Controlli Automatici A
Compito Completo
27 Gennaio 2010 - Esercizi

Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

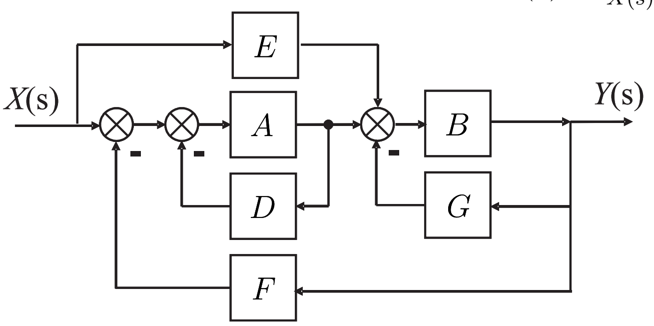
$$x_1(t) = 2\,t^{\mathbf{a}} + 5\,e^{-7\,t}\cos(\mathbf{b}\,t), \qquad\qquad x_2(t) = \mathbf{a}\,\delta(t) + 7\,t^2\,e^{-\mathbf{b}\,t}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2\,\mathbf{b}}{(s+\mathbf{a})(1+2\,s)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{s+\mathbf{b}}{s^2+\mathbf{a}^2}$$

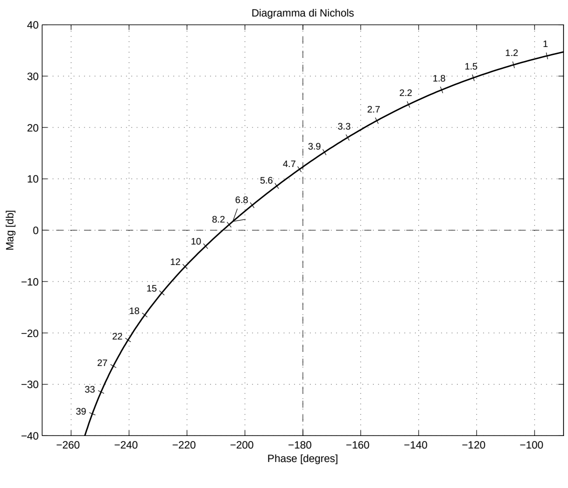
b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$

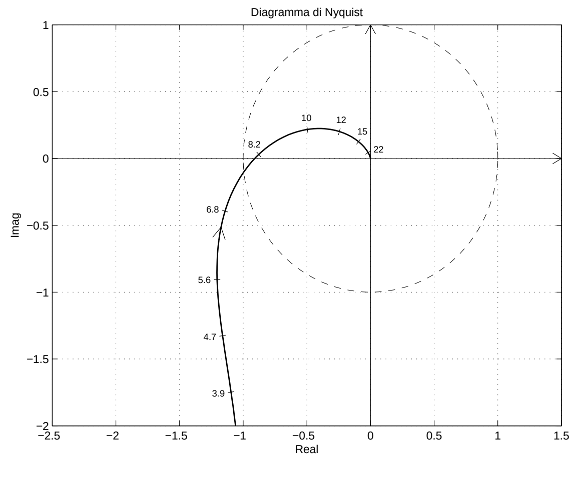


c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:
c.1) il margine di ampiezza M_a e il margine di fase M_φ del sistema;
c.2) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = (30 + 2\,\mathbf{a})$;
c.3) il guadagno K_a per cui il sistema $K_a\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_a = (2 + \mathbf{b})$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$......... $M_\varphi =$.........

c.2) $K_\varphi =$ ....

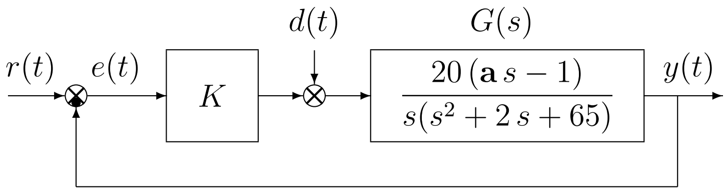
c.3) $K_a =$ ....

c.1) $M_a =$......... $M_\varphi =$.........

c.2) $K_\varphi =$ ....

c.3) $K_a =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare, in funzione di K, l'errore a regime $e_\infty(t)$ in presenza del segnale di ingresso $r(t) = 2$ e del segnale di disturbo $d(t) = 3$.

