Controlli Automatici A
Compito Completo
22 Dicembre 2008 - Esercizi

Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

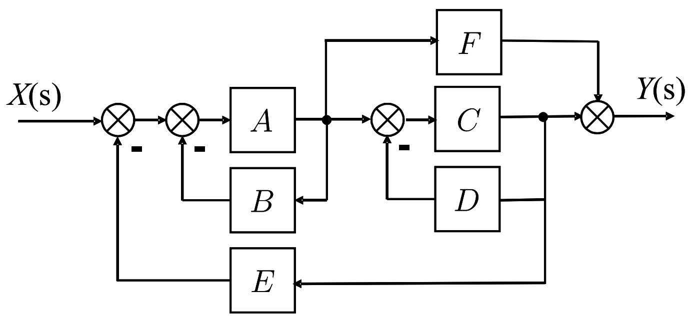
$$x_1(t) = 3\,t^4 + e^{-a\,t}\sin(b\,t), \qquad x_2(t) = b\,t\,e^{at} + a\,\cos(2\,t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

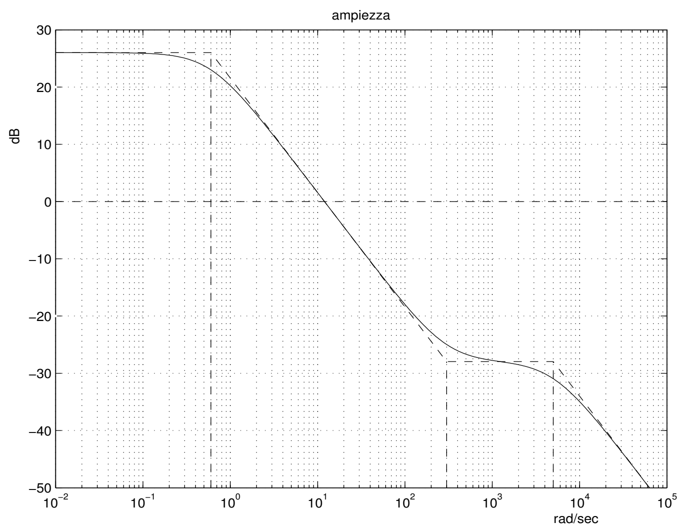
$$G_1(s) = \frac{s+9}{s+b}, \qquad G_2(s) = \frac{3}{s(1+a\,s)}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi riportato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s)$:

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \ldots$$



c) In figura è mostrato il diagramma di Bode dei moduli di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione del grafico, calcolare:



c.1) il guadagno statico del sistema $G(s)$:

$$G(0) = \ldots\ldots$$

c.2) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino del sistema $G(s)$:

$$T_a \simeq \ldots\ldots$$

c.3) la larghezza di banda ω_f del sistema $G(s)$:

$$\omega_f \simeq \ldots\ldots$$

c.4) la larghezza di banda ω_{f0} del sistema retroazionato $G_0(s) = G(s)/(1+G(s))$:

$$\omega_{f0} \simeq \ldots\ldots$$

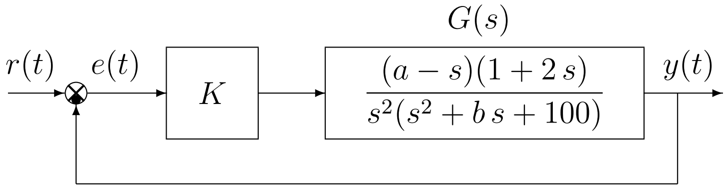
c.5) l'errore a regime e_p del sistema $G(s)$ retroazionato per ingresso a gradino unitario:

$$e_p \simeq \ldots\ldots$$

c.6) la fase del sistema $G(s)$ in corrispondenza della pulsazione $\omega = 0.6$:

$$\varphi \simeq \ldots\ldots$$

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.2) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

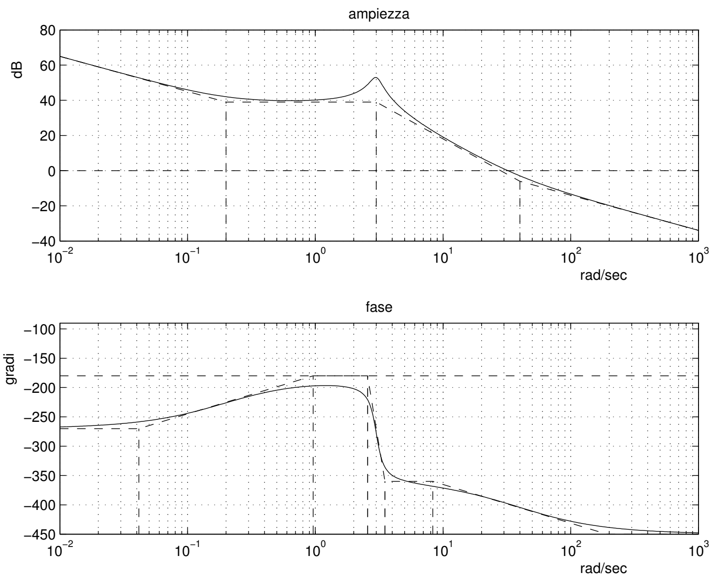
d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

e) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

e.1) calcolare la risposta "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale: $x(t) = b\,\sin(5\,a\,t + \frac{\pi}{4})$;

e.2) ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) \simeq$



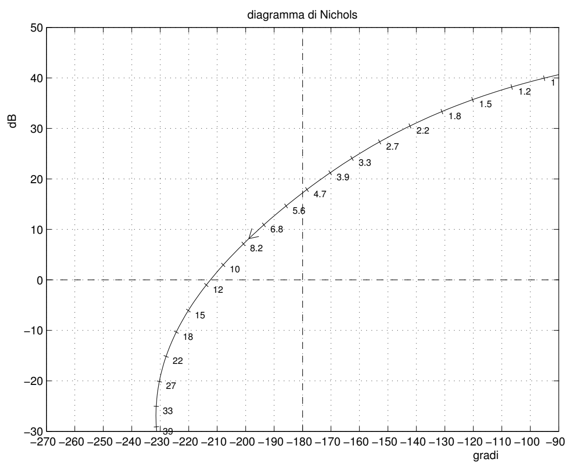
f) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

f.1) il margine di ampiezza M_a e il margine di fase M_φ del sistema;

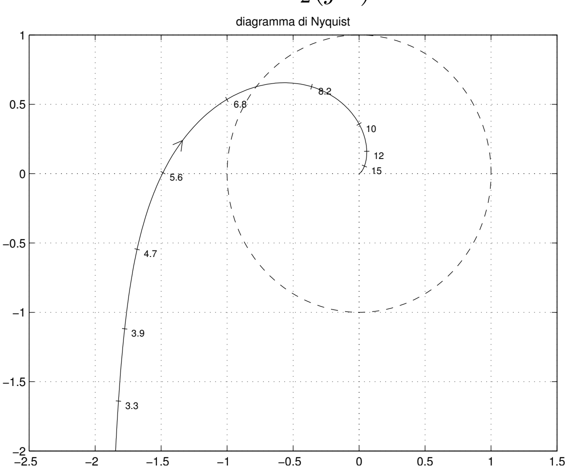
f.2) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = (35 + 2\,b)$;

f.3) il guadagno K_a per cui il sistema $K_a\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_a = (1 + b)$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



G_1:

f.1) $M_a =$......... $M_\varphi =$.........

f.2) $K_\varphi =$ ....

f.3) $K_a =$ ....

G_2:

f.1) $M_a =$......... $M_\varphi =$.........

f.2) $K_\varphi =$ ....

f.3) $K_a =$ ....

Controlli Automatici - Primo Compito
22 Dicembre 2008 - Domande
Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad "a" e "b" i valori assegnati e si risponda alle domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente l'equazione differenziale:

$$\dddot{y} + \ddot{y} + b\,\dot{y} + 4\,y = \ddot{x} + 2\,\dot{x} + 4\,x \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

Dire se il sistema dinamico $G(s)$ è: ◯ stabile ; ◯ instabile.

2. Calcolare la posizione σ_a dell'asintoto verticale del diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s+2)(b\,s+4)}{s(3\,s^2+2\,s+4)} \qquad \rightarrow \qquad \sigma_a =$$

3. Completare la seguente formulazione del criterio di Nyquist (quella valida anche per sistemi instabili ad anello aperto).

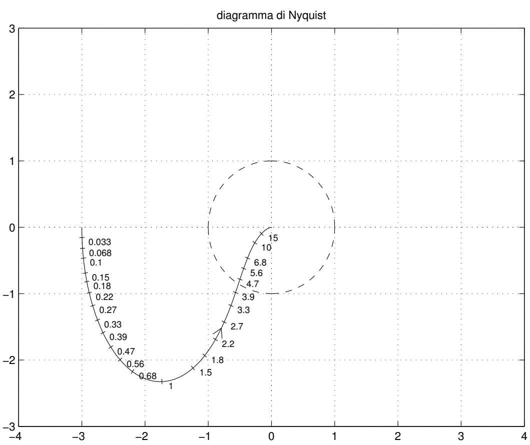
Criterio di Nyquist. *Nell'ipotesi che la funzione guadagno di anello $F(s)$...*

condizione ◯ *solo necessaria* ◯ *solo sufficiente* ◯ *necessaria e sufficiente*

affinché il sistema in retroazione sia asintoticamente stabile è che: ...

4. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{50(s+0.6)}{(s-1)(s+1)(s+10)}$.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:



◯ ($K < 0$, $|K| >> 1$);
◯ ($K < 0$, $|K| << 1$);
◯ ($K > 0$, $|K| << 1$);
◯ ($K > 0$, $|K| >> 1$);

Calcolare il valore limite K^*:

$$K^* = \ldots$$

5. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:

$r(t) = 2$, $e(t)$, $\frac{5(s+a)}{(b+s)^2}$, $y(t)$ — $e(\infty) =$

$r(t) = 3\,t$, $e(t)$, $\frac{a^2}{s(s+b)}$, $y(t)$ — $e(\infty) =$

$r(t) = 3\,t^2$, $e(t)$, $\frac{s+b}{s(a\,s+1)}$, $y(t)$ — $e(\infty) =$

6. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $\ddot{y}(t) + b^2\, y(t) = 0$ partendo dalle condizioni iniziali $y(0) = 1$ e $\dot{y}(0) = 0$. Si ricorda che vale la regola: $\mathcal{L}[\ddot{f}(t)] = s^2 F(s) - f(0)\, s - \dot{f}(0)$.

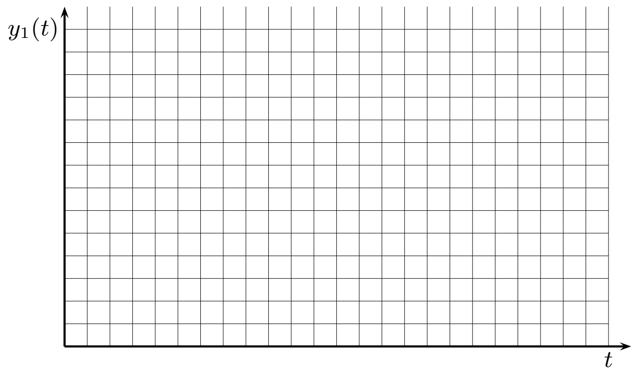
$$y(t) = \qquad\qquad\qquad\qquad , \qquad\qquad\qquad t > 0$$

7. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{60(5 + 0.1\, s)(s^2 + 50\, s + 2000)}{(10 + 0.2\, s)(30 + 0.6\, s)(s^2 + 0.3\, s + 10)(s^2 + 20\, s + 1000)}$$

Calcolare inoltre:
1) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
2) il tempo di assestamento T_a della risposta impulsiva $y_1(t)$;
3) il periodo T dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

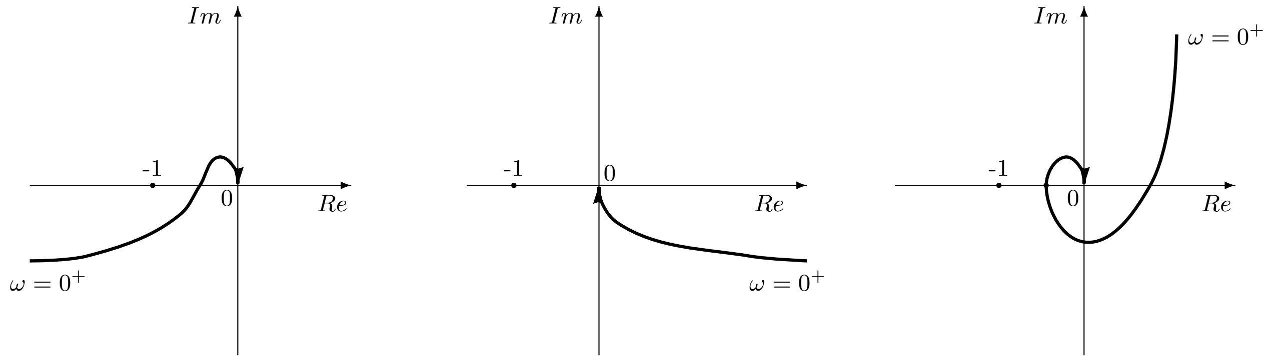
$y_\infty =$ $\qquad\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad\qquad$ $T \simeq$



8. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t \to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{5\,(a\, s - b)(s + 1)}{s(s + 2)(2\, s + 50)} \qquad \to \qquad y_0 = \qquad\qquad\qquad y_\infty =$$

9. Chiudere all'infinito i seguenti diagrammi di Nyquist. Nota: tutti i diagrammi di Nyquist fanno riferimento a sistemi con tutti i poli a parte reale negativa eccezion fatta per un polo semplice o doppio nell'origine.



10. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione della coppia di poli complessi coniugati $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ corrispondente all'andamento temporale $g_1(t) = 2\, e^{-5\, t} \sin(4\, t + 0.7)$:

$$p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = \qquad\quad \pm j$$

11. Sia $y(t) = Y(\omega) \sin(\omega t + \varphi(\omega) + \varphi_0)$ la risposta asintotica di un sistema lineare stabile all'ingresso sinusoidale $x(t) = X \sin(\omega t + \varphi_0)$. Fornire la "definizione" di funzione di risposta armonica $F(\omega)$:

$$F(\omega) = \ldots$$

12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(s + b)}{s^2}\, e^{-3\, t_0 s} \qquad \to \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$