Controlli Automatici A
Compito Completo
10 Dicembre 2008 - Esercizi

Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = [a\,t^3 + \sin(2\,t)]\,e^{-b\,t}, \qquad x_2(t) = (b + e^{at})\cos(3\,a\,t)$$

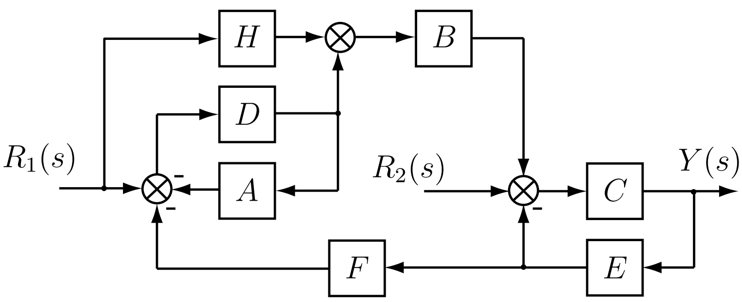
a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2\,b}{(s+a)(1+2\,s)}, \qquad G_2(s) = \left[\frac{3\,b}{(s+a)^2} + 4\right]\frac{1}{(s+a)^2}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi riportato in figura, calcolare le funzioni di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$:

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{R_1(s)} = \ldots$$

$$G_2(s) = \frac{Y(s)}{R_2(s)} = \ldots$$



c) In figura è mostrato il diagramma di Bode dei moduli di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione del grafico:

c.1) determinare la posizione dei poli dominanti del sistema:

$$p_{1,2} \simeq \ldots\ldots + j\ \ldots\ldots$$

c.2) calcolare il guadagno statico $G(0)$ del sistema:

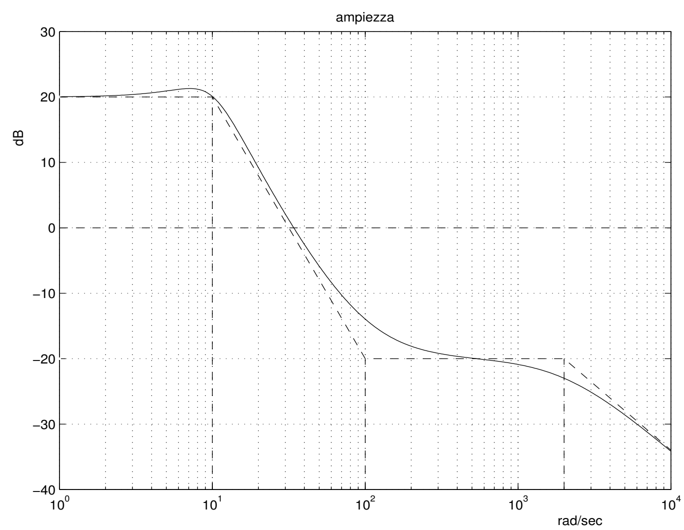
$$G(0) = \ldots\ldots$$

c.3) calcolare il tempo di assestamento T_a del sistema:

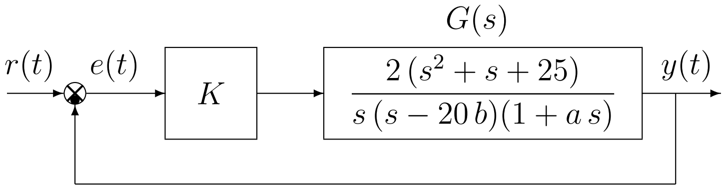
$$T_a \simeq \ldots\ldots$$

c.4) calcolare il periodo T dell'eventuale oscillazione smorzata:

$$T \simeq \ldots\ldots$$



d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.2) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

