Controlli Automatici - Primo Compito
23 Maggio 2002 - Esercizi

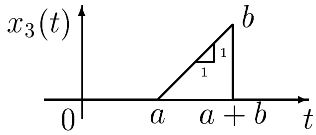
Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = 10\, e^{bt} \sin(a\, t), \qquad x_2(t) = b\, t^4\, e^{-a\, t},$$



b) Date le seguenti funzioni di trasferimento:

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(3+b)s + 60 + ab}{(s+20)(s+a)}, \qquad G_2(s) = \frac{20}{(s-a)^2 + b}, \qquad G_3(s) = \frac{5b}{(s+a)^2}$$

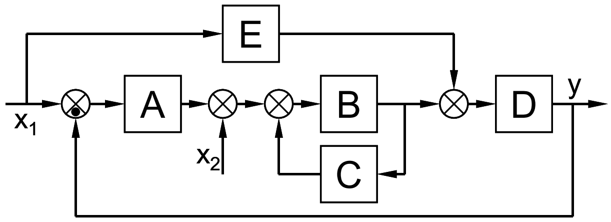
b.1) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle funzioni di trasferimento $G_i(s)$;

b.2) Calcolare, in termini di ingresso $x(t)$ e di uscita $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla funzione $G_1(s)$;

c) Relativamente allo schema a blocchi riportato in figura, calcolare le funzioni di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$:

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{X_1(s)}$$

$$G_2(s) = \frac{Y(s)}{X_2(s)}$$



d) Sia data la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{4\,(s^2 + 40s + 2500)}{s(1 + \frac{s}{a})(s + 100b)}$$

d.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$;

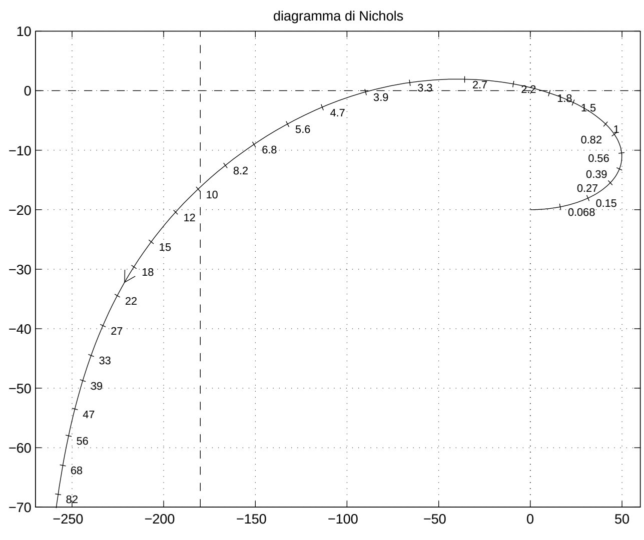
d.2) Tracciare in modo qualitativo il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$. Calcolare con precisione la posizione σ_a dell'eventuale asintoto.

e) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ il cui diagramma di Nichols é mostrato in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

e.1) calcolare la risposta "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale: $x(t) = b + 3\sin(a\, t + \pi/4)$;

e.2) calcolare, sia per $\omega \to 0^+$ che per $\omega \to \infty$, $|G(j\omega)|$ e $\arg[G(j\omega)]$;

e.3) ricavare in modo qualitativo il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$.



f) Si consideri la risposta al gradino unitario del sistema a poli dominanti $G(s)$ (ignoto) riportata sotto. Calcolare in modo approssimato:

f.1) il guadagno statico $G_0 =$ del sistema;

f.2) la massima sovraelongazione percentuale $S\% =$;

