# Controlli Automatici B

# 8 Febbraio 2010 - Esercizi

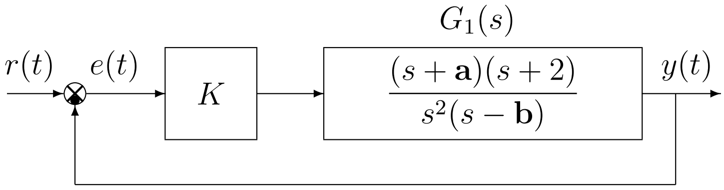
**Compito Nr.** | **a =** | **b =** |

Nr. |

| | |
|---|---|
| Nome: | |
| Nr. Mat. | |
| Firma: | |

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad **a** e **b** i valori assegnati e si risponda alle domande.

a1) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



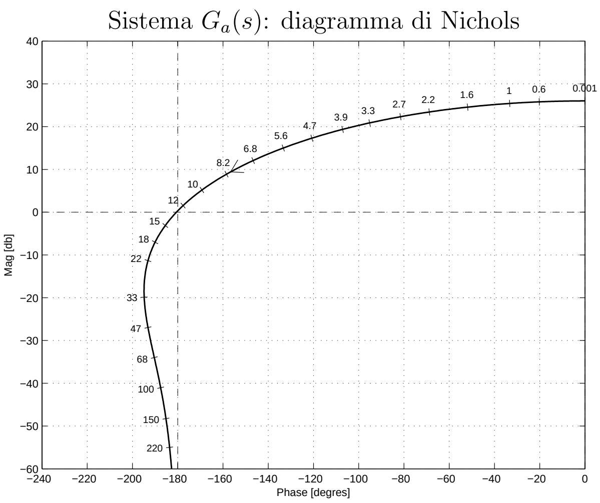

Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K$. Tracciare il luogo delle radici sia per $K > 0$ che per $K < 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni $\omega^*$ con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno $K^*$. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

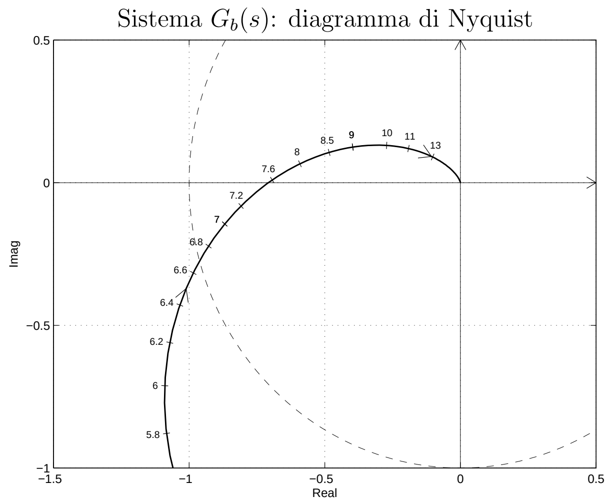
a.2) Si consideri la seguente equazione caratteristica:

$$s^3 + K_v s^2 + (\mathbf{a}+\mathbf{b})s + \mathbf{b}K_v = 0$$

Mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso le radici dell'equazione caratteristica al variare del parametro $K_v > 0$. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo". Calcolare esattamente le intersezioni con l'asse immaginario.

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



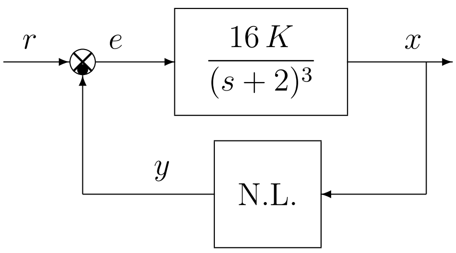



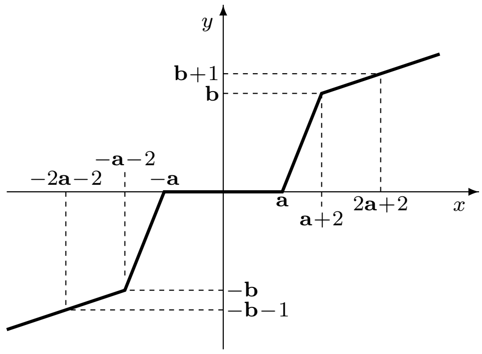

b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete ritardatrice $C_1(s)$ in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = (50 + 2\,\mathbf{a})^o$.

b.2) Sempre per il sistema $G_a(s)$ progettare una rete ritardatrice $C_2(s) = K_2 \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ in modo da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = 3 + \mathbf{b}$ e un errore a regime per ingresso a gradino unitario $e_p \simeq 0.01$. Scegliere il valore della pulsazione $\omega$ che si ritiene più opportuno.

b.3) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete anticipatrice in modo da garantire al sistema compensato un margine di margine di fase $M_\varphi = (40+\mathbf{a})^o$. Scegliere il valore della pulsazione $\omega$ che si ritiene più opportuno;