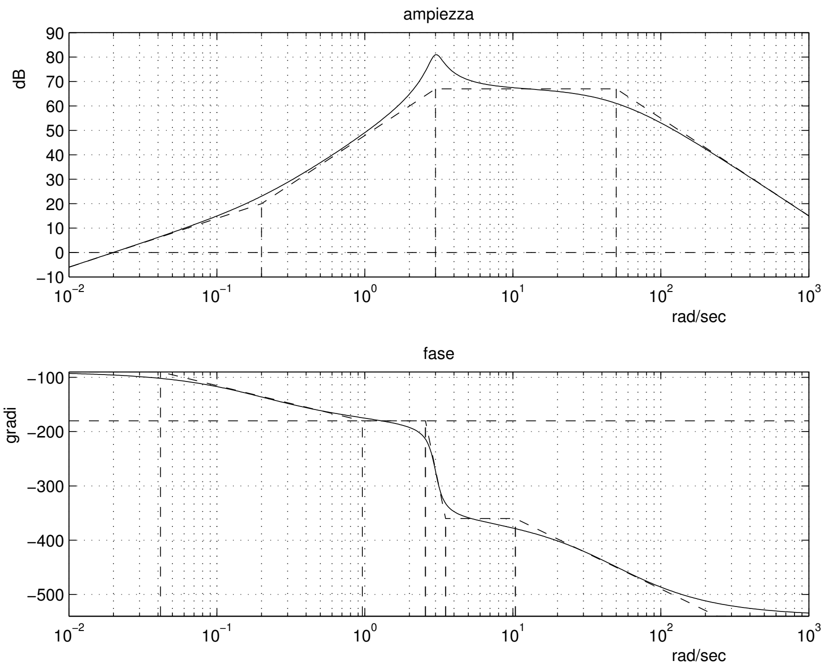
d.4) Calcolare per quali valori del parametro $K > 0$ l'errore a regime del sistema retroazionato per ingresso a rampa $r(t) = 5\,t$ soddisfa la relazione: $|e_v| < 0.1$.

e) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

e.1) calcolare la risposta "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale: $x(t) = a\,\cos(0.1\,b\,t + \frac{\pi}{6})$;

e.2) ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) \simeq$



f) Si faccia riferimento alla risposta al gradino unitario mostrata in figura. Sapendo che il sistema $G(s)$ che genera il grafico ha 3 poli con la stessa parte reale, nei limiti della precisione del grafico:

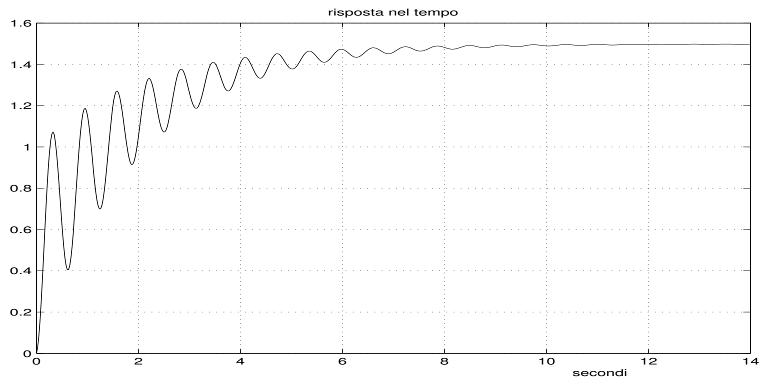
f.1) determinare la posizione dei 3 poli del sistema $G(s)$:

$$p_{1,2} \simeq \ldots\ldots + j\ \ldots\ldots$$

$$p_3 \simeq \ldots\ldots$$

f.2) calcolare il guadagno statico del sistema $G(s)$:

$$G(0) = \ldots\ldots$$



Controlli Automatici - Primo Compito
10 Dicembre 2008 - Domande

Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad "a" e "b" i valori assegnati e si risponda alle domande.

