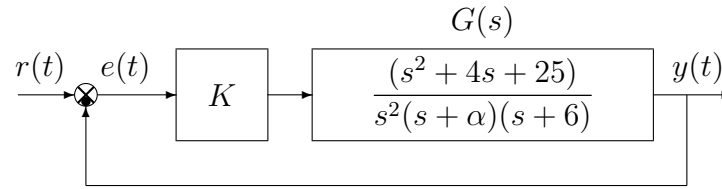


Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



a.1) Posto $\alpha = 2$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per $K > 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni ω^* con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K^* . Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

Soluzione. Posto $\alpha = 2$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + K_1 G(s) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 + \frac{K(s^2 + 4s + 25)}{s^2(s + 2)(s + 6)} = 0$$

dove $K_1 = K$. L'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema $G(s)$ per $K > 0$ è mostrato in Fig. 1.

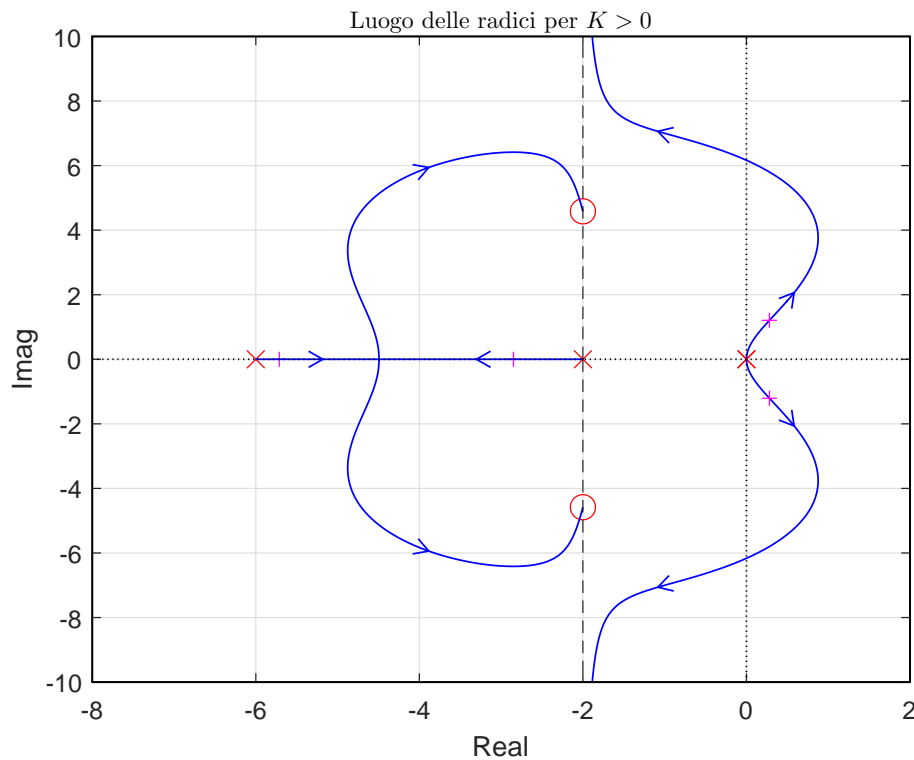


Figura 1: Luogo delle radici del sistema $G(s)$ per $K > 0$.

Il luogo delle radici ha due asintoti. Il centro degli asintoti è:

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(-2 - 6 + 2 + 2) = -\frac{4}{2} = -2.$$

L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + K \frac{(s^2 + 4s + 25)}{s s (s + 2) (s + 6)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^4 + 8s^3 + (K + 12)s^2 + 4Ks + 25K = 0$$

La tabella di Routh ha la seguente struttura:

$$\begin{array}{c|ccc} 4 & 1 & K + 12 & 25K \\ 3 & 8 & 4K & \\ 2 & 4K + 96 & 200K & \\ 1 & 16K^2 - 1216K & & \\ 0 & 200K & & \end{array}$$

Imponendo che tutti gli elementi della prima colonna della tabella di Routh siano positivi si ricavano i seguenti vincoli:

$$4K + 96 > 0, \quad 16K^2 - 1216K > 0, \quad 200K > 0,$$

dai quali si ricava:

$$K > -24, \quad (K < 0) \cup (K > 76), \quad K > 0.$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$K > 76 = K_1.$$

La pulsazione ω_1 corrispondente al valore limite K_1 è:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{200K_1}{4K_1 + 96}} = \sqrt{\frac{4K_1}{8}} = 6.1644.$$

- a.2) Posto $K = 89$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\alpha > 0$. Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando $K = 89$ e $\alpha = 0$ è: $p_{1,2} \simeq 0.5 \pm 7.5j$ e $p_{3,4} \simeq -3.5 \pm 5.2j$; b) il sistema retroazionato è stabile per $\alpha > \alpha^* > 0$ (il valore di α^* non deve essere determinato). Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

Soluzione. Posto $K = 89$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è la seguente:

$$1 + \frac{89(s^2 + 4s + 25)}{s^2(s + \alpha)(s + 6)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^2(s + \alpha)(s + 6) + 89(s^2 + 4s + 25) = 0$$

da cui si ottiene la seguente equazione:

$$1 + \frac{\alpha s^2(s + 6)}{s^3(s + 6) + 89(s^2 + 4s + 25)} = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 + \alpha G_2(s) = 0$$

I poli della funzione $G_2(s)$ sono quelli indicati nel testo dell'esercizio:

$$1 + \frac{\alpha s^2(s + 6)}{[(s - 0.5)^2 + 7.5^2][(s + 3.5)^2 + 5.2^2]} = 0$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $\alpha > 0$ è mostrato in Fig. 2.