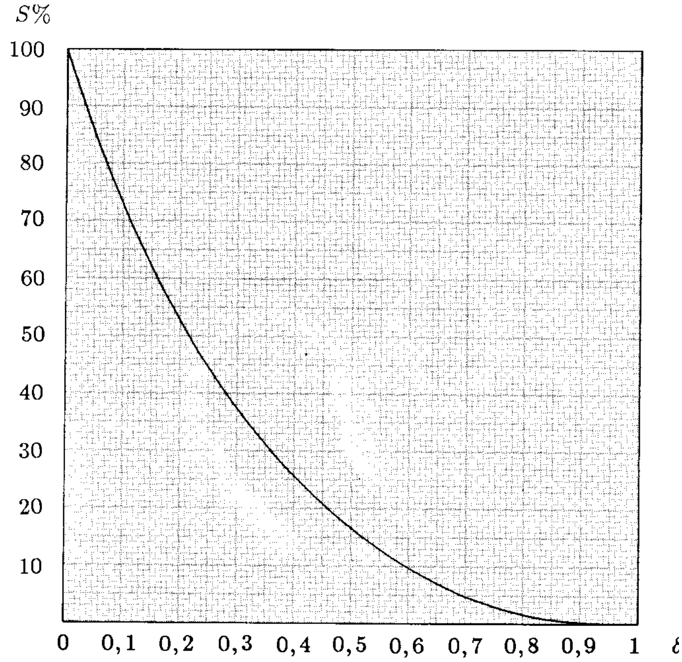
f.3) il coefficiente di smorzamento $\delta =$ (si utilizzi il grafico riportato a fianco);

f.4) la pulsazione $\omega =$ dell'oscillazione smorzata;

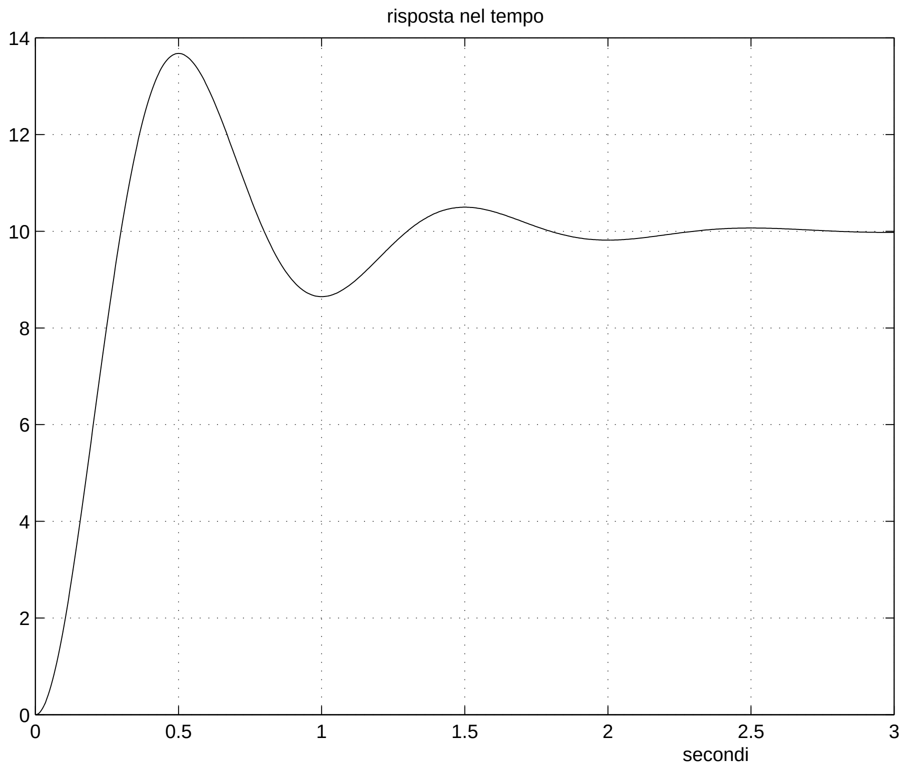
f.5) la pulsazione naturale $\omega_n =$;

f.6) il tempo di assestamento $T_a =$;

f.7) stimare la posizione dei poli dominanti $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega =$ $\pm j$ del sistema $G(s)$;



