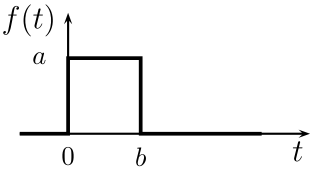
Controlli Automatici - Primo Compito
16 Novembre 2006 - Esercizi
Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

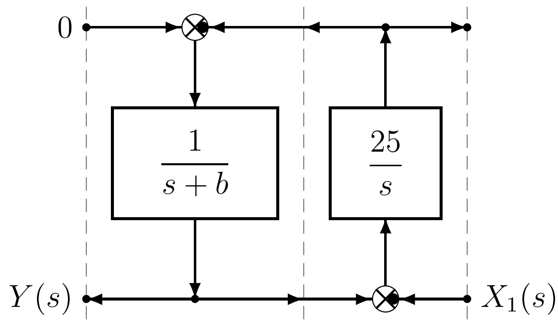
$$x_1(t) = a\,\cos(b\,t)e^{-4\,t}, \qquad x_2(t) = [3\,t^2\,e^{b\,t} + 2\sin(a\,t)],$$



b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{b}{s(s+a)}, \qquad G_2(s) = \frac{s+a+2\,b}{s+b}, \qquad G_3(s) = \frac{2\,a}{(s-b)^3}$$

c) Lo schema a blocchi riportato a fianco rappresenta un sistema dinamico del secondo ordine.



c.1) Utilizzando la formula di Mason, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s)$ che lega l'ingresso $X_1(s)$ all'uscita $Y(s)$:

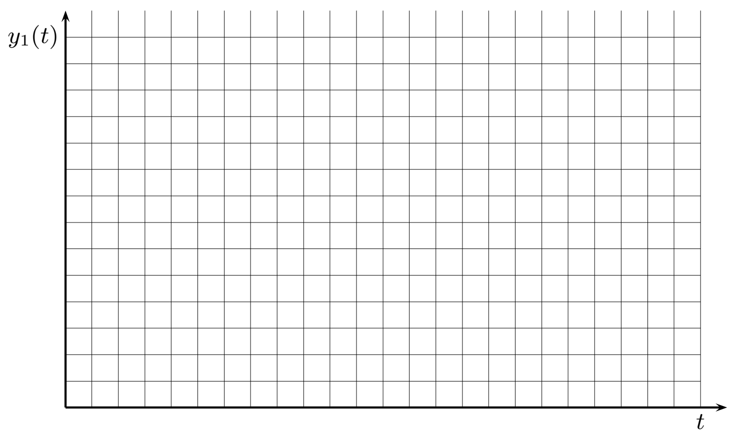
$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{X_1(s)} =$$

c.2) Relativamente alla funzione di trasferimento $G_1(s)$ calcolare: 1) la parte reale σ e 2) la parte immaginaria ω dei poli dominanti del sistema; 3) la pulsazione naturale ω_n e 4) il coefficiente di smorzamento δ dei poli dominanti del sistema; 5) il guadagno statico K_0; 6) il tempo di assestamento T_a del sistema $G_1(s)$ alla risposta al gradino:

1) $\sigma = \ldots\ldots$ 3) $\omega_n = \ldots\ldots$ 5) $K_0 = \ldots\ldots$

2) $\omega = \ldots\ldots$ 4) $\delta = \ldots\ldots$ 6) $T_a = \ldots\ldots$

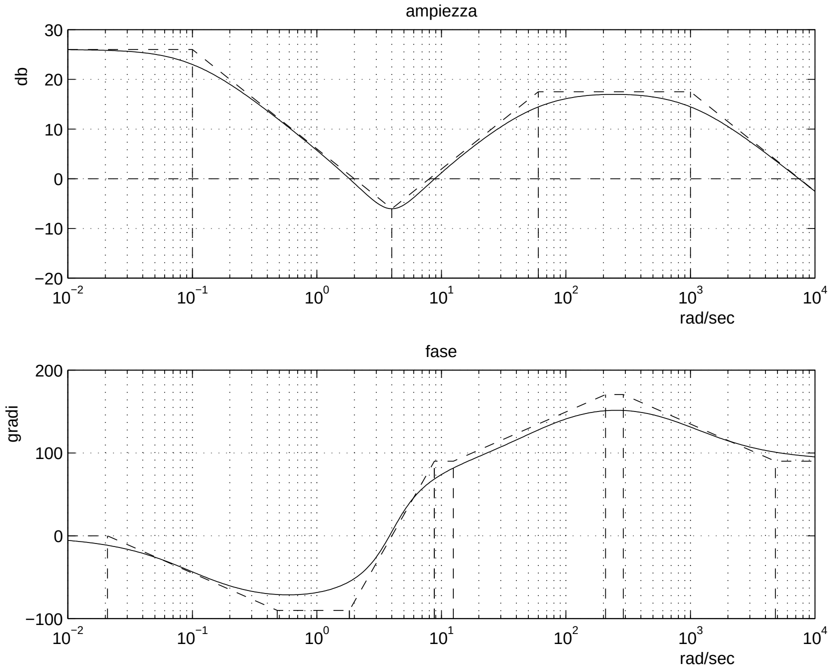
c.3) Sul disegno a quadretti riportato a fiano disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y_1(t)$ della funzione di trasferimento $G_1(s)$ al gradino in ingesso $x_1(t) = 6$.
Per quanto è possibile, disegnare l'andamento temporale in modo congruente con il valore dei parametri numerici determinati al punto c.2).



d) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$:

$$G(s) = \frac{3\,(1+5\,s)\,(s-10\,b)}{s(s^2+5\,a\,s+25)}$$

e) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:



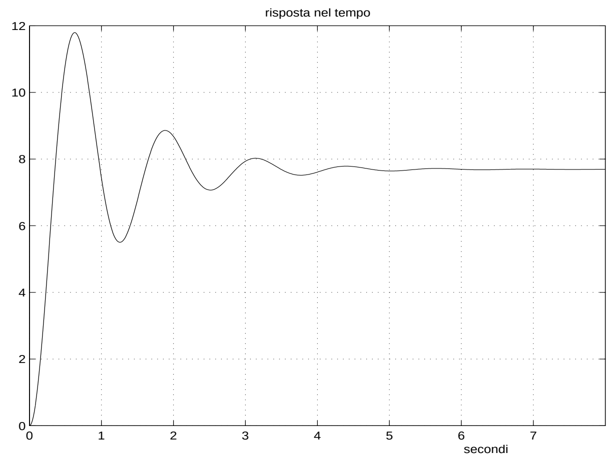
e.1) calcolare la risposta "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:
$x(t) = 2\,b + 5\,\cos(3\,a\,t)$;

e.2) ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) =$

f) L'andamento temporale riportato a fianco è la risposta al gradino del sistema:

$$G(s) = \frac{K_0}{1+\frac{2\delta\,s}{\omega_n}+\frac{s^2}{\omega_n^2}}$$



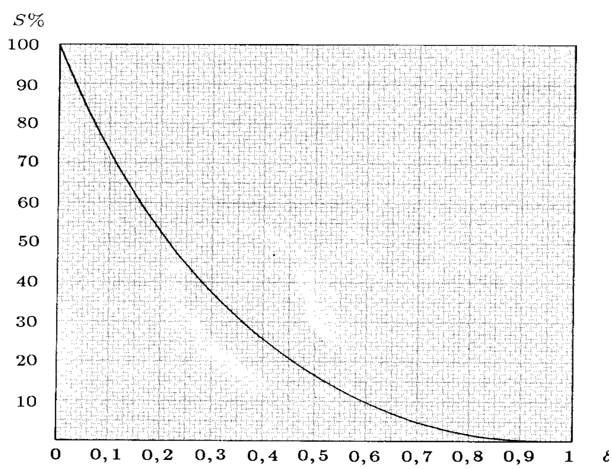
Nei limiti della precisione grafica del disegno, determinare:
f.1) la parte reale σ e la parte immaginaria ω dei poli dominanti del sistema;
f.2) la pulsazione naturale ω_n e il coefficiente di smorzamento δ dei poli dominanti del sistema;
f.3) il guadagno statico K_0 e la massima sovraelongazione $S\%$ del sistema $G_1(s)$ alla risposta al gradino:

f.1) $\sigma = \ldots\ldots$ $\qquad\omega = \ldots\ldots$

f.2) $\omega_n = \ldots\ldots$ $\qquad\delta = \ldots\ldots$

f.3) $K_0 = \ldots\ldots$ $\qquad S\% = \ldots\ldots$

Per il calcolo dei parametri avvalersi, eventualmente, del diagramma $S\% = S\%(\delta)$ riportato a fianco.



Controlli Automatici - Primo Compito
16 Novembre 2006 - Domande
Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad "a" e "b" i valori assegnati e si risponda alle domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\dddot{x}(t)+3\,\ddot{x}(t)+b\,\dot{x}(t)+x(t) = a\,\dot{u}(t)+3\,u(t) \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} =$$

2. Sia $y(t) = Y(\omega)\sin(\omega t + \varphi(\omega) + \varphi_0)$ la risposta asintotica del sistema lineare $G(s)$ all'ingresso $x(t) = X\sin(\omega t + \varphi_0)$. Dare la definizione di funzione di risposta armonica $F(\omega)$ del sistema:

$$F(\omega) =$$

3. Nella scomposizione in fratti semplici, quali sono i "modi" $g_1(t)$, $g_2(t)$ e $g_3(t)$ corrispondenti ad un polo reale in $p_1 =$ "a" con grado di molteplicità $r = 3$ (indicare in modo simbolico i coefficienti K_i non noti):

$g_1(t) =$ $\qquad\qquad$ $g_2(t) =$ $\qquad\qquad$ $g_3(t) =$

4. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{b\,s+1}{(s+a)^2(s+1)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

5. Sia $X(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $x(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della traslazione in s":

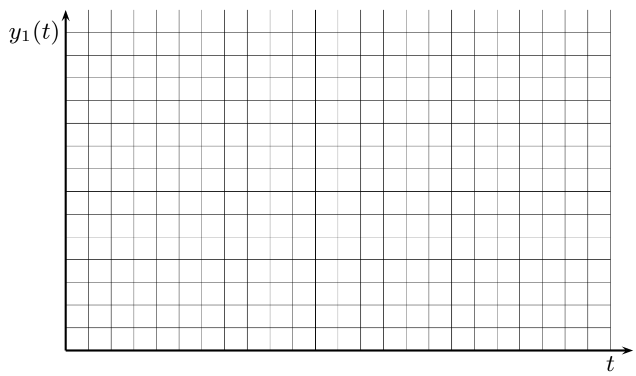
$$\mathcal{L}[x(t)\,e^{\alpha\,t}] =$$

6. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{(1+0.01\,s)(s^2+8\,s+160)}{(1+0.2\,s)(1+0.08\,s)(s^2+0.4\,s+8)}$$

Calcolare inoltre:
1) il guadagno statico K_0 del sistema;
2) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino:

$K_0 =$ $\qquad\qquad$ $T_a =$



7. Relativamente ad un sistema $G(s)$ del secondo ordine privo di zeri, fornire il legame teorico che esiste tra il picco di risonanza M_R e il coefficiente di smorzamento δ:

$$M_R =$$