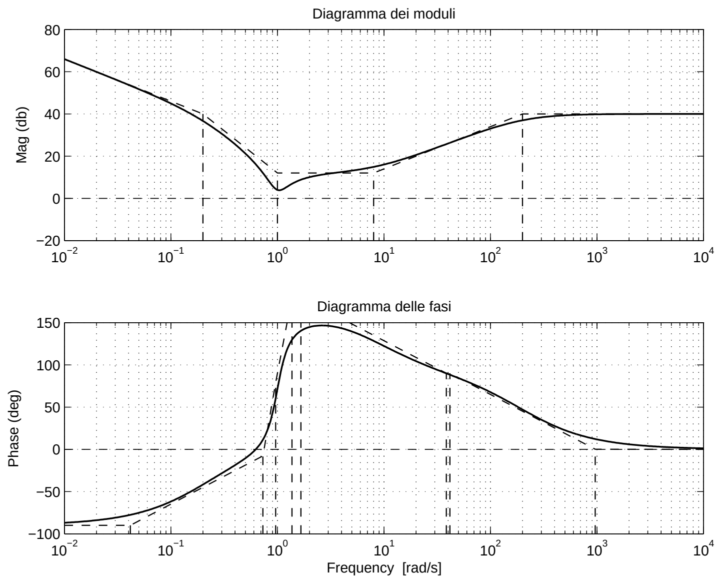
e) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

e.1) calcolare la risposta oscillatoria "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema quando in ingresso è presente il segnale:

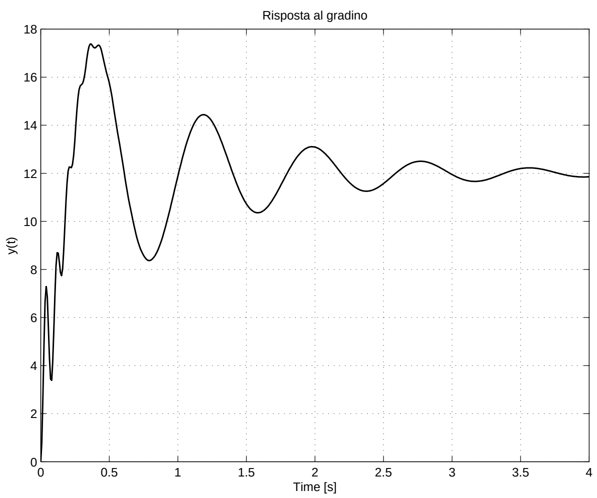
$x(t) = 6\,\sin(0.1\,\mathbf{b}\,t + \frac{\pi}{4})$.

e.2) ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) \simeq$



f) In figura è mostrata la risposta $y(t)$ al gradino $x(t) = X_0 = 4$ di un sistema dinamico $G(s)$ caratterizzato solamente da 2 poli stabili. Determinare:



1) I poli dominanti del sistema:

$p_{1,2} =$

2) Il guadagno statico del sistema:

$G_0 =$

3) La pulsazione naturale ω_n:

$\omega_n =$

4) La massima sovraelongazione $S\%$:

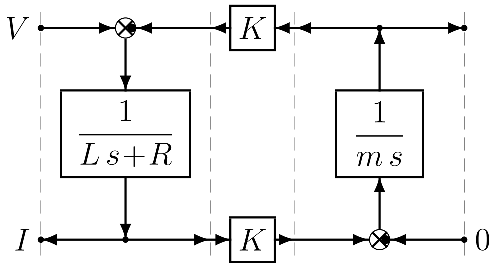
$S\% =$

Controlli Automatici - Primo Compito
27 Gennaio 2010 - Domande
Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad "a" e "b" i valori assegnati e si risponda alle domande.

1. Dato il seguente schema a blocchi, calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso V all'uscita I e scrivere la corrispondente equazione differenziale che lega i segnali $V(t)$ e $I(t)$:



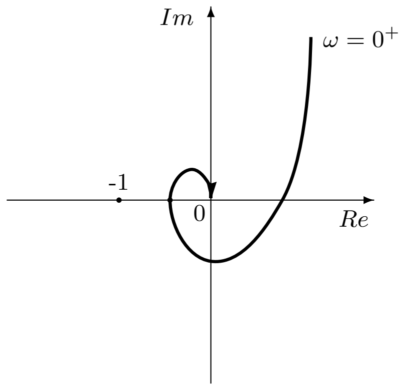
$$G(s) = \frac{I(s)}{V(s)} =$$

......

2. Dato il seguente diagramma di Nyquist di una funzione $G(s)$ con 1 polo nell'origine e tutti gli altri a parte reale negativa, disegnate il diagramma polare completo.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

- ◯ $(K > 0,\ |K| >> 1)$;
- ◯ $(K > 0,\ |K| << 1)$;
- ◯ $(K < 0,\ |K| << 1)$;
- ◯ $(K < 0,\ |K| >> 1)$;



3. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{10\,(2\,s^2+3)}{s(s+1)(2\,s+\mathbf{a})} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

4. Sia $X(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $x(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della derivata":

$$\mathcal{L}[\dot{x}(t)] =$$

5. Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli mostrato in figura.

