Controlli Automatici A
Compito Completo
5 Dicembre 2007 - Esercizi

Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = 3\,t^3 + 4\,e^{-a\,t}\,\sin(b\,t), \qquad\qquad x_2(t) = a\,\delta(t) + t^3\,e^{b\,t}$$

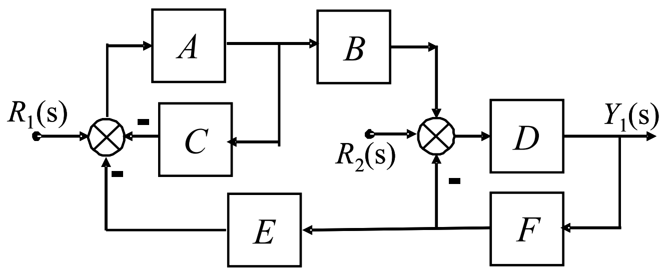
a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{b}{s(s-2)(s+a)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{s}{(s^2+b^2)}\;e^{-a\,s}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi riportato in figura, calcolare le funzioni di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$:

$$G_1(s) = \frac{Y_1(s)}{R_1(s)} = \ldots$$

$$G_2(s) = \frac{Y_1(s)}{R_2(s)} = \ldots$$



c) In figura è mostrata la risposta $y(t)$ di un sistema lineare stabile quando in ingresso è presente un gradino $x(t) = 4$. Nei limiti della precisione del grafico:

c.1) determinare la posizione dei poli dominanti del sistema:

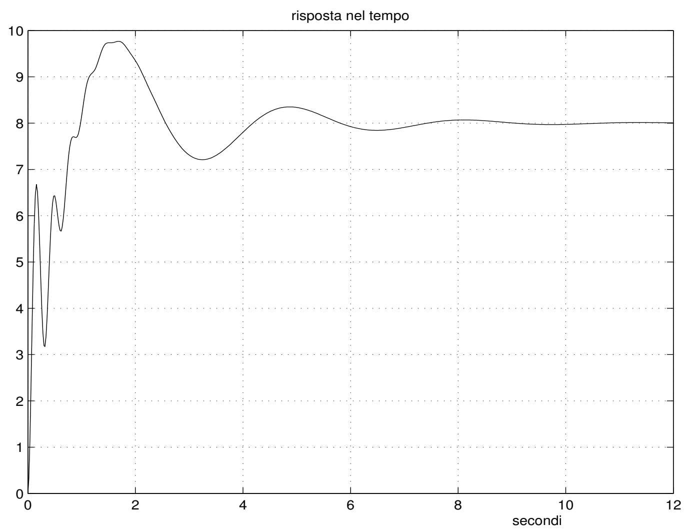
$$p_{1,2} \simeq \ldots\ldots + j\;\ldots\ldots$$

c.2) determinare il guadagno statico del sistema:

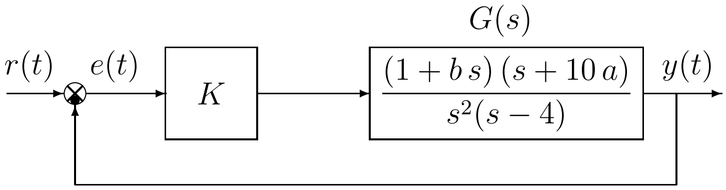
$$G(0) = \ldots\ldots$$

c.3) calcolare la massima sovraelongazione del sistema:

$$S\% \simeq \ldots\ldots$$



d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.2) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

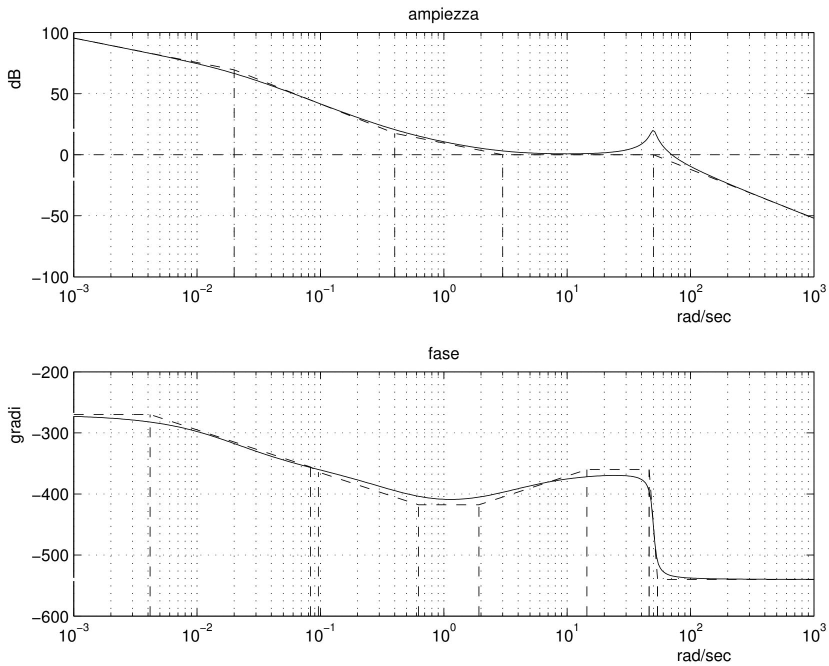
d.4) Calcolare, in funzione del parametro K, l'errore a regime $e(\infty)$ del sistema retroazionato nel caso in cui $r(t) = 5\,t$.

e) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

e.1) calcolare la risposta "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale: $x(t) = b\,\sin(100\,a\,t + \frac{\pi}{4})$;

e.2) ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) \simeq$



f) Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli mostrato in figura.

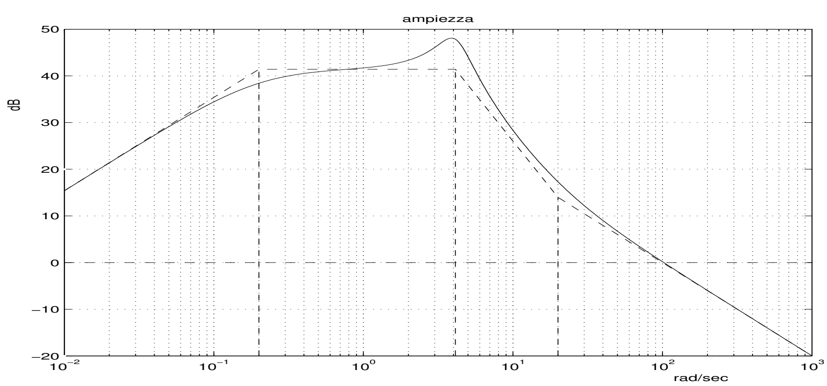
Sapendo che il sistema è a fase minime, stimare "indicativamente" la fase del sistema in corrispondenza delle seguenti pulsazioni:

$\omega_1 = 0.2 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \simeq \ldots\ldots$

$\omega_2 = 4 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \simeq \ldots\ldots$

$\omega_3 = 10 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 \simeq \ldots\ldots$

$\omega_4 = 1000 \quad \rightarrow \quad \varphi_4 \simeq \ldots\ldots$



Controlli Automatici - Primo Compito
5 Dicembre 2007 - Domande
Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad "a" e "b" i valori assegnati e si risponda alle domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\dddot{y}(t)+b\,\ddot{y}(t)+4\,\dot{y}(t)+2\,y(t) = 5\,\ddot{x}(t)+a\,x(t) \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{b\,(s^2+1)}{(s+a)^2(3\,s+1)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

3. Sia $X(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $x(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della derivata":

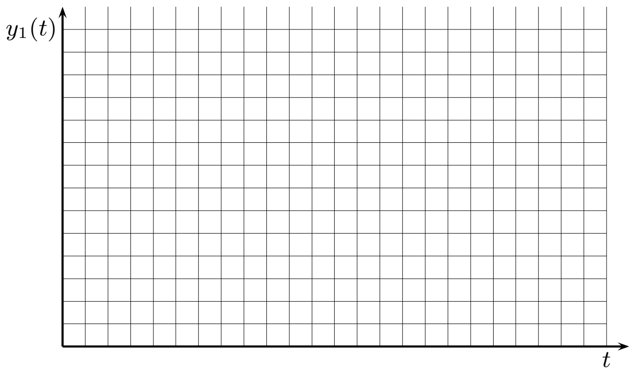
$$\mathcal{L}[\dot{x}(t)] =$$

4. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{(2+0.04\,s)(s^2+90\,s+8100)}{(0.4+2\,s)(1+0.04\,s)(s^2+4\,s+20)}$$

Calcolare inoltre:
1) il guadagno statico K_0 del sistema;
2) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino;
3) il periodo T dell'eventuale oscillazione smorzata presente nella risposta al gradino:

$K_0 =$ $\qquad T_a \simeq$ $\qquad T \simeq$



5. Calcolare la posizione σ_a dell'asintoto verticale del diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(4+a\,s)(s^2+3\,s+3)}{s(s^3+2\,s^2+6\,s-b)} \qquad \rightarrow \qquad \sigma_a =$$

6. Nell'applicazione del criterio di Routh, le radici dell'equazione ausiliaria che si ottiene quando una riga intera della tabella di Routh si annulla

○ sono radici simmetriche rispetto all'origine del piano complesso
○ sono radici anche dell'equazione caratteristica di partenza
○ sono tutte radici a parte reale nulla

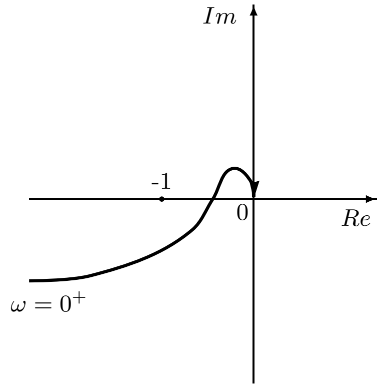
7. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $\dot{y}(t) + b\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = a$.

$$y(t) = \qquad\qquad , \qquad\qquad t > 0$$

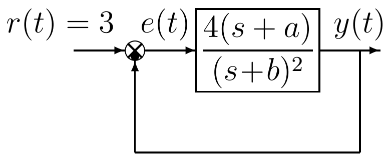
8. Dato il seguente diagramma di Nyquist di una funzione $G(s)$ con 2 poli nell'origine e tutti gli altri a parte reale negativa, disegnate il diagramma polare completo.

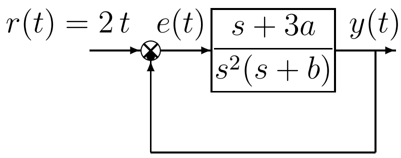
   Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

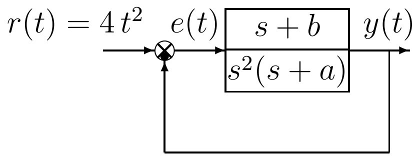
   ◯ $(K > 0,\ |K| >> 1)$;
   ◯ $(K > 0,\ |K| << 1)$;
   ◯ $(K < 0,\ |K| << 1)$;
   ◯ $(K < 0,\ |K| >> 1)$;



9. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$

10. Il criterio di Routh per lo studio della stabilità di un sistema retroazionato

    ◯ è un criterio solo necessario
    ◯ è un criterio solo sufficiente
    ◯ è un criterio necessario e sufficiente
    ◯ può essere utilizzato solo per sistemi che ad anello aperto siano stabili

11. Enunciare il criterio di Nyquist nella sua formulazione più generale valida anche per sistemi instabili ad anello aperto).

    Criterio di Nyquist. *Nell'ipotesi che la funzione guadagno di anello $F(s)$ ...*

    condizione ...

12. Un sistema in retroazione negativa avente $G(s)$ sul ramo diretto, $H(s)$ sul ramo di retroazione e con un elevato guadagno statico d'anello

    ◯ è poco sensibile alle variazioni parametriche di $H(s)$
    ◯ è poco sensibile alle variazioni parametriche di $G(s)$
    ◯ presenta una forte attenuazione dei disturbi costanti agenti sull'uscita del sistema

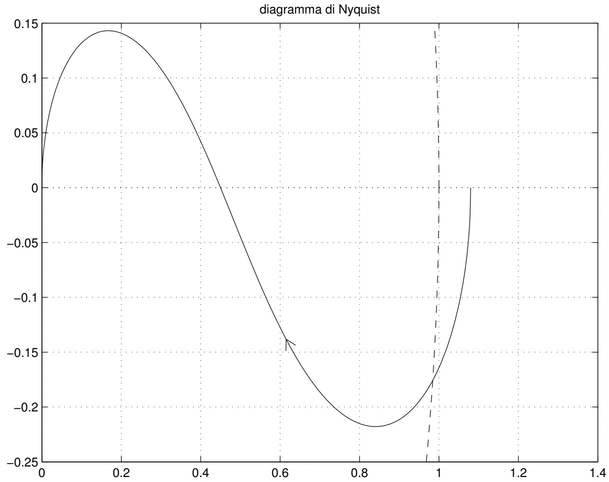
13. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \dfrac{-1.8(s+3)}{(s+1)(s-5)}$

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

- ◯ ($K > 0$, $|K| << 1$);
- ◯ ($K > 0$, $|K| >> 1$);
- ◯ ($K < 0$, $|K| >> 1$);
- ◯ ($K < 0$, $|K| << 1$);

Calcolare inoltre il valore limite K^*:

$$K^* = \ldots$$



14. I diagrammi di Nichols:
    - ◯ hanno l'asse delle ascisse in scala lineare e l'asse delle ordinate in scala logaritmica;
    - ◯ hanno sia l'asse delle ascisse che l'asse delle ordinate in scala logaritmica;
    - ◯ sull'asse delle ascisse viene riportata la fase della funzione di risposta armonica;
    - ◯ hanno l'asse delle ascisse in scala logaritmica e l'asse delle ordinate in scala lineare;
    - ◯ sull'asse delle ascisse viene riportato il modulo della funzione di risposta armonica;

15. La posizione dei due poli di un sistema del 2^o ordine privo di zeri è univocamente determinata se sono note le seguenti informazioni:
    - ◯ la massima sovraelongazione S e il picco di risonanza M_R
    - ◯ il picco di risonanza M_R e pulsazione di risonanza ω_R
    - ◯ il coefficiente di smorzamento δ e tempo di assestamento T_a

16. La formula di Bode per il calcolo della fase di un sistema a partire dal diagramma delle ampiezze
    - ◯ è una formula esatta
    - ◯ è una formula approssimata
    - ◯ è valida per tutti sistemi lineari stabili
    - ◯ è valida per tutti i sistemi lineari a fase minima

17. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza maggiore di uno, $M_R > 1$,
    - ◯ se $0 < \delta < \frac{1}{\sqrt{2}}$
    - ◯ se $0 < \delta < \frac{1}{2}$
    - ◯ se $0 < \delta < 1$

18. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $K > 0$:

$$G(s) = \frac{4\,e^{-t_0 s}}{s+3} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

19. I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici:

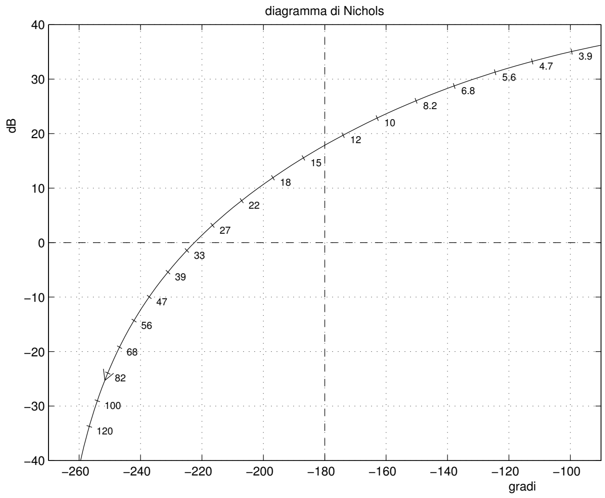
1) Indicare il margine di ampiezza M_α e il margine di fase M_φ.

