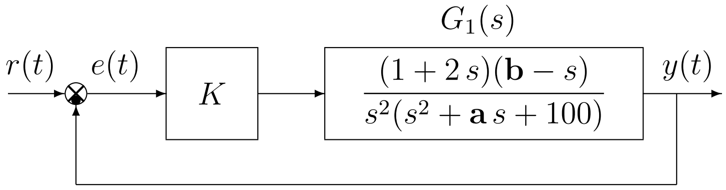
Nr.

Controlli Automatici B
11 Gennaio 2010 - Esercizi
Compito Nr. a = b =

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad **a** e **b** i valori assegnati e si risponda alle domande.

a1) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



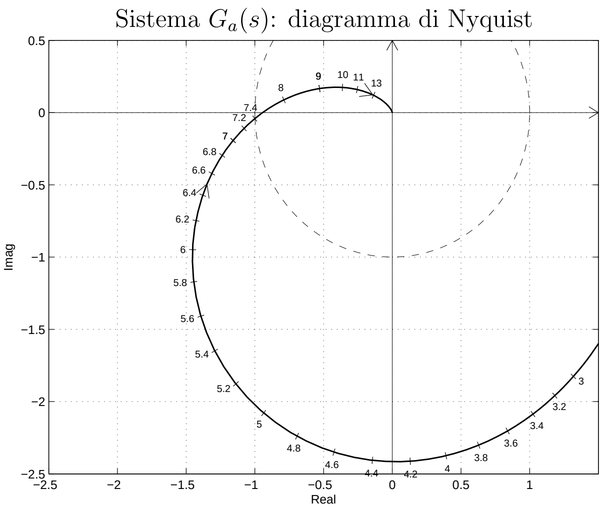
Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro K. Tracciare il luogo delle radici sia per $K > 0$ che per $K < 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni ω^* con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K^*. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

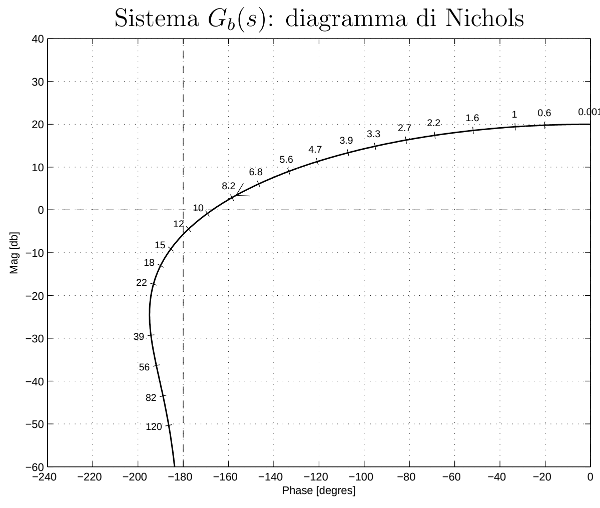
a.2) Si consideri la seguente equazione caratteristica:

$$m_p s^3 + \mathbf{a}\, m_p\, s^2 + \mathbf{b}\, s + \mathbf{a} = 0$$

Mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso le radici dell'equazione caratteristica al variare del parametro m_p. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo". Calcolare esattamente il centro e la posizione degli asintoti.

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:

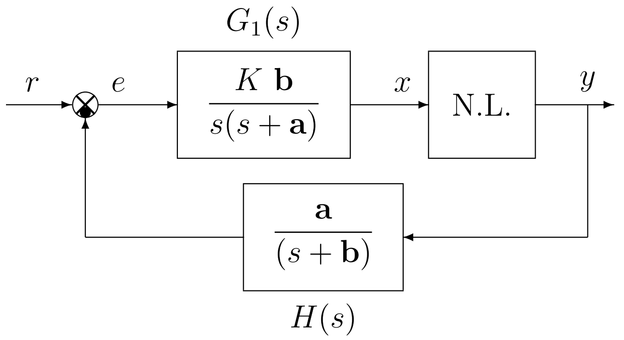


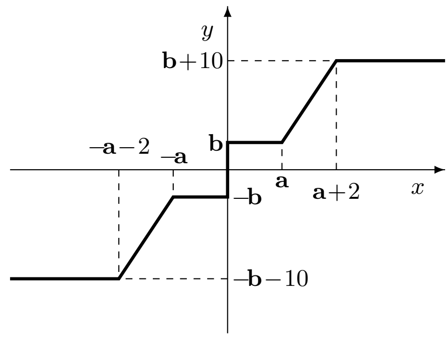


b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete correttrice in modo da garantire al sistema compensato un margine di margine di fase $M_\varphi = (50 + \mathbf{a})^o$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

b.2) Sempre per il sistema $G_b(s)$, progettare una rete correttrice $C_3(s)$ in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = (40 + 2\,\mathbf{a})^o$ e una ampia larghezza di banda $\omega_{f0} = 56$ per il sistema retroazionato.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





c.1) Posto $K = 1$, determinare il valore dell'ingresso $r = r^*$ a cui corrisponde il punto di lavoro $(x_0,\, y_0) = (\mathbf{a}+1,\, \mathbf{b}+5)$.

