* < m_2$, il diagramma di Nyquist della $G_1(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in tre punti a cui corrispondono tre cicli limite di cui due stabili (quelli esterni) e uno instabile (quello intermedio).

c.5) Posto $K = 0.5$, determinare l’ampiezza X^* e la pulsazione ω^* di un eventuale ciclo limite stabile presente nel sistema retroazionato.

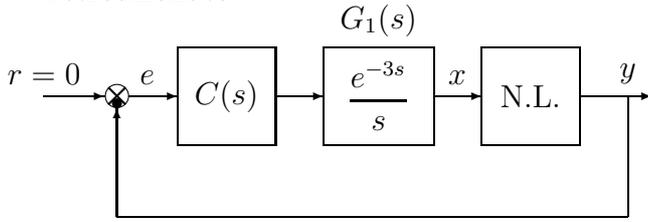
Sol. Posto $K = 0.5$, il margine di ampiezza K^* del sistema $K G_1(s)$ è $K^* = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}K} = \frac{2\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$. Tale valore è sempre maggiore di m_1 per cui nel sistema retroazionato è presente almeno un ciclo limite stabile di cui è possibile calcolare l’ampiezza X^* utilizzando la $F(X)$ del relè ideale:

$$F(X^*) = K^* \quad \rightarrow \quad \frac{4 \mathbf{a}}{\pi X^*} = \frac{2 \mathbf{a}}{\mathbf{b}} \quad \rightarrow \quad X^* = \frac{4 \mathbf{b}}{2 \pi}$$

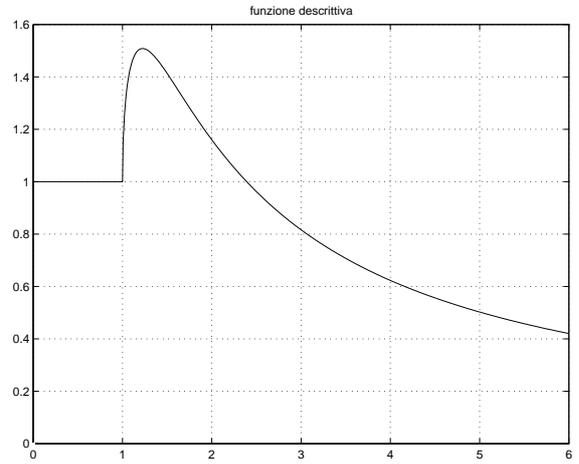
La pulsazione ω^* del ciclo limite coincide con quella del punto di intersezione della $G_1(s)$ con il semiasse reale negativo:

$$\omega^* = \sqrt{\mathbf{a} \mathbf{b}} \quad \xrightarrow{\mathbf{a}=3, \mathbf{b}=5} \quad \omega^* = \sqrt{15} = 3.873$$

d) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



dove la non linearità è caratterizzata dalla funzione descrittiva $F(X)$ mostrata in figura.



d.1) Posto $C(s) = 1$ determinare la pulsazione ω e l'ampiezza X (approssimata) delle eventuali oscillazioni autosostenute presenti nel sistema retroazionato.

Sol. Posto $C(s) = 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $G_1(s)$ coincide con la pulsazione ω^* dell'eventuale oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema retroazionato:

$$K^* = \omega^* = \frac{\pi}{2t_0} = \frac{\pi}{6} = 0.5236$$

L'ampiezza X^* dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema retroazionato si determina imponendo che la funzione descrittiva $F(X)$ assegnata sia uguale a K^* :

$$F(X^*) = K^* \quad \rightarrow \quad X^* = 4.8$$

d.2) Calcolare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete ritardatrice $C(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ in modo che all'interno del sistema retroazionato sia presente un'oscillazione autosostenuta di ampiezza $X = 3$ e pulsazione $\omega = 0.4$.