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



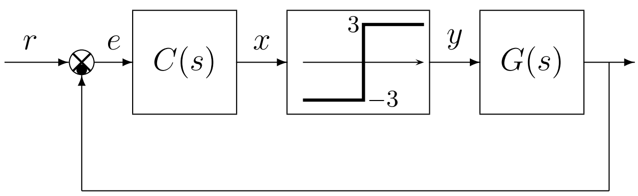

c.1) Posto $K = 1$, determinare per quali valori $r_1$ ed $r_2$ dell'ingresso $r$ i punti di lavoro del sistema retroazionato sono posizionati in $(x_0,\, y_0) = (0,\, 0)$ e in $(x_1,\, y_1) = (-\mathbf{a}-2,\, -\mathbf{b})$.

c.2) Posto $K = 1$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto $(x_1,\, y_1) = (-\mathbf{a}-2,\, -\mathbf{b})$.

c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto $(0,\, 0)$. Utilizzare delle variabili (per esempio: $m_1,\, m_2,\, \ldots$) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

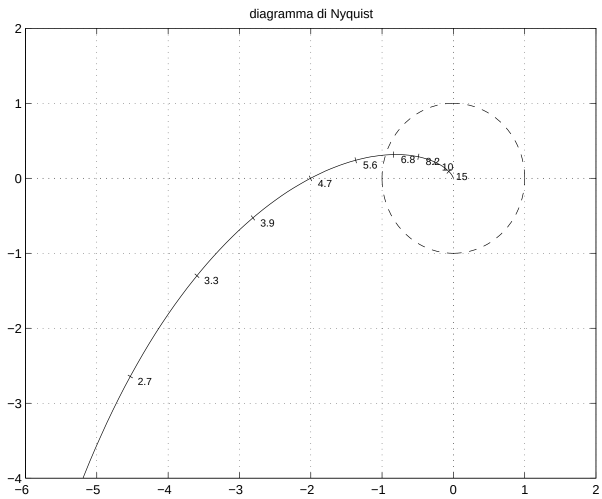
c.4) Discutere "qualitativamente" (in funzione anche dei parametri $m_1$ ed $m_2$) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$. Calcolare la pulsazione $\omega^*$ degli eventuali cicli limite presenti nel sistema retroazionato.

d) Sia dato il sistema retroazionato riportato a fianco, e il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ riportato sotto.




d.1) Posto $C(s) = 1$, determinare l'ampiezza $X^*$ e la pulsazione $\omega^*$ dell'oscillazione autosostenuta che è presente all'interno del sistema quando $r = 0$.

d.2) Progettare una rete correttrice $C(s)$, in modo che l'oscillazione autosostenuta che è presente all'interno del sistema quando $r = 0$ sia caratterizzata da un'ampiezza $X^* = 2$ e da una pulsazione $\omega^* = 3.3$.




e) Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri, discretizzare la seguente rete correttrice

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(1 + \mathbf{a}\, s)}{\mathbf{b}\, s}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$ e si imponga l'uguaglianza dei guadagni alle alte pulsazioni.

f) Calcolare la risposta al gradino unitario $x(n) = (1,\, 1,\, 1,\, \ldots)$ del seguente sistema dinamico discreto, partendo da condizioni iniziali nulle:

$$y(n + 1) - 0.5\, y(n) = \mathbf{a}\, x(n)$$

Nr. 

| | |
|---|---|
| Nome: | |
| Nr. Mat. | |
| Firma: | |

**Controlli Automatici B**

**8 Febbraio 2010 - Domande Teoriche**

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. La risposta al test è considerata corretta solo se tutte le affermazioni corrette sono state contrassegnate.

1. Calcolare la $\mathcal{Z}$-trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = k\,T$:

   $x(t) = 2\,e^{-3\,t} \quad \rightarrow \quad X(z) =$ $\qquad\qquad$ $x(t) = 3\,t \quad \rightarrow \quad X(z) =$

2. Indicare quale dei seguenti sistemi discreti $G(z)$ ha la risposta impulsiva $g(k)$ che tende a zero più "velocemente":

   ◯ $G(z) = \frac{z+1}{z(z-0.6)}$

   ◯ $G(z) = \frac{z+1}{z(z+0.8)}$

   ◯ $G(z) = \frac{z+1}{z^2(z-0.2)}$

   ◯ $G(z) = \frac{z+1}{z^2(z+0.4)}$

3. Sia $X(z) = \mathcal{Z}[x(k)]$ la $\mathcal{Z}$-trasformata della successione $x(k)$. Per $n = 1, 2, \ldots$, enunciare il teorema della traslazione nel tempo nei 2 casi a) ritardo, e b) anticipo:

   $a) \quad \mathcal{Z}[x(t - nT)] \;=$

   $b) \quad \mathcal{Z}[x(t + nT)] \;=$

4. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{(s+4)}{(s-1)[(s+2)^2+2^2]}$ al variare del parametro $K > 0$. Calcolare:

   4.1) L'ascissa $\sigma_0$ corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