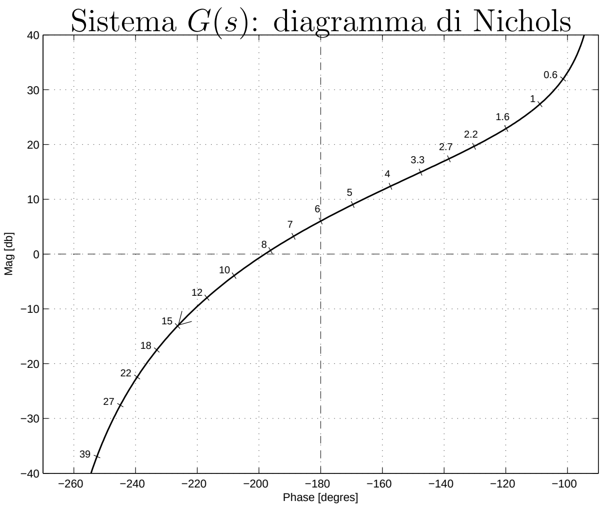
c.2) Posto $K = 1$, $r = r^*$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro $(\mathbf{a}+1,\, \mathbf{b}+5)$.

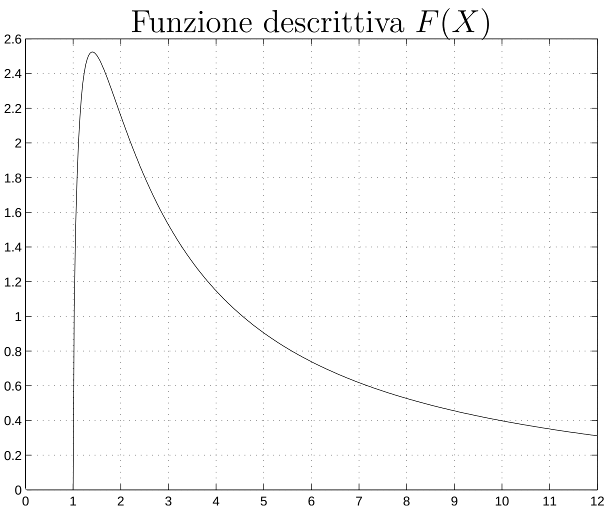
c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y = y(x)$ nell'intorno del punto $(0,\, 0)$. Utilizzare le variabili $m_1,\, m_2,\, \ldots$ per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

c.4) Discutere "qualitativamente" anche in funzione dei parametri $m_1,\, m_2,\, \ldots$ l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

c.5) Posto $K = 1$, determinare la pulsazione ω^* e l'ampiezza X^* del ciclo limite stabile di ampiezza piú piccola presente all'interno nel sistema retroazionato.

d) Sia dato il diagramma di Nichols di un sistema $G(s)$ posto in retroazione negativa su di una non linearità $y = y(x)$ di cui viene fornita la funzione descrittiva $F(X)$.





d.1) Nei limiti della precisione dei grafici forniti, determinare l'ampiezza X^*, la pulsazione ω^* e la stabilità degli eventuali cicli limite presenti nel sistema retroazionato.

d.2) Progettare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete correttrice $C(s) = \frac{1+\tau_1\, s}{1+\tau_2\, s}$ da mettere in cascata al sistema $G(s)$ in modo che il sistema retroazionato abbia un ciclo limite stabile di ampiezza $X^* = 2$ in corrispondenza della pulsazione $\omega^* = 4$.

e) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare la seguente rete correttrice

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s + 2\,\mathbf{a})}{s(s+1)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.

f) Partendo da condizione iniziale nulla $y(0) = 0$, calcolare la risposta $y(n)$ al segnale $x(n) = 2^n$ del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n+1) = 0.5\, y(n) + \mathbf{b}\, x(n)$$

Nr. ☐

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Controlli Automatici B

11 Gennaio 2010 - Domande Teoriche

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. La risposta al test è considerata corretta solo se tutte le affermazioni corrette sono state contrassegnate.

1. Scrivere la funzione di trasferimento discreta $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

   $$y_{n+3}+4\,y_{n+2}+5\,y_{n+1}+3\,y_n = 7\,x_{n+2}+2\,x_{n+1} \qquad \rightarrow \qquad G(z) =$$

2. Sia $G(z)$ la $\mathcal{Z}$-trasformata della successione numerica $g(k)$. Scrivere gli enunciati dei teoremi del valore iniziale e del valore finale:

   $$g(0) = g(k)|_{k=0} = \qquad\qquad g(\infty) = \lim_{k\to\infty} g(k) =$$

3. Il metodo di discretizzazione mediante trasformazione bilineare con *precompensazione* centrata sulla pulsazione ω_1 è basata sulla seguente sostituzione:

   ○ $s = \frac{\tan T\omega_1}{2\omega_1}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