Sol. Affinchè l'ampiezza X dell'oscillazione autosostenuta sia $X = 3$, il margine di ampiezza K^* del sistema deve essere $K^* = F(3) = 0.815$. Il punto B dove deve essere spostata la funzione di risposta armonica è quindi $B = -\frac{1}{K^*}$:

$$M_B = 1.227, \quad \varphi_B = 180^\circ$$

Il punto A che deve essere portato in B è quello caratterizzato dalla pulsazione $\omega = 0.4$:

$$M_A = G_1(j\omega)|_{\omega=0.4} = \frac{1}{0.4} = 2.5, \quad \varphi_A = 201.2^\circ$$

Per $\mathbf{b} = 5$, i parametri da utilizzare nelle formule di inversione sono:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.49, \quad \varphi = -21.2^\circ$$

La rete anticipatrice che si ottiene utilizzando le formule di inversione è la seguente:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi} = 3.0579, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi} = 7.6633 \quad \rightarrow \quad C(s) = \frac{1 + 3.0579 s}{1 + 7.6633 s}$$

e) Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri, discretizzare la seguente rete correttiva

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{\mathbf{a}(s + \mathbf{b})}{s}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$. Imporre l'uguaglianza del guadagno alle alte frequenze.

Sol. Utilizzando il metodo della corrispondenza poli/zeri si ottiene

$$D(s) = \frac{\mathbf{a}(s + \mathbf{b})}{s} \quad \rightarrow \quad D(z) = k \frac{1 - e^{-\mathbf{b}T} z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

Per $\mathbf{b} = 5$ e $T = 0.1$ si ha:

$$D(z) = k \frac{1 - 0.6065z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

Il valore di k si calcola imponendo l'uguaglianza dei guadagni alle elevate frequenze

$$D(s)|_{s \rightarrow \infty} = D(z)|_{z=-1} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{a} = k \frac{1.6065}{2} \quad \rightarrow \quad k = \frac{2 \mathbf{a}}{1.6065}$$

La corrispondente equazione alle differenze si ricava dalla relazione

$$M(z)(1 - z^{-1}) = k E(z)(1 - 0.6065 z^{-1})$$

ottenendo

$$m(k) = m(k-1) + k e(k) - k 0.6065 e(k-1)$$

f) Partendo dalla condizione iniziale non nulla $y(0) = 1$, calcolare la risposta $y(n)$ al gradino unitario $x(n) = (1, 1, 1, \dots)$ del seguente sistema dinamico discreto, :

$$y(n+1) + 0.2 \mathbf{a} y(n) = \mathbf{b} x(n)$$

Sol. Applicando la Z-trasformata alla precedente equazione alle differenze si ottiene:

$$z Y(z) - z y(0) + 0.2 \mathbf{a} Y(z) = \mathbf{b} X(z)$$

Esprimendo $Y(z)$ in funzione di $X(z)$ e della condizione iniziale $y(0)$ si ottiene:

$$Y(z) = \frac{\mathbf{b}}{z + 0.2 \mathbf{a}} X(z) + \frac{z}{z + 0.2 \mathbf{a}} = \frac{\mathbf{b} z}{(z + 0.2 \mathbf{a})(z - 1)} + \frac{z}{z + 0.2 \mathbf{a}}$$

Scomponendo in fratti semplici si ottiene:

$$Y(z) = \frac{\mathbf{b} z}{1 + 0.2 \mathbf{a}} \left[\frac{1}{z - 1} - \frac{1}{z + 0.2 \mathbf{a}} \right] + \frac{z}{z + 0.2 \mathbf{a}}$$

Antitrasformando si ottiene:

$$y(n) = \frac{\mathbf{b}}{1 + 0.2 \mathbf{a}} [1 - (-0.2 \mathbf{a})^n] + (-0.2 \mathbf{a})^n$$