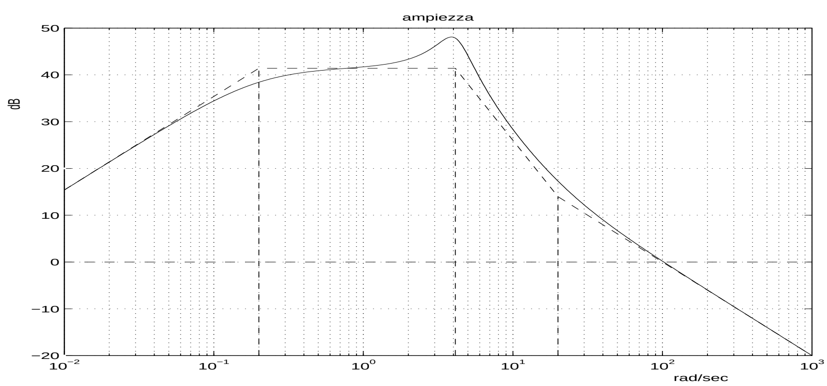
Sapendo che il sistema è a fase minime, stimare "indicativamente" la fase del sistema in corrispondenza delle seguenti pulsazioni:

$\omega_1 = 0.02 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \simeq \ldots\ldots$

$\omega_2 = 1 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \simeq \ldots\ldots$

$\omega_3 = 4 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 \simeq \ldots\ldots$

$\omega_4 = 100 \quad \rightarrow \quad \varphi_4 \simeq \ldots\ldots$

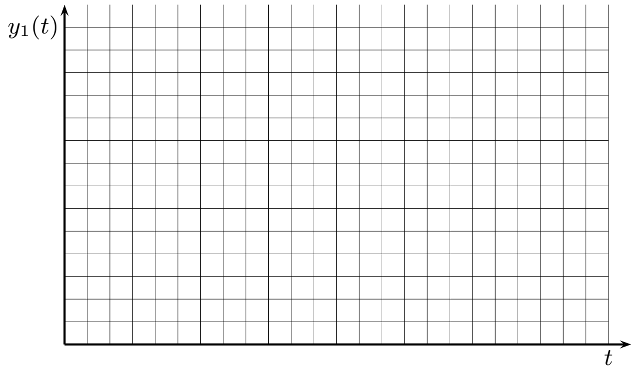


6. Nella determinazione degli errori a regime, il *principio del modello interno* afferma che: *affinché sia neutralizzato (con errore a regime nullo) un modo $r(t)$ in ingresso corrispondente ad un polo nell'origine di ordine h, occorre che ...*

7. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{(2 + 0.04\,s)(s^2 + 90\,s + 8100)}{(1 + 0.04\,s)(s^2 + 0.4\,s + 8)(3 + 0.2\,s)}$$

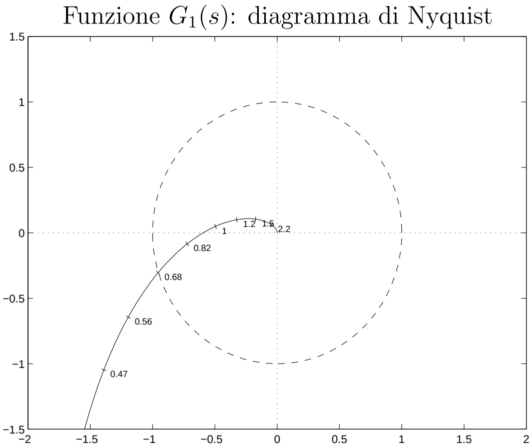
Calcolare inoltre:
1) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
2) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
3) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:



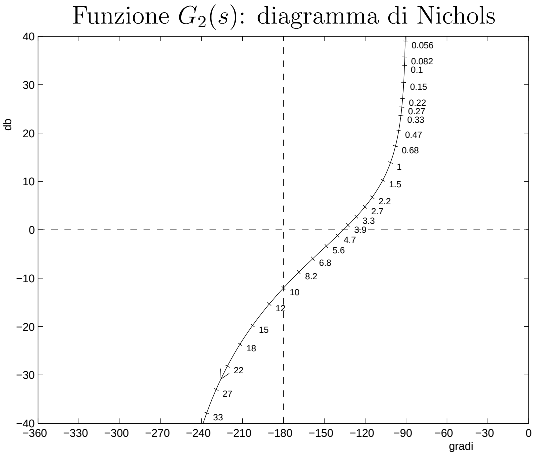
$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$

8. Fornire una stima della larghezza di banda ω_{f0} e del tempo di salita t_r dei due sistemi retroazionati corrispondenti ai seguenti diagrammi di Nyquist $G_1(s)$ e di Nichols $G_2(s)$:

Funzione $G_1(s)$: diagramma di Nyquist



Funzione $G_2(s)$: diagramma di Nichols



$\omega_{f0,1} \simeq$ $\qquad$ $t_{r1} \simeq$ $\qquad$ $\omega_{f0,2} \simeq$ $\qquad$ $t_{r2} \simeq$

9. Un sistema del secondo ordine privo di zeri e caratterizzato da una coppia di poli complessi coniugati con coefficiente di smorzamento nullo ($\delta = 0$):

- ◯ ha un guadagno statico finito
- ◯ ha un picco di risonanza infinito $M_R \to \infty$
- ◯ ha un picco di risonanza unitario $M_R = 1$
- ◯ ha una massima sovraelongazione $S = 100\,\%$

10. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(\mathbf{a} - s)}{s(1 + \mathbf{b}\,s)^2}\, e^{-2\,t_0 s} \qquad \rightarrow \qquad \left\{ \begin{array}{l} M(\omega) = \\ \\ \varphi(\omega) = \end{array} \right.$$