1. Scrivere in ambito trasformato la soluzione $Y(s)$ della seguente equazione differenziale in funzione delle trasformate di Laplace $X_1(s)$ e $X_2(s)$ delle due funzioni di ingresso $x_1(t)$ e $x_2(t)$ e considerando condizioni iniziali nulle:

$$\ddot{y}(t)+a\,\dot{y}(t)+2\,y(t) = 3\,\dot{x}_1(t)+b\,x_1(t)+4\,x_2(t) \quad \rightarrow \quad Y(s) = \qquad\qquad X_1(s)+ \qquad\qquad X_2(s)$$

2. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $f(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della traslazione in s":

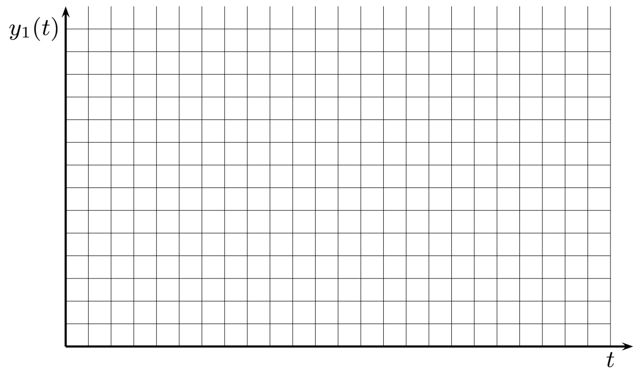
$$\mathcal{L}[e^{-a\,t}f(t)] =$$

3. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta impulsiva del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{(3+0.2\,s)(s^2+60\,s+1800)}{s(2+8\,s)(8+0.2\,s)(s^2+8\,s+80)}$$

Calcolare inoltre:
1) il valore a regime y_∞ della risposta impulsiva per $t \rightarrow \infty$;
2) il tempo di assestamento T_a della risposta impulsiva $y_1(t)$;
3) il periodo T dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

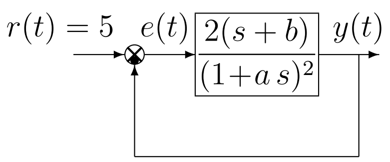
$K_0 =$ $\qquad T_a \simeq$ $\qquad T \simeq$



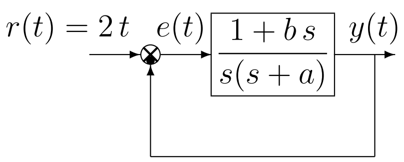
4. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $\ddot{y}(t) + 2\,a\,\dot{y}(t) + a^2\,y(t) = 0$ partendo dalle condizioni iniziali $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = b$. Si ricorda che vale la regola: $\mathcal{L}[\ddot{f}(t)] = s^2F(s) - f(0)\,s - \dot{f}(0)$.

$$y(t) = \qquad\qquad\qquad , \qquad\qquad t > 0$$

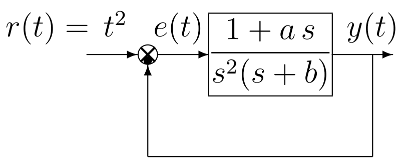
5. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



$e(\infty) =$

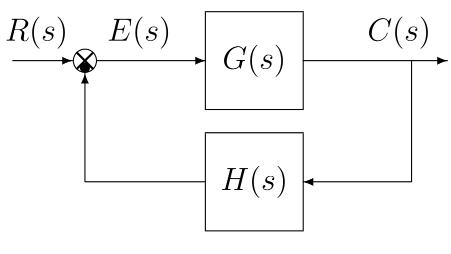


$e(\infty) =$



$e(\infty) =$

6. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere il legame che lega la variazione relativa del sistema $G(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro α interno alla funzione di trasferimento $G(s)$:



$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = \qquad\qquad\qquad \frac{\Delta G(s)}{G(s)}$$

7. Sui piani di Nichols e di Nyquist riportati sotto disegnare l'andamento qualitativo della funzione di risposta armonica di una funzione $G(s)$ avente le seguenti caratteristiche:

1) Un guadagno statico $G(0) = 2 + a/2$;
2) Un margine di fase pari a $M_\varphi = (40 + 3\,a)$;
3) Un margine di ampiezza pari a $M_\alpha = (1+b)$;
4) Una fase finale per $\omega \to \infty$ pari a $\varphi_\infty = -\frac{3}{2}\pi$;