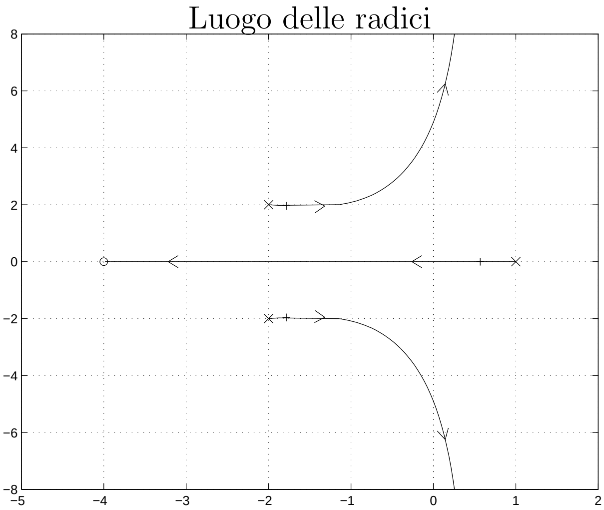
   $\sigma_0 =$

   4.2) Il valore $K^*$ corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

   $K^* =$

   4.3) Il centro degli asintoti $\sigma_a$ del luogo delle radici:

   $\sigma_a =$




5. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete ritardatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1\,s)}{(1+\tau_2\,s)}$, $(\tau_1 < \tau_2)$:


6. Sia $G(z)$ la $\mathcal{Z}$-trasformata della successione numerica $g(k)$. Scrivere gli enunciati dei teoremi del valore iniziale e del valore finale:

$$g(0) = g(k)|_{k=0} = \qquad\qquad\qquad\qquad \lim_{k\to\infty} g(k) =$$

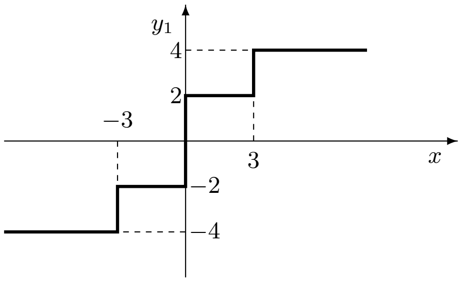
7. Per poter applicare il metodo base della funzione descrittiva ad un sistema $G(s)$ retroazionato su una non linearità $y = f(x)$

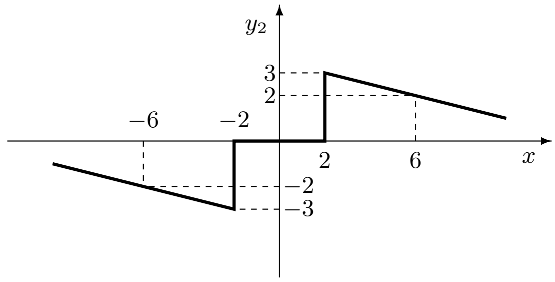
◯ il sistema $G(s)$ deve essere a fase minima

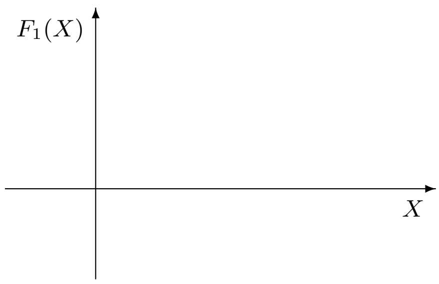
◯ la non linearità $y = f(x)$ deve essere di tipo "a settore"

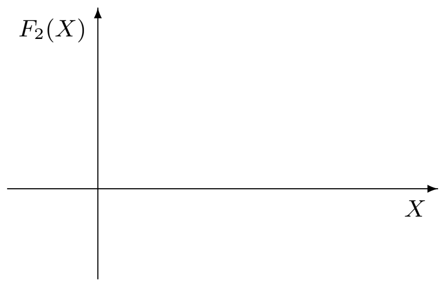
◯ la non linearità $y = f(x)$ deve essere simmetrica rispetto all'origine

8. Date le seguenti caratteristiche non lineari simmetriche rispetto all'origine, determinare "qualitativamente" gli andamenti delle corrispondenti funzioni descrittive $F_1(X)$ ed $F_2(X)$:

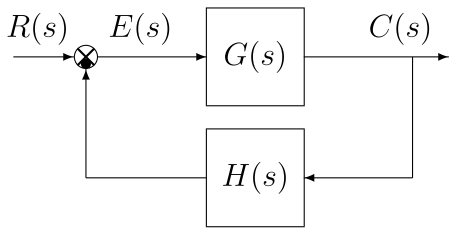



9. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere il legame che lega la variazione relativa del sistema $G(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro $\alpha$ interno alla funzione di trasferimento $G(s)$:




$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = \qquad\qquad\qquad \frac{\Delta G(s)}{G(s)}$$

10. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 3\,z^{-1}}{z + 2 + 4\,z^{-1}} \qquad \rightarrow$$

11. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un regolatore standard PID e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli nell'ipotesi di zeri reali distinti:


$$G(s) =$$