Controlli Automatici B
22 Marzo 2007 - Domande Teoriche

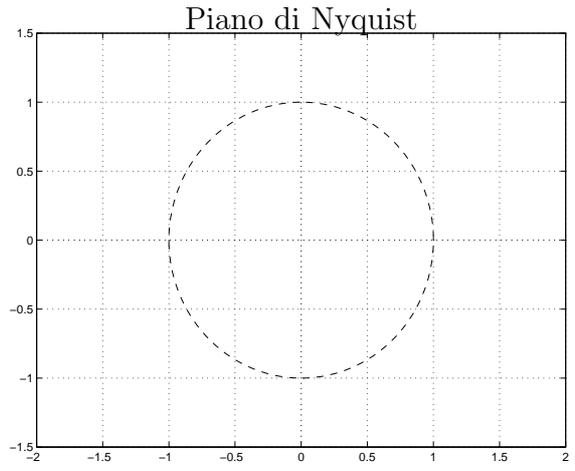
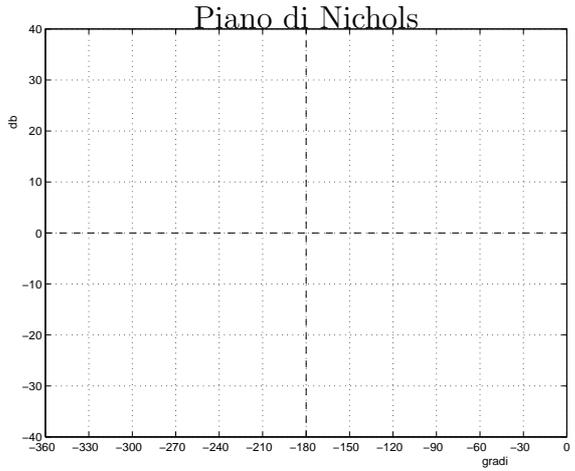
Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. La risposta al test è considerata corretta solo se tutte le affermazioni corrette sono state contrassegnate.

1. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 4z^{-1}}{1 + 2z^{-1} + 5z^{-2} + 3z^{-3}} \quad \rightarrow \quad y(n) + 2y(n-1) + 5y(n-2) + 3y(n-3) = x(n) + 4x(n-1)$$

2. Disegnare "qualitativamente" sia sul piano di Nichols che sul piano di Nyquist la regione dei punti del piano che possono essere portati nel punto $B = (-135^\circ, 3\text{db}) = (-1, -1) = \sqrt{2} e^{j\frac{5}{4}\pi}$ utilizzando una rete anticipatrice.



3. 1) Disegnare qualitativamente il luogo delle radici del seguente sistema retroazionato:

$$G(s) = \frac{s + 4}{s(s + 3)}$$

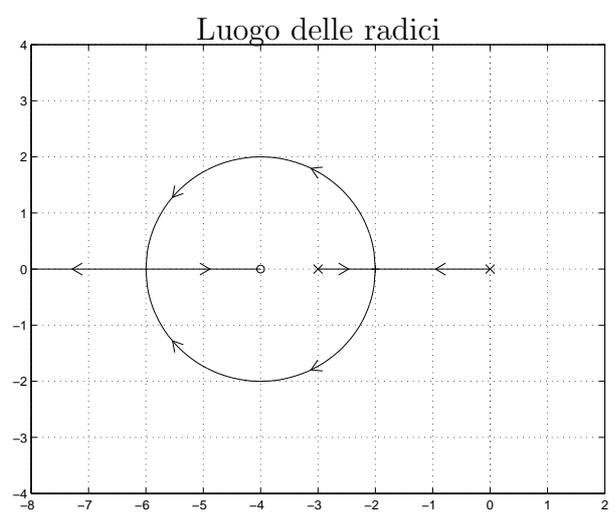
al variare del parametro $K > 0$.

2) Determinare la posizione dei punti di diramazione presenti sull'asse reale negativo:

$$\sigma_1 = -2, \quad \sigma_2 = -6$$

3) Determinare per quale valore \bar{K} di K almeno uno dei 2 poli del sistema retroazionato si trova nella posizione $p = -6$:

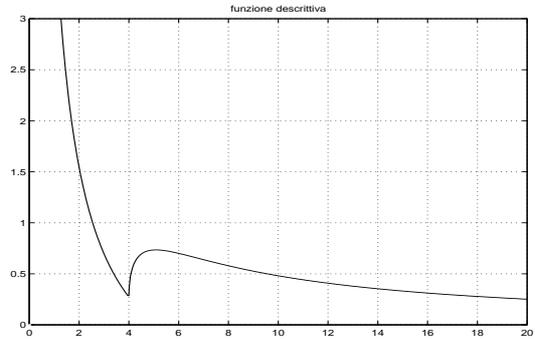
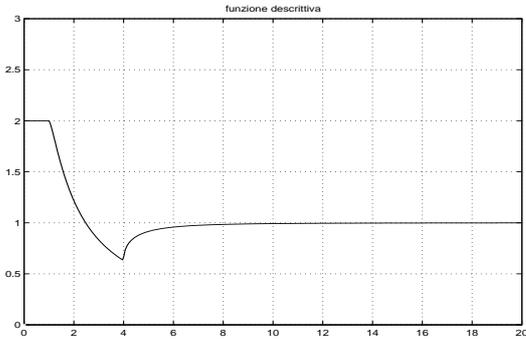
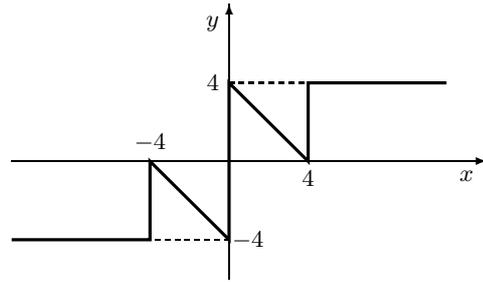
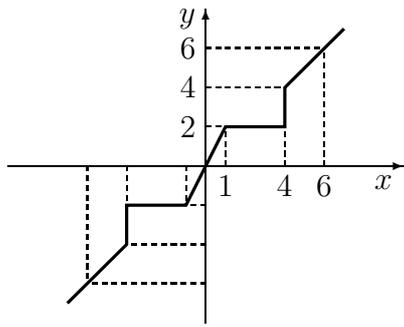
$$\bar{K} = - \left. \frac{1}{G(s)} \right|_{s=-6} = 9$$



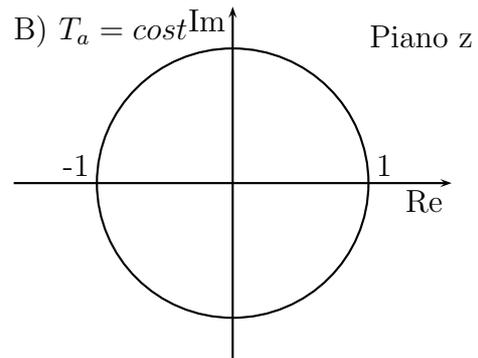
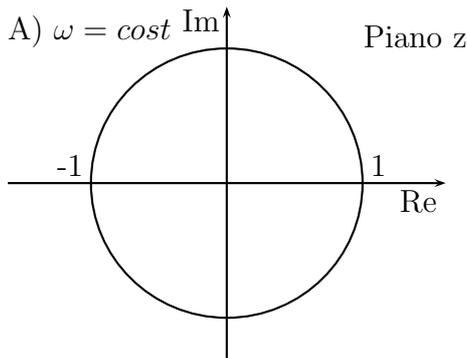
4. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete anticipatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$, ($\tau_1 > \tau_2$):



5. Date le seguenti caratteristiche non lineari simmetriche rispetto all'origine, determinare "qualitativamente" gli andamenti delle corrispondenti funzioni descrittive $F_1(X)$ ed $F_2(X)$:



6. Tracciare qualitativamente sul piano z : A) i luoghi ad ω costante; B) i luoghi a decadimento esponenziale costante



7. Indicare quale dei seguenti sistemi discreti $G(z)$ ha la risposta impulsiva $g(k)$ che tende a zero più "lentamente":

- $G(z) = \frac{1}{z(z+0.6)^2}$
- $G(z) = \frac{1}{z^2(z-0.4)}$
- $G(z) = \frac{1}{(z^2+0.8^2)}$
- $G(z) = \frac{1}{(z-0.2)(z+0.4)}$

8. Indicare sul piano z dove sono collocati i punti della striscia primaria numerati da 1 a 8:

