Controlli Automatici A
Compito Completo
9 Novembre 2009 - Esercizi

Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

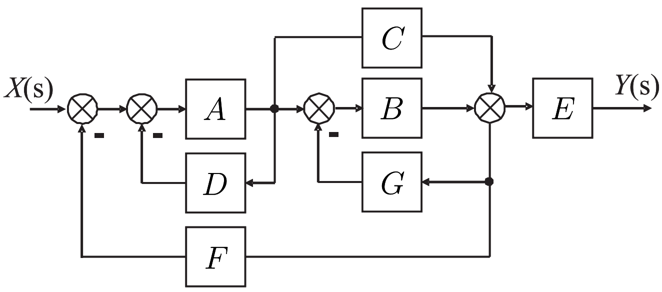
$$x_1(t) = 2\,\delta(t) + 3\,e^{(b\,t-2)}\sin(a\,t), \qquad x_2(t) = a\,t^3\,e^{-bt} + b\,\cos(3\,a\,t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2\,s^2+10}{s(s+a)}, \qquad G_2(s) = \frac{3}{s}\,e^{-a\,s} + \frac{2\,a}{(s+b)^2+2^2}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi riportato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$



c) In figura è mostrato il diagramma di Bode dei moduli di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione del grafico, calcolare:

c.1) il guadagno statico del sistema $G(s)$:

$$G(0) = \ldots\ldots$$

c.2) la posizione $p_{1,2}$ dei poli dominanti del sistema $G(s)$:

$$p_{1,2} \simeq \ldots\ldots \pm j\ \ldots\ldots$$

c.3) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino del sistema $G(s)$:

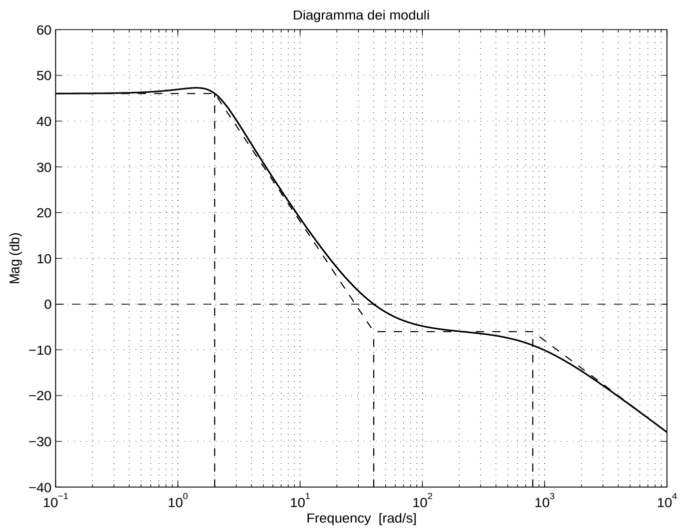
$$T_a \simeq \ldots\ldots$$

c.4) la larghezza di banda ω_f del sistema $G(s)$:

$$\omega_f \simeq \ldots\ldots$$

c.5) la larghezza di banda ω_{f0} del sistema retroazionato $G_0(s) = G(s)/(1+G(s))$:

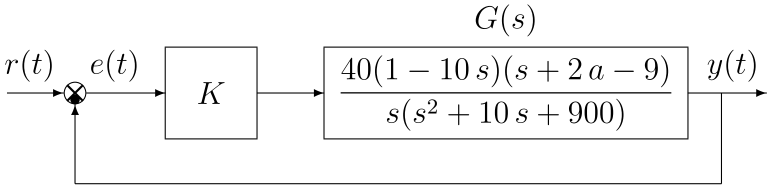
$$\omega_{f0} \simeq \ldots\ldots$$



c.6) l'errore a regime e_p del sistema $G(s)$ retroazionato per ingresso a gradino unitario:

$$e_p \simeq \ldots\ldots$$

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

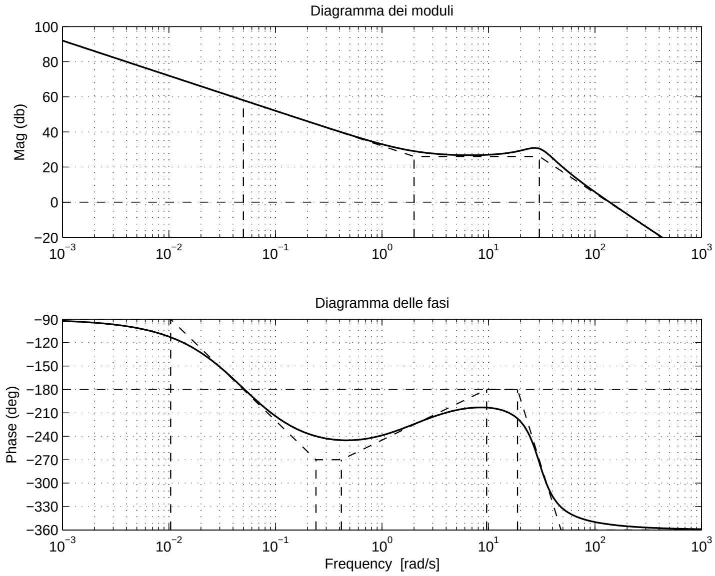
e) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

e.1) calcolare la risposta oscillatoria "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema quando in ingresso è presente il segnale:

$x(t) = b\,\cos(0.01\,a\,t - \frac{\pi}{4})$;

e.2) ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) \simeq$



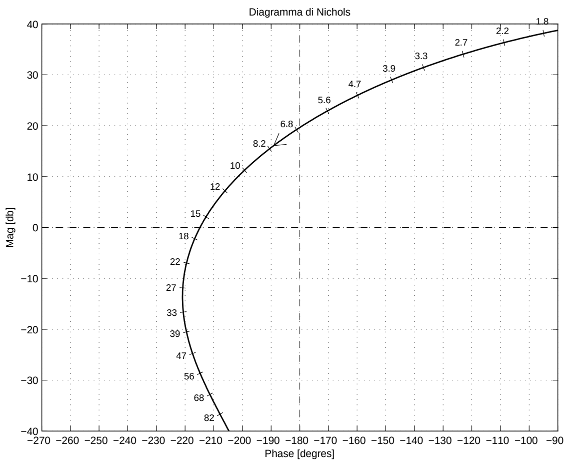
f) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

f.1) il margine di ampiezza M_a e il margine di fase M_φ dei sistemi $G_1(s)$ e $G_2(s)$;

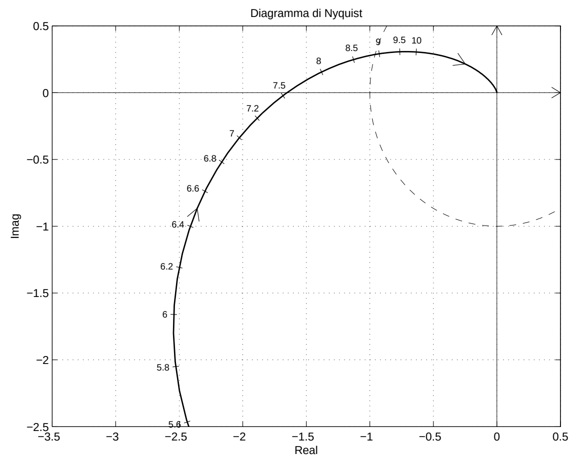
f.2) i margini di stabilitá M'_a e M'_φ del sistema $K_1\,G_1(s)$ nel caso in cui sia $K_1 = 0.02\,a$;

f.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G_2(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = (20 + 3\,b)^o$ e il guadagno K_a per cui il sistema $K_a\,G_2(s)$ ha un margine di ampiezza $M_a = (2 + a)$;

$G_1(s)$



$G_2(s)$



f.1) $M_a =$......... $M_\varphi =$......... f.1) $M_a =$......... $M_\varphi =$.........

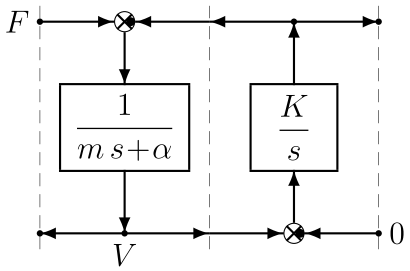
f.2) $M'_a =$......... $M'_\varphi =$......... f.3) $K_\varphi =$......... $K_a =$.........

Controlli Automatici - Primo Compito
9 Novembre 2009 - Domande
Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ∥ Elet. ∥ Telec. ∥ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad "a" e "b" i valori assegnati e si risponda alle domande.

1. Dato il seguente schema a blocchi, calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso F all'uscita V e scrivere la corrispondente equazione differenziale che lega i segnali $F(t)$ e $V(t)$:



$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} =$$

......

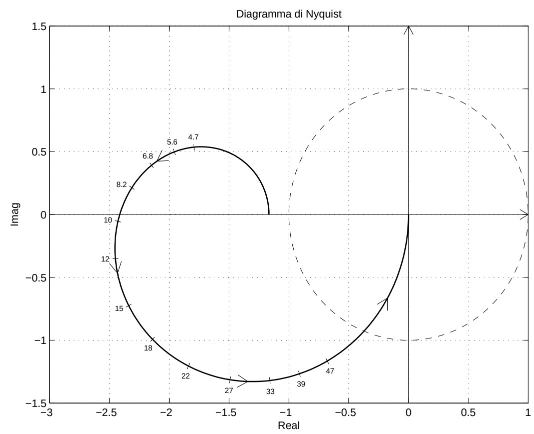
2. Relativamente al diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$, calcolare la posizione σ_a dell'asintoto verticale e lo sfasamento $\Delta\varphi$ introdotto da $G(j\omega)$ quando ω varia da 0^+ a ∞:

$$G(s) = \frac{(s+1)(b\,s+3)}{s(a\,s^2+5\,s-1)} \qquad \rightarrow \qquad \sigma_a = \qquad\qquad \Delta\varphi =$$

3. Enunciare il criterio di Nyquist nella formulazione valida anche per sistemi instabili ad anello aperto. Fornire sia l'ipotesi che la tesi del criterio.

Criterio di Nyquist. Nell'ipotesi ...

4. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{70(s-3)}{(9-s)(20-s)}$. Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:



- ○ $0 < K < \bar{K}_2 < \infty$;
- ○ $0 < \bar{K}_1 < K < \infty$;
- ○ $0 < \bar{K}_1 < K < \bar{K}_2$;
- ○ nessuno dei precedenti;

Calcolare (se esistono) i valori $\bar{K}_1$ e $\bar{K}_2$:

$\bar{K}_1 \simeq \ldots$, $\bar{K}_2 \simeq \ldots$.

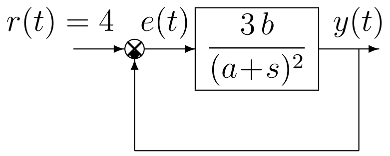
5. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $L\,\dot{y}(t) + R\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = a$.

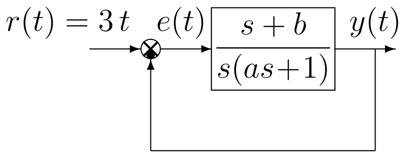
$$y(t) = \qquad\qquad , \qquad t > 0.$$

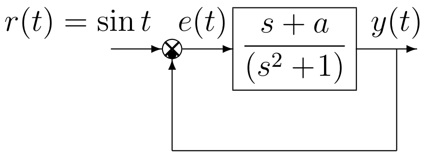
6. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ e il grado di molteplicità ν della coppia di poli complessi coniugati corrispondente all'andamento temporale $g_1(t) = 3\,t\,\sin(5\,t + 0.8)$:

$$p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = \ \ldots\ \pm j\ \ldots\ , \qquad \nu = \ \ldots$$

7. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







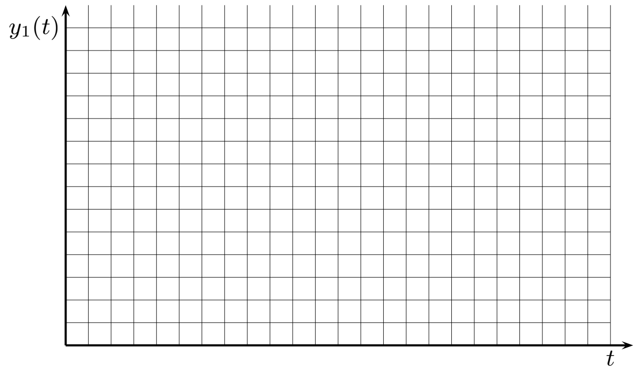
$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$

8. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{50(4+0.1\,s)(s^2+80\,s+4000)}{(20+0.2\,s)(9+0.5\,s)(s^2+12\,s+100)(s^2+s+10)}$$

Calcolare inoltre:
1) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
2) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
3) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

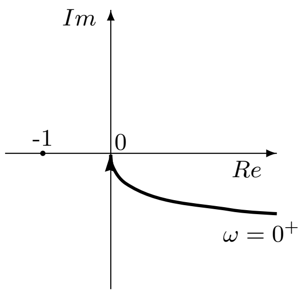
$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$

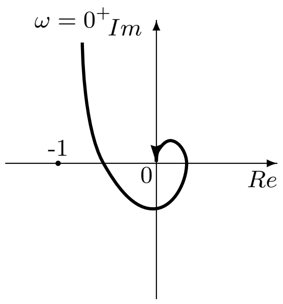


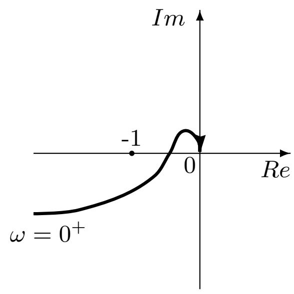
9. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{2\,(a-b\,s)(s+3)}{s(4\,s-1)(5\,s+10)} \qquad \to \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

10. Chiudere all'infinito i seguenti diagrammi di Nyquist. Nota: tutti i diagrammi di Nyquist fanno riferimento a sistemi con tutti i poli a parte reale negativa eccezion fatta per un polo semplice o doppio nell'origine.







11. Sia $y(t) = M(\omega)\cos(\omega t + \phi(\omega) + \varphi_0)$ la risposta asintotica di un sistema lineare stabile all'ingresso sinusoidale $x(t) = N\cos(\omega t + \varphi_0)$. Fornire la "definizione" di funzione di risposta armonica $F(\omega)$ utilizzando i simboli che caratterizzano i segnali $x(t)$ e $y(t)$:

$$F(\omega) = \ldots$$

12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(s+a)^2}{s(s+b)^2}\,e^{-t_0 s} \qquad \to \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$