

Controlli Automatici - Primo Compito

16 Novembre 2006 - Esercizi

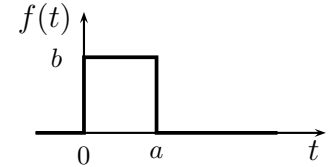
Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = [2t^2 e^{at} + 3 \sin(bt)], \quad x_2(t) = b \cos(at)e^{-5t},$$



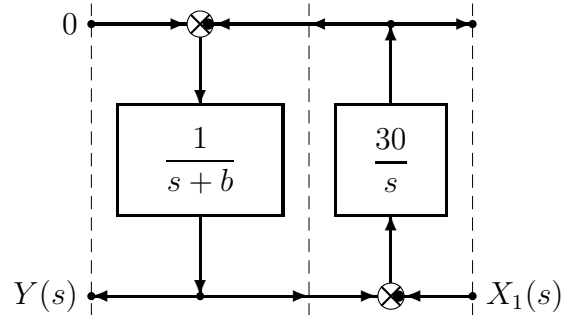
b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2b}{(s-a)^4}, \quad G_2(s) = \frac{a}{s(s+b)}, \quad G_3(s) = \frac{s+2a+b}{s+a}$$

c) Lo schema a blocchi riportato a fianco rappresenta un sistema dinamico del secondo ordine.

c.1) Utilizzando la formula di Mason, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s)$ che lega l'ingresso $X_1(s)$ all'uscita $Y(s)$:

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{X_1(s)} =$$

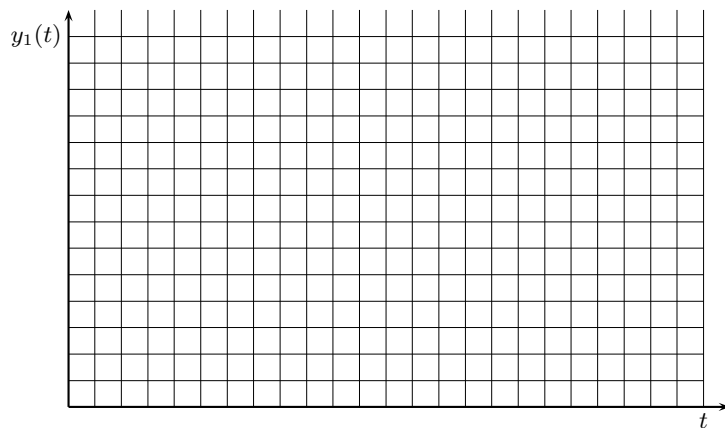


c.2) Relativamente alla funzione di trasferimento $G_1(s)$ calcolare: 1) la parte reale σ e 2) la parte immaginaria ω dei poli dominanti del sistema; 3) la pulsazione naturale ω_n e 4) il coefficiente di smorzamento δ dei poli dominanti del sistema; 5) il guadagno statico K_0 ; 6) il tempo di assestamento T_a del sistema $G_1(s)$ alla risposta al gradino:

- | | | |
|--------------------------|----------------------------|-----------------------|
| 1) $\sigma = \dots\dots$ | 3) $\omega_n = \dots\dots$ | 5) $K_0 = \dots\dots$ |
| 2) $\omega = \dots\dots$ | 4) $\delta = \dots\dots$ | 6) $T_a = \dots\dots$ |

c.3) Sul disegno a quadretti riportato a fianco disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y_1(t)$ della funzione di trasferimento $G_1(s)$ al gradino in ingresso $x_1(t) = 4$.

Per quanto è possibile, disegnare l'andamento temporale in modo congruente con il valore dei parametri numerici determinati al punto c.2).



d) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$:

$$G(s) = \frac{2(1 + 5s)(s - 10a)}{s(s^2 + 4bs + 16)}$$

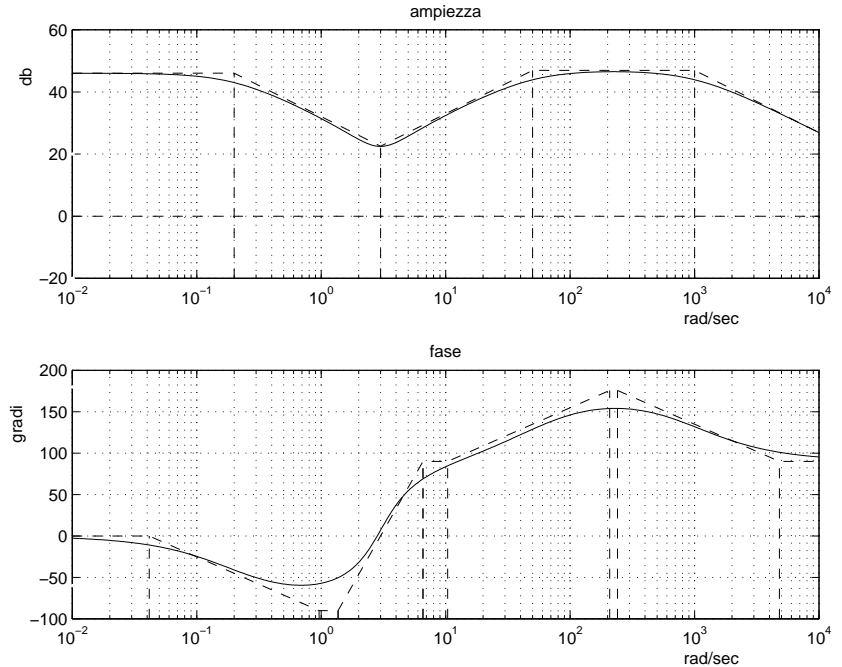
e) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

e.1) calcolare la risposta “a regime” $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 2a + 5 \cos(3bt);$$

e.2) ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ .

$$G(s) =$$



f) L'andamento temporale riportato a fianco è la risposta al gradino del sistema:

$$G(s) = \frac{K_0}{1 + \frac{2\delta s}{\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2}}$$

Nei limiti della precisione grafica del disegno, determinare:

f.1) la parte reale σ e la parte immaginaria ω dei poli dominanti del sistema;

f.2) la pulsazione naturale ω_n e il coefficiente di smorzamento δ dei poli dominanti del sistema;

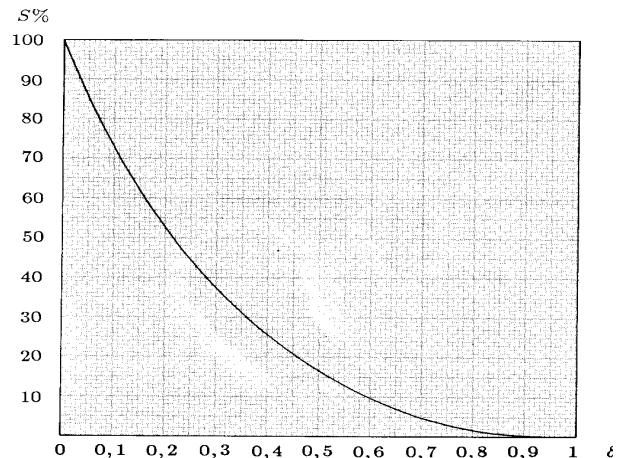
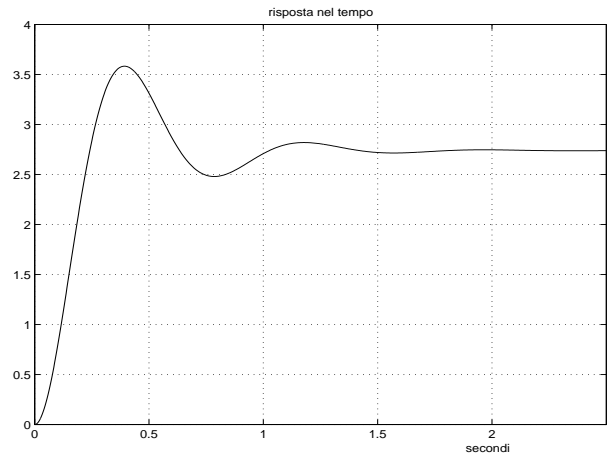
f.3) il guadagno statico K_0 e la massima sovralongazione $S\%$ del sistema $G_1(s)$ alla risposta al gradino:

f.1) $\sigma = \dots\dots$ $\omega = \dots\dots$

f.2) $\omega_n = \dots\dots$ $\delta = \dots\dots$

f.3) $K_0 = \dots\dots$ $S\% = \dots\dots$

Per il calcolo dei parametri avvalersi, eventualmente, del diagramma $S\% = S\%(\delta)$ riportato a fianco.



Controlli Automatici - Primo Compito

16 Novembre 2006 - Domande

Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad “a” e “b” i valori assegnati e si risponda alle domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + ay(t) + y(t) = b\dot{x}(t) + 5x(t) \quad \rightarrow \quad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Sia $y(t) = Y(\omega) \sin(\omega t + \varphi(\omega) + \varphi_0)$ la risposta asintotica del sistema lineare $G(s)$ all’ingresso $x(t) = X \sin(\omega t + \varphi_0)$. Dare la definizione di funzione di risposta armonica $F(\omega)$ del sistema:

$$F(\omega) =$$

3. Nella scomposizione in fratti semplici, quali sono i “modi” $g_1(t)$, $g_2(t)$ e $g_3(t)$ corrispondenti ad un polo reale in $p_1 = -b$ con grado di molteplicità $r = 3$ (indicare in modo simbolico i coefficienti K_i non noti):

$$g_1(t) = \qquad \qquad \qquad g_2(t) = \qquad \qquad \qquad g_3(t) =$$

4. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t \rightarrow 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{as + 1}{(s^2 + b^2)(s + 1)} \quad \rightarrow \quad y_0 = \qquad \qquad \qquad y_\infty =$$

5. Sia $X(s)$ la trasformata di Laplace del segnale $x(t)$. Fornire l’enunciato del “Teorema della traslazione in s”:

$$\mathcal{L}[x(t) e^{\alpha t}] =$$

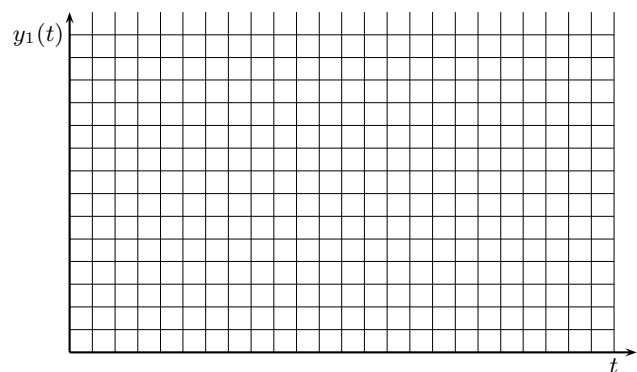
6. Disegnare l’andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{(1 + 0.01 s)(s^2 + 80 s + 6400)}{(1 + 5 s)(1 + 0.5 s)(s^2 + 4 s + 80)}$$

Calcolare inoltre:

- 1) il guadagno statico K_0 del sistema;
- 2) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino:

$$K_0 = \qquad \qquad \qquad T_a =$$



7. Relativamente ad un sistema $G(s)$ del secondo ordine privo di zeri, fornire il legame teorico che esiste tra la massima sovralongazione $S\%$ e il coefficiente di smorzamento δ :

$$S\% =$$