2) Calcolare per quali valori del guadagno $K_p > 0$ il sistema $K_p G(s)$ posto in retroazione unitaria è stabile. Nota: i valori espressi in db vanno convertiti in valori numerici.

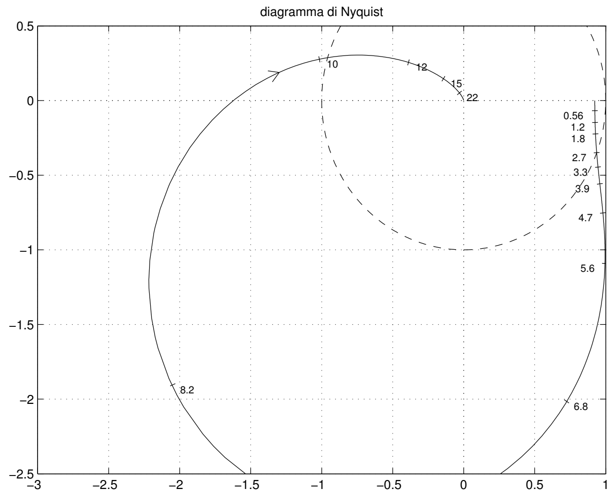
3) Determinare per quale valore K_φ del guadagno il sistema $K_\varphi G(s)$ presenta un margine di fase pari a $M_\varphi = (30 + 3b)$

4) Determinare per quale valore K_α del guadagno il sistema $K_\alpha G(s)$ presenta un margine di ampiezza pari a $M_\alpha = (3 + a)$

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



1) $M_\alpha =$......... $M_\varphi =$.........

2) ....$< K_p <$.........

3) $K_\varphi =$ ....

4) $K_\alpha =$ ....

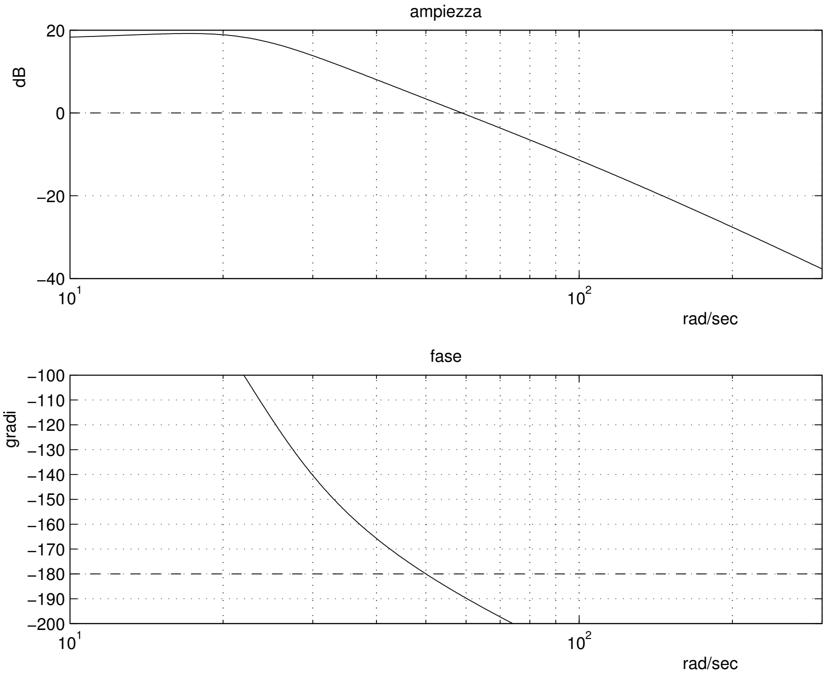
1) $M_\alpha =$......... $M_\varphi =$.........

2) ....$< K_p <$.........

3) $K_\varphi =$ ....

4) $K_\alpha =$ ....

$G_3(j\omega)$



1) $M_\alpha =$.........

$M_\varphi =$.........

2) ....$< K_p <$.........

3) $K_\varphi =$ ....

4) $K_\alpha =$ ....