Risposta del sistema al gradino unitario:



f) Si consideri la risposta al gradino unitario del sistema a poli dominanti $G(s)$ (ignoto) riportata sotto. Calcolare in modo approssimato:

f.1) il guadagno statico $G_0 =$ del sistema;

f.2) la massima sovraelongazione percentuale $S\% =$;

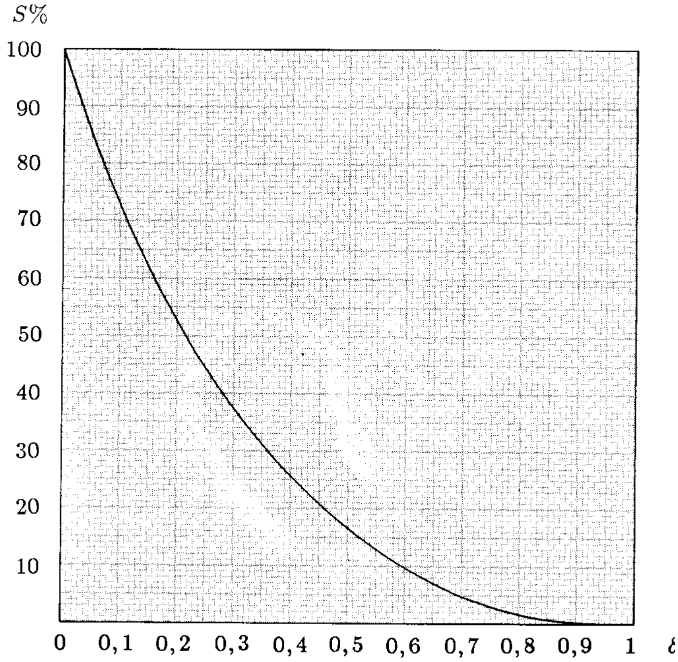
f.3) il coefficiente di smorzamento $\delta =$ (si utilizzi il grafico riportato a fianco);

f.4) la pulsazione $\omega =$ dell'oscillazione smorzata;

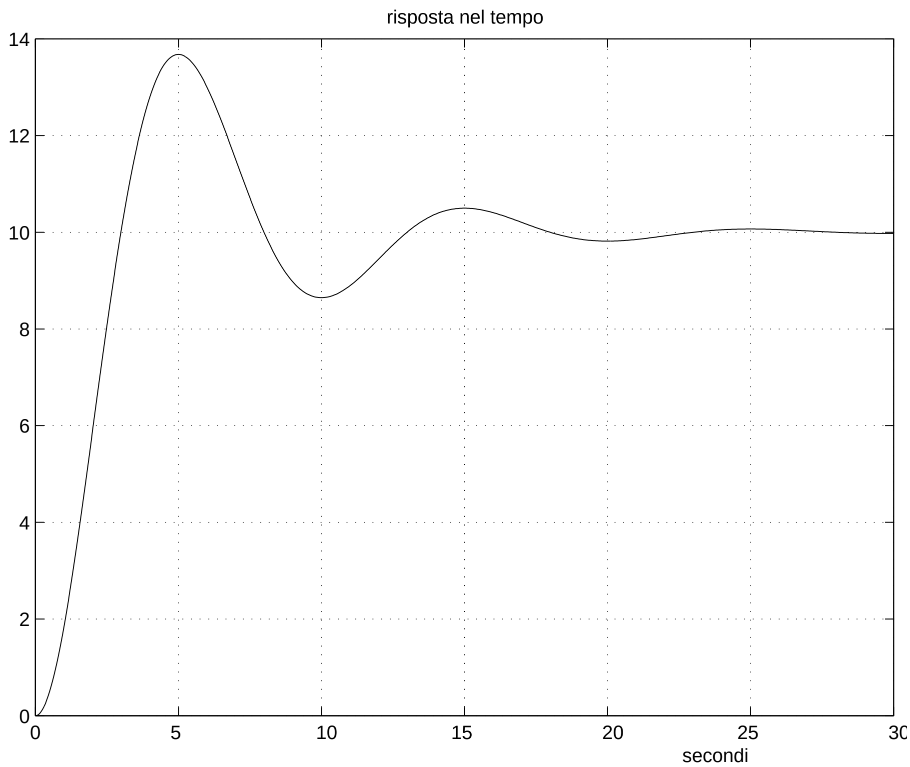
f.5) la pulsazione naturale $\omega_n =$;

f.6) il tempo di assestamento $T_a =$;

f.7) stimare la posizione dei poli dominanti $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega =$ $\pm j$ del sistema $G(s)$;



Risposta del sistema al gradino unitario:



Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Controlli Automatici - Primo Compito
23 Maggio 2002 - Domande Teoriche

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

1. L'equazione differenziale $\ddot{y}(t) = -3y^2(t) + x(t)$ (dove $x(t)$ è l'ingresso e $y(t)$ è l'uscita)

   ○ è lineare
   ⊗ è stazionaria (cioè tempo-invariante)

2. In un sistema del 2^o ordine, la distanza dei poli dall'origine (a parità di direzione) influisce sui seguenti parametri del sistema:

   ○ coefficiente di smorzamento δ
   ⊗ pulsazione naturale ω_n
   ○ massima sovraelongazione $S\%$
   ⊗ tempo di assestamento T_a

3. Il diagramma di Nyquist del sistema $G(s) = \frac{1-\tau s}{1+\tau s}$ è:

   ○ un tratto di retta orizzontale
   ○ un tratto di retta verticale
   ⊗ un tratto di circonferenza

4. In scala logaritmica naturale (relativamente alla pulsazione), la pendenza γ del diagramma di Bode delle fasi della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{1-j\tau\omega}$ nel punto $\omega = \frac{1}{\tau}$ è

   ○ $\gamma = 1$
   ⊗ $\gamma = \frac{1}{2}$
   ○ $\gamma = 4.81$

5. Nel diagramma di Nyquist del sistema $G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$, la fase iniziale per $\omega \to 0^+$

   ⊗ è positiva
   ○ è negativa

6. Il sistema dinamico $G(s) = \frac{3(s+1)}{s+3}$

   ⊗ ha un guadagno statico unitario
   ○ ha guadagno unitario alle elevate frequenze ($\omega \to \infty$)
   ⊗ ha una fase positiva per tutte le pulsazioni

7. Si ponga la funzione $\sin 2t$ in ingresso al sistema $G(s) = \frac{1}{s+1}$. A regime, l'ampiezza A della sinusoide $A\sin(2t+\varphi)$ in uscita vale

   ○ $A = 2/5$
   ○ $A = 2/\sqrt{5}$
   ⊗ $A = 1/\sqrt{5}$

8. In un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati, il tempo di assestamento T_a rimane costante al variare della posizione dei poli

   ⊗ su di una retta parallela all'asse immaginario
   ○ su di una circonferenza con centro nell'origine
   ○ su di una retta uscente dall'origine
   ○ su di un'ellisse con fuoco nell'origine

9. La massima sovraelongazione in % del sistema $G(s) = \frac{1}{1+s^2}$ in risposta ad un gradino unitario è

○ $S = 0\,\%$
○ $S = 10\,\%$
⊗ $S = 100\,\%$

10. Un sistema $G(s)$ a fase minima presenta nel diagramma asintotico di Bode delle ampiezze una pendenza di $-40\,db/decade$ quando $\omega \to \infty$. La fase φ del sistema per $\omega \to \infty$ è

○ $\varphi = -\frac{\pi}{2}$
⊗ $\varphi = -\pi$
○ $\varphi = -2\pi$

11. Per $\omega > 0$, il diagramma "reale" di Bode delle ampiezze della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\tau\omega}$ coincide con il diagramma "asintotico"

⊗ per nessun valore di ω al finito
○ in un solo punto al finito $\omega = 1/\tau$
○ per tutti i valori di ω

12. Un sistema del secondo ordine privo di zeri e caratterizzato da una coppia di poli complessi coniugati con coefficiente di smorzamento nullo ($\delta = 0$):

⊗ ha un picco di risonanza infinito $M_R \to \infty$
○ ha un picco di risonanza unitario $M_R = 1$
⊗ ha un guadagno statico finito

13. Calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\dddot{y} + 2\ddot{y} + 5\dot{y} + 4\,y = \ddot{x} + 3\,x \qquad \to \qquad G(s) = \frac{s^2+3}{s^3+2s^2+5s+4}$$

14. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione della coppia di poli complessi coniugati $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ corrispondente all'andamento temporale $g_1(t) = 8\,e^{-2t}\sin(7t+0.6)$:

$$p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = -2 \pm j7$$

15. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente ad un ritardo puro t_0:

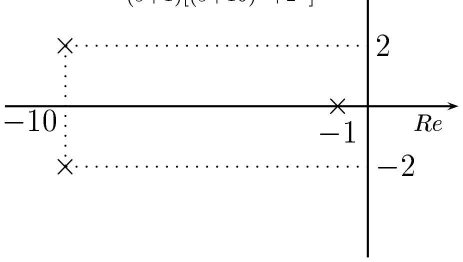
$$G(s) = e^{-t_0 s}$$

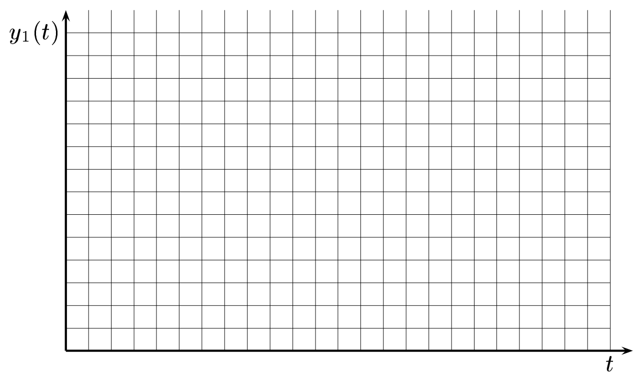
16. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+}$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty}$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{3s^2+4s+1}{s(s^2+5s+7)} \qquad \to \qquad y_0 = 3; \qquad y_\infty = \frac{1}{7};$$

17. Disegnare l'andamento qualitativo $y(t)$ della risposta al gradino unitario del sistema $G_1(s)$. Calcolare il guadagno statico $K_0 = 0.9615$ e fornire una stima del tempo di assestamento $T_a = 3$ s.

$G_1(s) = \frac{100}{(s+1)[(s+10)^2+2^2]}$





Controlli Automatici - Primo Compito
23 Maggio 2002 - Domande Teoriche

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

1. Nel diagramma di Nyquist del sistema $G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$, la fase iniziale per $\omega \to 0^+$

   ○ è negativa
   ⊗ è positiva

2. Il sistema dinamico $G(s) = \frac{3(s+1)}{s+3}$

   ⊗ ha un guadagno statico unitario
   ⊗ ha una fase positiva per tutte le pulsazioni
   ○ ha guadagno unitario alle elevate frequenze ($\omega \to \infty$)

3. Si ponga la funzione $\sin 2t$ in ingresso al sistema $G(s) = \frac{1}{s+1}$. A regime, l'ampiezza A della sinusoide $A\sin(2t+\varphi)$ in uscita vale

   ⊗ $A = 1/\sqrt{5}$
   ○ $A = 2/\sqrt{5}$
   ○ $A = 2/5$

4. In un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati, il tempo di assestamento T_a rimane costante al variare della posizione dei poli

   ○ su di una retta uscente dall'origine
   ○ su di un'ellisse con fuoco nell'origine
   ⊗ su di una retta parallela all'asse immaginario
   ○ su di una circonferenza con centro nell'origine

5. L'equazione differenziale $\ddot{y}(t) = -3y(t) + x(t)$ (dove $x(t)$ è l'ingresso e $y(t)$ è l'uscita)

   ⊗ è lineare
   ⊗ è stazionaria (cioè tempo-invariante)

6. In un sistema del 2^o ordine, la distanza dei poli dall'origine (a parità di direzione) influisce sui seguenti parametri del sistema:

   ○ coefficiente di smorzamento δ
   ○ massima sovraelongazione $S\%$
   ⊗ pulsazione naturale ω_n
   ⊗ tempo di assestamento T_a

7. Il diagramma di Nyquist del sistema $G(s) = \frac{1-\tau s}{1+\tau s}$ è:

   ⊗ un tratto di circonferenza
   ○ un tratto di retta verticale
   ○ un tratto di retta orizzontale

8. In scala logaritmica naturale (relativamente alla pulsazione), la pendenza γ del diagramma di Bode delle fasi della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{1-j\tau\omega}$ nel punto $\omega = \frac{1}{\tau}$ è

   ⊗ $\gamma = \frac{1}{2}$
   ○ $\gamma = 1$
   ○ $\gamma = 4.81$

9. Per $\omega > 0$, il diagramma "reale" di Bode delle ampiezze della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\tau\omega}$ coincide con il diagramma "asintotico"

   ○ per tutti i valori di ω

   ⊗ per nessun valore di ω al finito

   ○ in un solo punto al finito $\omega = 1/\tau$

10. Un sistema del secondo ordine privo di zeri e caratterizzato da una coppia di poli complessi coniugati con coefficiente di smorzamento nullo ($\delta = 0$):

   ⊗ ha un guadagno statico finito

   ⊗ ha un picco di risonanza infinito $M_R \to \infty$

   ○ ha un picco di risonanza unitario $M_R = 1$

11. La massima sovraelongazione in % del sistema $G(s) = \frac{1}{1+s^2}$ in risposta ad un gradino unitario è

   ○ $S = 0\,\%$

   ○ $S = 10\,\%$

   ⊗ $S = 100\,\%$

12. Un sistema $G(s)$ a fase minima presenta nel diagramma asintotico di Bode delle ampiezze una pendenza di $-40\,db/decade$ quando $\omega \to \infty$. La fase φ del sistema per $\omega \to \infty$ è

   ⊗ $\varphi = -\pi$

   ○ $\varphi = -\frac{3\pi}{2}$

   ○ $\varphi = -2\pi$

13. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente ad un ritardo puro t_0:

$$G(s) = e^{-t_0 s}$$

14. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+}$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty}$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{4s^2+5s+2}{s(s^2+6s+8)} \qquad \to \qquad y_0 = 4; \qquad y_\infty = \frac{1}{8};$$

15. Calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\dddot{y} + 3\ddot{y} + 6\dot{y} + 5\,y = \ddot{x} + 4\,x \qquad \to \qquad G(s) = \frac{s^2+4}{s^3+3s^2+6s+5}$$

16. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione della coppia di poli complessi coniugati $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ corrispondente all'andamento temporale $g_1(t) = 9\,e^{-3t}\sin(8t+0.7)$:

$$p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = -3 \pm j8$$

17. Disegnare l'andamento qualitativo $y(t)$ della risposta al gradino unitario del sistema $G_1(s)$. Calcolare il guadagno statico $K_0 = 2$ e fornire una stima del tempo di assestamento $T_a = 3$ s.

$G_1(s) = \frac{100}{(s+10)[(s+1)^2+2^2]}$