Il contorno delle radici ha un solo asintoto che coincide con il semiasse reale negativo.

- a.3) Sia data la seguente funzione di trasferimento $G_3(s)$ che descrive il legame tra la tensione in ingresso $V(s)$ e la corrente in uscita $I(s)$ di un circuito elettrico:

$$G_3(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{Cs + G}{CLs^2 + (CR + GL)s + GR + 1}$$

Posto $L = 1$, $R = 1$ e $G = 1$, mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso i poli della funzione di trasferimento $G_3(s)$ al variare del parametro $C > 0$. Calcolare il valore C^* a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento del sistema $G_3(s)$ alla risposta al gradino.

Soluzione. La funzione di trasferimento $G_3(s)$ è quella che si ottiene dallo schema elettrico mostrato in Fig. 3. I poli della funzione di trasferimento $G_3(s)$ coincidono con le radici del

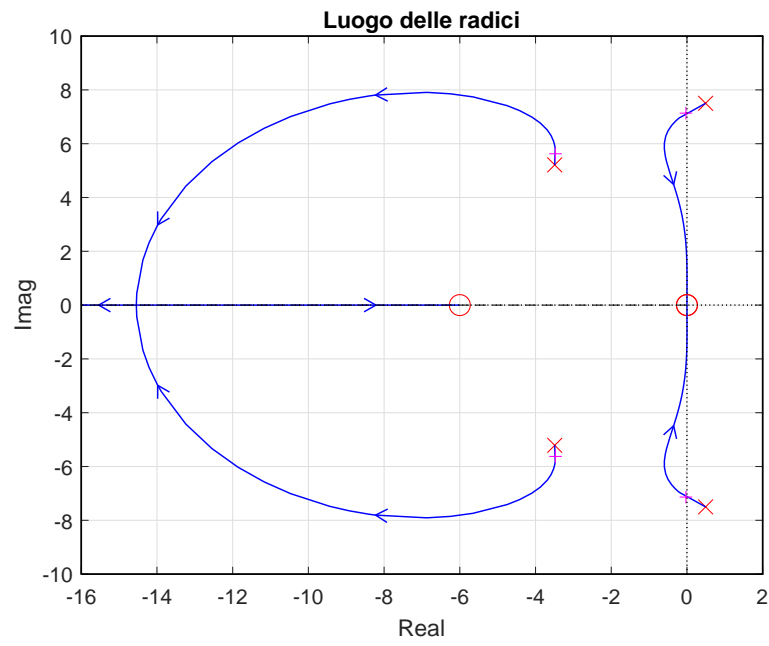


Figura 2: Contorno delle radici del sistema $G_2(s)$ al variare del parametro $\alpha > 0$.

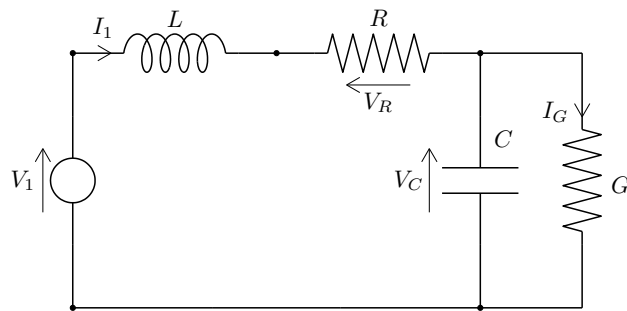


Figura 3: Schema elettrico da cui è stata ricavata la funzione di trasferimento $G_3(s)$.

polinomio a denominatore:

$$CLs^2 + (CR + GL)s + GR + 1 = 0$$

Posto $L = 1$, $R = 1$ e $G = 1$ si ottiene la seguente equazione:

$$Cs^2 + (C + 1)s + 2 = 0$$

che può essere riscritta nel seguente modo equivalente:

$$s + 2 + Cs(s + 1) = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + C \frac{s(s + 1)}{(s + 2)} = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + C G_4(s) = 0$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $C > 0$ è mostrato in Fig. 4. In questo caso

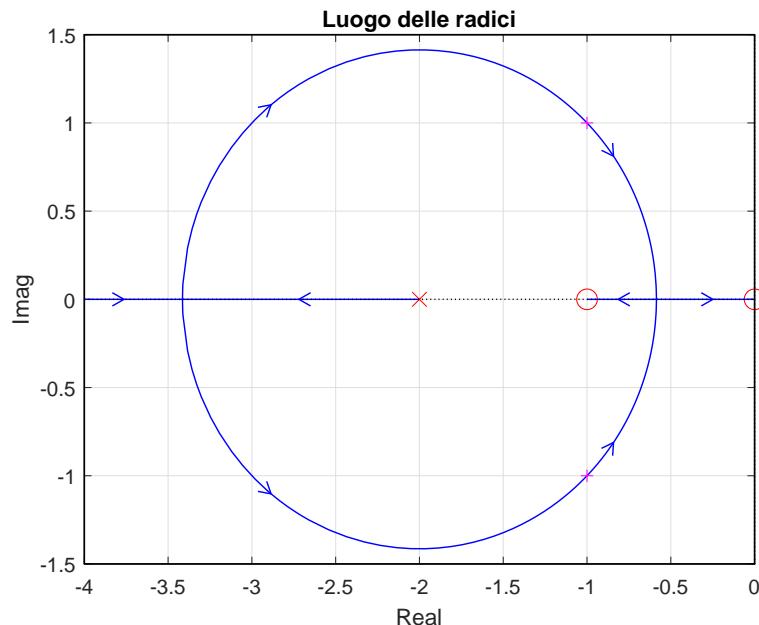


Figura 4: Contorno delle radici del sistema $G_4(s)$ al variare del parametro $C > 0$.

il contorno delle radici si muove lungo una circonferenza centrata in $p = -2$. Il raggio \bar{R} della circonferenza è il seguente:

$$\bar{R} = \sqrt{d_1 \cdot d_2} = \sqrt{1 \cdot 2} = \sqrt{2} = 1.4142$$

I punti di diramazione σ_1 e σ_2 del contorno delle radici sono:

$$\sigma_1 = -2 - 1.4142 = -3.4142, \quad \sigma_2 = -2 + 1.4142 = -0.5858,$$

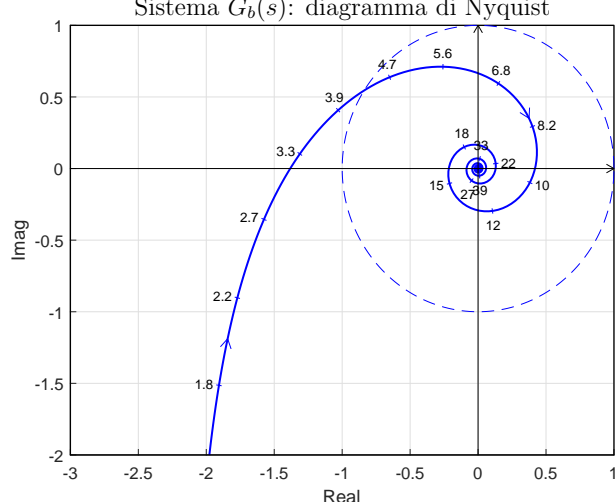
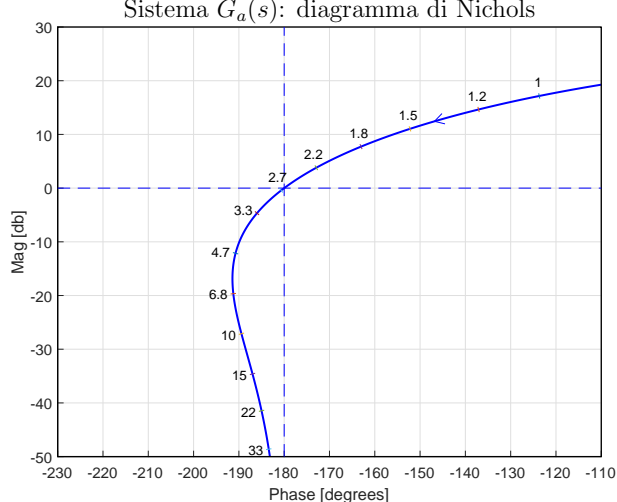
È possibile giungere allo stesso risultato nel seguente modo:

$$\frac{dG_4(s)}{ds} = 0 \quad \rightarrow \quad (2s + 1)(s + 2) - s(s + 1) = s^2 + 4s + 2 = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_{1,2} = -2 \pm \sqrt{2}.$$

La condizione di minimo tempo di assestamento si ha in corrispondenza del punto di diramazione $\sigma_1 = -3.4142$ e quindi per il seguente valore del parametro C^* :

$$C^* = - \frac{1}{G_4(s)} \Big|_{s=\sigma_1} = - \frac{(s + 2)}{s(s + 1)} \Big|_{s=-3.4142} = 0.1716.$$

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



b.1) Per il sistema $G_a(s)$ progettare una rete anticipatrice in modo da imporre al sistema retroazionato un margine di fase $M_\varphi = 50^\circ$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Soluzione. La posizione del punto B è completamente determinata dalla specifica di progetto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = 0 \text{ db} = 1$ e $\varphi_B = -130^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio in Fig. 5. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 10$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = -27.12 \text{ db} = 0.04406, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -189.4^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 2.577$ e $\tau_2 = 0.05394$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 22.7, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = 59.43^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 2.577s)}{(1 + 0.05394s)}.$$