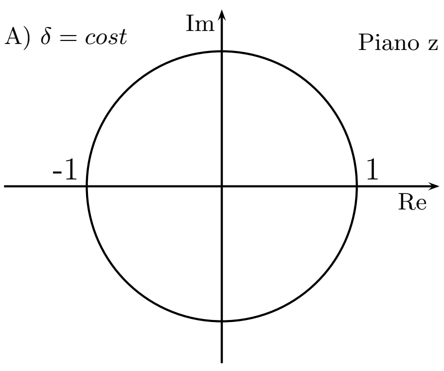
   ○ $s = \frac{2\omega_1}{\tan T\omega_1}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

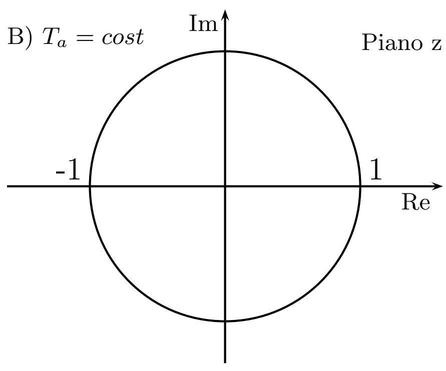
   ○ $s = \frac{\tan \frac{T\omega_1}{2}}{\omega_1}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

   ○ $s = \frac{\omega_1}{\tan \frac{T\omega_1}{2}}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

4. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete anticipatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$, $(\tau_1 > \tau_2)$:

5. Tracciare qualitativamente sul piano z: A) i luoghi a coefficiente di smorzamento δ costante; B) i luoghi a decadimento esponenziale costante:





6. Fornire l'enunciato del Teorema del baricentro: *La somma dei poli del sistema ottenuto chiudendo in retroazione un sistema dinamico descritto da una funzione di trasferimento $G(s)$ razionale fratta con …*

7. In un sistema discreto a segnali campionati, qual è il legame che lega la variabile discreta z e la variabile s di Laplace?

$$z =$$

8. Sia dato il sistema discreto $G(z) = \frac{z}{z-\alpha}$ (con $0 < \alpha < 1$) dove con T si indica il periodo di campionamento. Utilizzando la corrispondenza tra il piano s e il piano z, indicare come il tempo di assestamento T_a del sistema $G(z)$ è funzione dei parametri α e T:

$$T_a =$$

9. 1) Disegnare qualitativamente il luogo delle radici associato al seguente sistema:

$$G(s) = \frac{K\,(s+2)}{(s+2)^2 + 2^2}$$

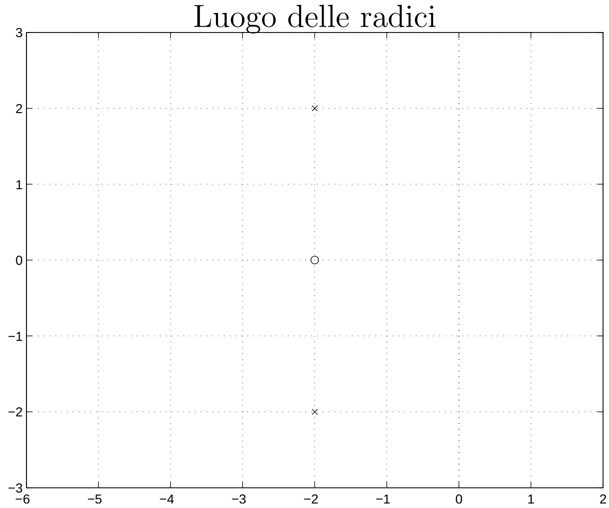
al variare del parametro $K > 0$.

2) Determinare esattamente la posizione del punto di diramazione σ_0 sull'asse reale:

$$\sigma_0 =$$

3) Determinare il valore $\bar{K}$ corrispondente alla condizione di minimo tempo di assestamento per il sistema retroazionato:

$$\bar{K} =$$



10. Sia $Y(X)\sin(\omega t + \varphi(X))$ la fondamentale del segnale periodico $y(t)$ presente all'uscita della nonlinearità algebrica $y(t) = f[x(t)]$ in risposta all'ingresso $x(t) = X\sin(\omega t)$. La funzione descrittiva $F(X)$ è definita nel modo seguente:

$$F(X) =$$

11. Il metodo di Ziegler-Nichols per determinare i valori di primo tentativo dei parametri di un regolatore standard PID

- ◯ richiede la conoscenza esatta del modello del sistema da controllare
- ◯ richiede la conoscenza della risposta impulsiva del sistema da controllare
- ◯ richiede la conoscenza della risposta al gradino del sistema da controllare
- ◯ è applicabile in modo approssimato anche al controllo di sistemi non lineari

12. Scrivere la funzione di trasferimento $H_0(s)$ del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) =$$

13. Calcolare la soluzione $y(n)$ della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale $y(0) = y_0$:

$$y(n+1) + 0.4\,y(n) = 0 \qquad \rightarrow \qquad y(n) =$$

14. Calcolare la $\mathcal{Z}$-trasformata $X(z)$ delle seguenti due successioni numeriche $x(k)$:

$x(k) = 3\,k \quad \rightarrow \quad X(z) =$ $\qquad\qquad$ $x(k) = e^{2\,k\,T} \quad \rightarrow \quad X(z) =$