Diagramma di Nichols

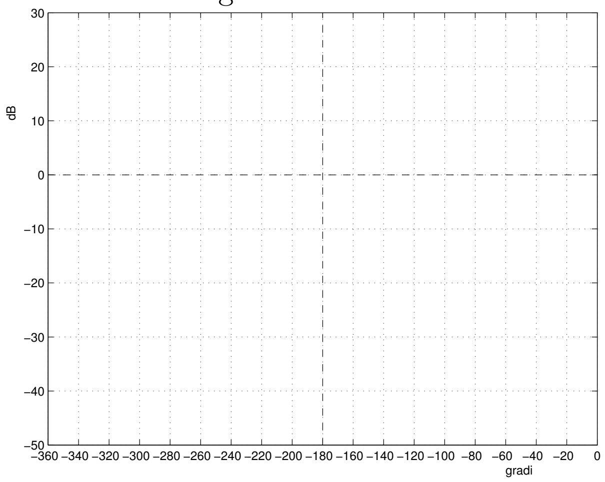
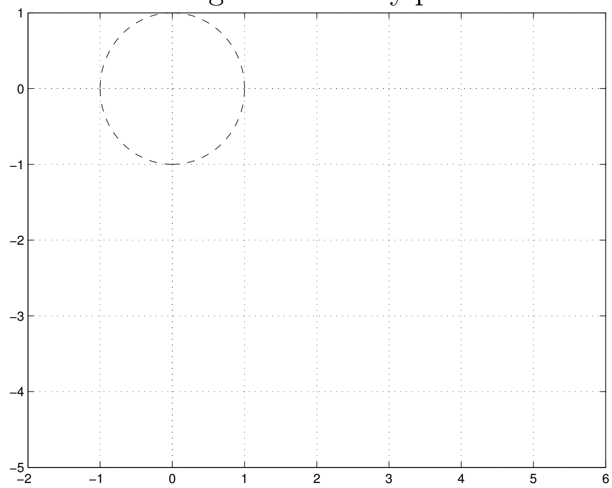


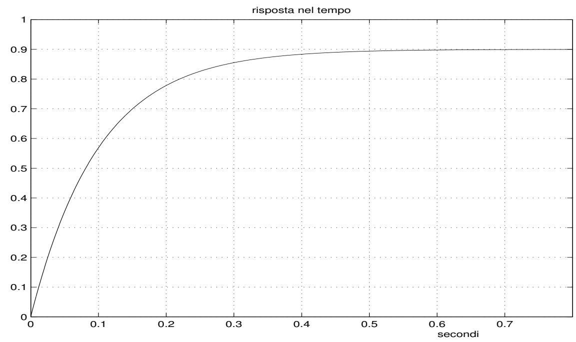
Diagramma di Nyquist



8. Quella riportata a fianco é la risposta $y(t)$ del sistema retroazionato $G_0(s)$:

$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

ad un gradino unitario posto in ingresso. Da tale risposta al gradino é possibile ricavare una stima dei seguenti parametri.



a) Guadagno statico del sistema $G(s)$:

- ○ $G(0) \simeq 0.09$
- ○ $G(0) \simeq 0.9$
- ○ $G(0) \simeq 9$
- ○ $G(0) \simeq 90$

b) Larghezza di banda del sistema $G_0(s)$:

- ○ $\omega_{f0} \simeq 0.5$
- ○ $\omega_{f0} \simeq 5$
- ○ $\omega_{f0} \simeq 50$
- ○ $\omega_{f0} \simeq 500$

9. Nella scomposizione in fratti semplici, quali sono gli andamento temporale $g_1(t)$ e $g_2(t)$ corrispondenti ad una coppia di poli complessi coniugati posizionati in $p_{1,2} = -$"b" $\pm\, j$"a" con grado di molteplicità $r = 2$ (indicare in modo simbolico i parametri non noti M_i e φ_i):

$g_1(t) =$ $\qquad\qquad\qquad$ $g_2(t) =$

10. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine caratterizzato da un guadagno statico pari ad "b", un coefficiente di smorzamento $\delta = 0.4$ e una pulsazione naturale ω_n pari a "a":

$$G(s) =$$

11. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{s\, e^{-3\,t_0 s}}{(s+1)^2} \qquad \to \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$