Sintesi della rete correttiva $C_1(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A :

$\omega_A =$	4.7	6.8	10	15	22	33
$M_A =$	0.2474	0.104	0.0440	0.0186	0.0084	0.0037
$\varphi_A =$	169.3	168.8	170.6	173	175	176.6
$M =$	4.042	9.617	22.7	53.72	118.4	269.5
$\varphi =$	60.74	61.23	59.43	56.99	55	53.41
$\tau_1 =$	0.8666	1.533	2.577	4.227	6.536	10.15
$\tau_2 =$	0.0588	0.0633	0.0539	0.0418	0.0313	0.0223

I diagrammi di Nichols delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 5.

b.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete ritardatrice in grado da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Soluzione. La posizione del punto B è completamente determinata dalla specifica di progetto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = 0.2$ e $\varphi_B = 180^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio in Fig. 6. Il punto $A = G_b(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 2.7$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 1.615, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = 192.7^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 1.435$ e $\tau_2 = 11.96$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.1238, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -12.7^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 1.435s)}{(1 + 11.96s)}.$$

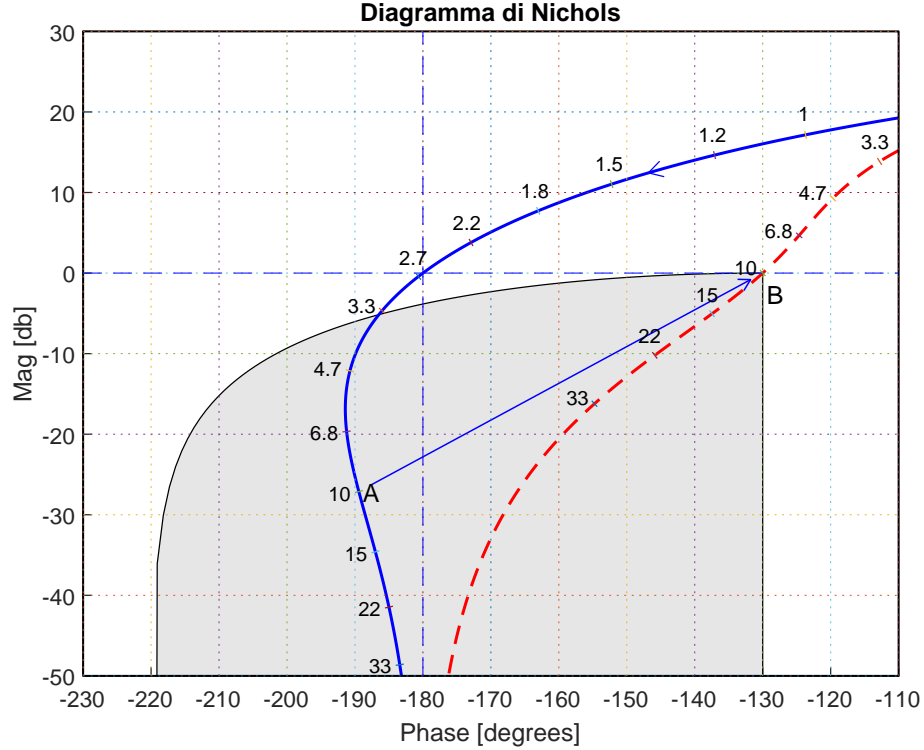


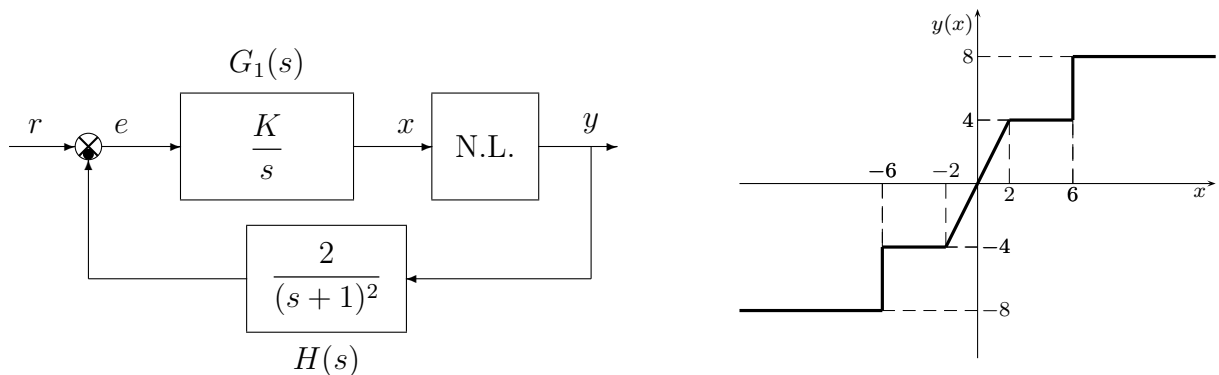
Figura 5: Diagrammi di Nichols delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$.

Sintesi della rete correttiva $C_1(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A :

$$\begin{aligned} \omega_A &= [1.8 \quad 2.2 \quad 2.7] \\ M_A &= [2.435 \quad 1.988 \quad 1.615] \\ \varphi_A &= [218.4 \quad 207 \quad 192.7] \\ M &= [0.0821 \quad 0.1006 \quad 0.1238] \\ \varphi &= [-38.45 \quad -27 \quad -12.7] \\ \tau_1 &= [0.6263 \quad 0.7914 \quad 1.435] \\ \tau_2 &= [10.18 \quad 9.06 \quad 11.96] \end{aligned}$$

I diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 6.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



c.1) Posto $K = 1$, determinare il punto di lavoro (x_0, y_0) del sistema retroazionato quando in ingresso è presente il segnale costante $r = r^* = 12$.

Soluzione. I guadagni statici delle funzioni $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $H(s)$ sono: $K_1 = \infty$, $K_2 = 1$ e $K_3 = 2$. Essendo $K_1 = \infty$, la retta di carico della parte lineare del sistema è:

$$y = \frac{r^*}{K_2 K_3} = \frac{r^*}{2} = 6 \quad \rightarrow \quad (x_0, y_0) = (6, 6).$$

c.2) Posto $K = 1$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto $(x_1, y_1) = (1, 2)$.

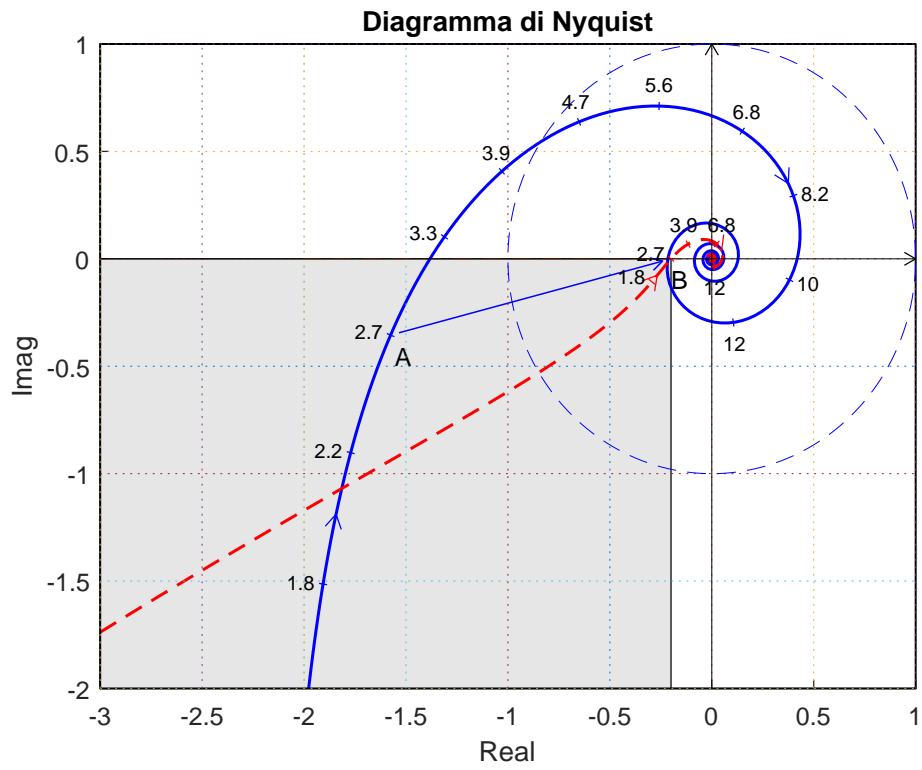


Figura 6: Diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_b(s)$ e $C_2(s)G_b(s)$.

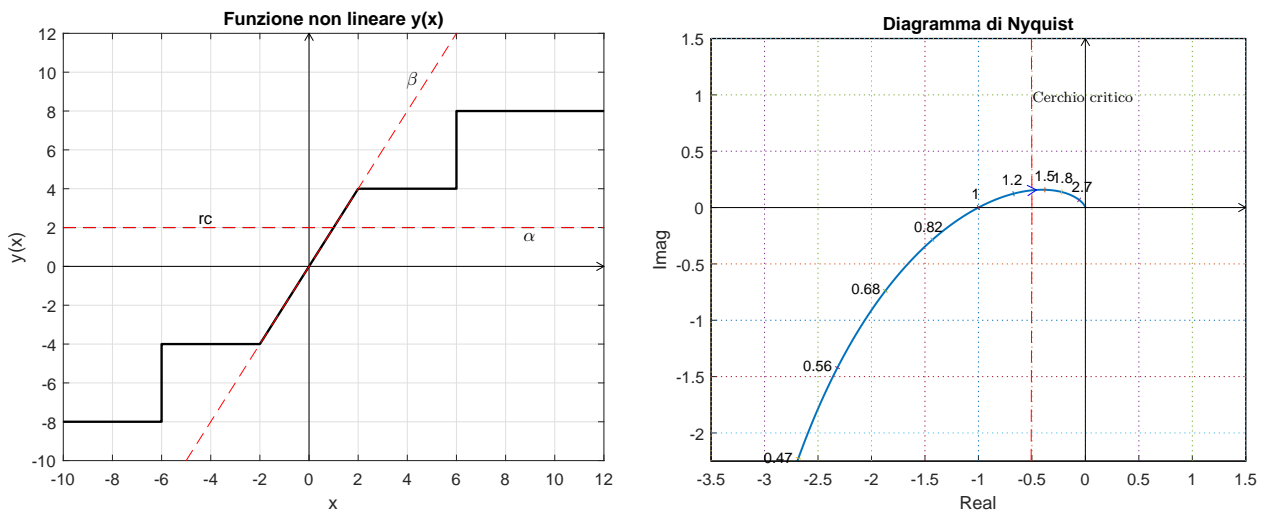


Figura 7: Settore che racchiude la non linearità e cerchio critico.

Soluzione. Le pendenze α e β delle due rette che centrate nel punto $(x_1, y_1) = (1, 0)$ racchiudono a settore tutta la non linearità sono le seguenti:

$$\alpha = 0, \quad \beta = 2.$$

Il cerchio critico interseca il semiasse reale negativo nei punti:

$$-\frac{1}{\alpha} = -\infty, \quad -\frac{1}{\beta} = -0.5$$

Per $K = 1$, il guadagno d'anello del sistema retroazionato è:

$$G(s) = G_1(s) H(s) = \frac{2}{s(s+1)^2}$$

L'andamento qualitativo del diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ è mostrato in Fig. 7. Il margine di ampiezza K^* del sistema $G(s)$ si determina utilizzando il criterio di Routh. L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + K \frac{2}{s(s+1)^2} = 0 \quad \rightarrow \quad s^3 + 2s^2 + s + 2K = 0$$

La tabella di Routh ha la seguente struttura:

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2K \\ 1 & 2.0 - 2K & \\ 0 & 2K & \end{array}$$

Imponendo che tutti gli elementi della prima colonna della tabella di Routh siano positivi si ricavano i seguenti vincoli:

$$2.0 - 2K > 0, \quad 2K > 0,$$

dai quali si ricava:

$$K < 1, \quad K > 0.$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$0 < K < 1 = K^*.$$

La pulsazione ω^* corrispondente al valore limite K^* è:

$$\omega^* = \sqrt{\frac{2K^*}{2}} = 1.$$

Il valore di K^* è minore di β

$$K^* = 1 < \beta = 2$$

per cui il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ interseca il cerchio critico e quindi, in base al criterio del cerchio, non si può affermare nulla relativamente alla stabilità del sistema retroazionato nell'intorno del punto di lavoro.

- c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto $(0, 0)$. Utilizzare le variabili m_1, m_2, \dots per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione $F(X)$.

Soluzione. L'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ è mostrato in Fig. 8. Indichiamo con m_0 il valore iniziale della funzione $F(X)$ per $0 < X < 2$: $m_0 = 2$. Indichiamo inoltre con $m_1 = 0.833$ il minimo locale che si ha nell'intorno di $X \simeq 6$ e con $m_2 = 1.09$ il massimo locale che si ha nell'intorno di $X \simeq 6.96$. Il valore finale a cui tende la funzione $F(X)$ per $X \rightarrow \infty$ è $m_\infty = 0$.

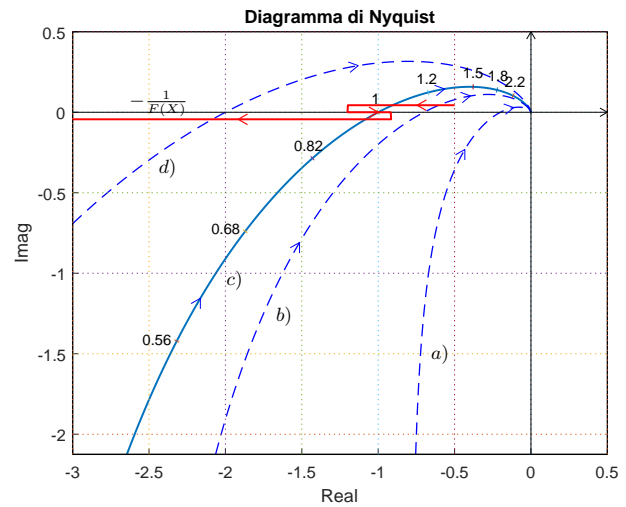
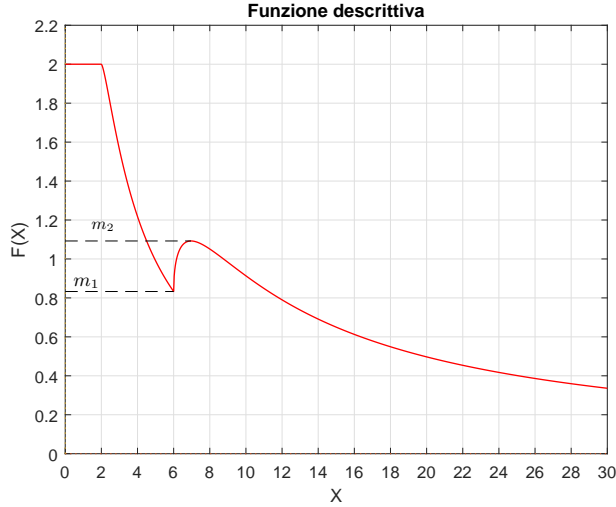


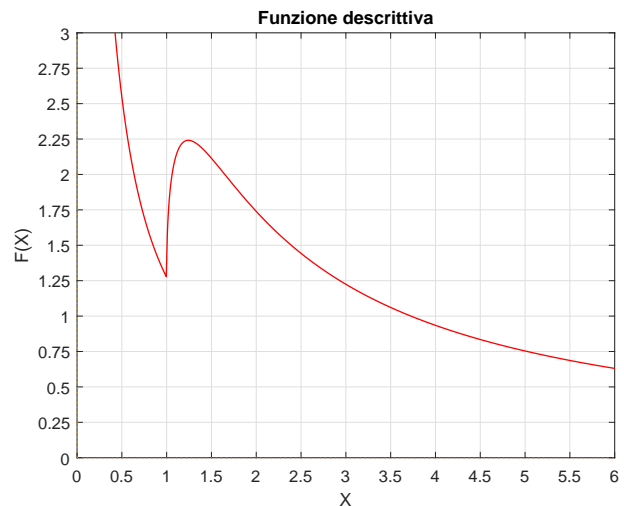
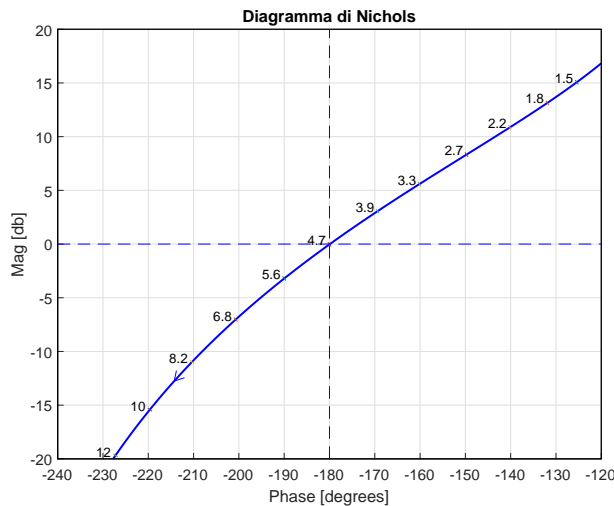
Figura 8: Funzione descrittiva $F(X)$ e discussione grafica.

c.4) Discutere “qualitativamente”, in funzione dei parametri $m_1, m_2 \dots$, l’esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

Soluzione. Per $K = 1$, il margine di ampiezza K_1^* del sistema $G_1(s)$ è $K_1^* = 1$. Per $K \neq 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $K G_1(s)$ è $K^* = \frac{K_1^*}{K}$. Al variare di K^* si possono avere le seguenti condizioni dinamiche per il sistema retroazionato:

- a) Per $K^* > m_0 = 2$ il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ non interseca la funzione $-1/F(X)$. La funzione $-1/F(X)$ è tutta esterna al diagramma polare completo per cui il sistema retroazionato è globalmente asintoticamente stabile.
- b) Per $m_2 < K^* < m_0$ il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in un punto a cui corrisponde un ciclo limite stabile.
- c) Per $m_1 < K^* < m_2$ il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in tre punti a cui corrispondono tre cicli limite: il primo e il terzo stabili e il secondo instabile.
- d) Per $K^* < m_1$, il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in un punto a cui corrisponde un ciclo limite stabile.

d) Sia dato il diagramma di Nichols di un sistema $G(s)$ posto in retroazione negativa su di una non linearità $y = y(x)$ di cui viene fornita la funzione descrittiva $F(X)$.



- d.1) Nei limiti della precisione dei grafici forniti, determinare l’ampiezza \bar{X}^* , la pulsazione $\bar{\omega}^*$ e la stabilità degli eventuali cicli limite presenti nel sistema retroazionato.
- d.2) Progettare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete correttiva $C(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ da mettere in cascata al sistema $G(s)$ in modo che il sistema retroazionato abbia un ciclo limite stabile di ampiezza $X^* = 0.5$ in corrispondenza della pulsazione $\omega^* = 2.7$.

Soluzione:

- d.1) Dal diagramma di Nichols è possibile leggere il margine di ampiezza \bar{K}^* del sistema $G(s)$: $\bar{K}^* = 1$. Tale valore viene utilizzato nel grafico della funzione descrittiva $F(X)$ per leggere l'ampiezza \bar{X}^* dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema: $\bar{X}^* \simeq 3.73$. La pulsazione $\bar{\omega}^*$ dell'oscillazione autosostenuta è quella che si legge sul diagramma di Nichols in corrispondenza del margine di ampiezza: $\bar{\omega}^* = 4.7$ rad/s.

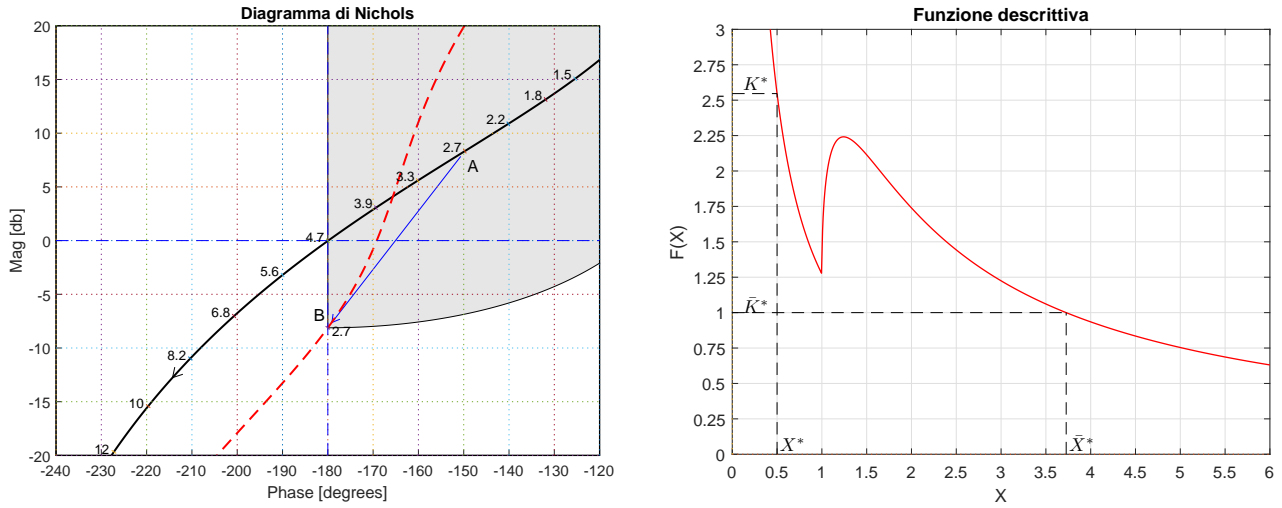


Figura 9: Funzione descrittiva $F(X)$ e sintesi della rete correttiva.

- d.2) Il margine di ampiezza K^* corrispondente all'oscillazione autosostenuta desiderata $X^* = 0.5$ si determina utilizzando il grafico della funzione descrittiva: $K^* = 2.55$. Tale valore determina la posizione del punto B dove far passare la funzione di risposta armonica del sistema retroazionato: $M_B = 1/K^* = 0.393$ e $\varphi_B = -180^\circ$. La regione di ammissibilità relativa al punto B è mostrata in grigio in Fig. 9. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ da utilizzare per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 2.7$ assegnata:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 2.61, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -149.7^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 0.7675$ e $\tau_2 = 6.955$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.15, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -30.2^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 0.5245 s)}{(1 + 4.251 s)}.$$

Il diagramma di Nichols delle funzioni $G(s)$ e $C_1(s)G(s)$ sono mostrati in Fig. 9.

- e) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare il seguente regolatore:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{s + 2}{s}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.2$.

Soluzione. Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare si ottiene:

$$D(z) = \frac{s + 2}{s} \Bigg|_{s = \frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})}} = \frac{2(1 - z^{-1}) + 2T(1 + z^{-1})}{2(1 - z^{-1})} = \frac{2 + 2T + (2T - 2)z^{-1}}{2 - 2z^{-1}}$$

Sostituendo $T = 0.2$ si ottiene:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{2.4 - 1.6 z^{-1}}{2 - 2z^{-1}} = \frac{1.2 - 0.8 z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

La corrispondente equazione alle differenze assume la forma seguente:

$$m(k) = m(k - 1) + 1.2 e(k) - 0.8 e(k - 1)$$

f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta $y(n)$ della seguente equazione alle differenze

$$y(n+1) = 0.6y(n) + 4x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario $x(n) = 1$.

Soluzione. L'equazione alle differenze genera la seguente funzione discreta $G(z)$:

$$y(n+1) - 0.6y(n) = 4x(n) \quad \leftrightarrow \quad G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{4}{z - 0.6}.$$

La \mathcal{Z} -trasformata del segnale di ingresso $x(n) = 1$ è:

$$X(z) = \frac{z}{z - 1}.$$

La \mathcal{Z} -trasformata $Y(z)$ del segnale di uscita è quindi la seguente:

$$Y(z) = G(z)X(z) = \frac{4z}{(z - 0.6)(z - 1)}.$$

Mediante il metodo della scomposizione in fratti semplici si ricava:

$$Y(z) = z \left[\frac{4}{(z - 1)(z - 0.6)} \right] = z \left[\frac{10}{(z - 1)} - \frac{10}{(z - 0.6)} \right]$$

e quindi:

$$Y(z) = \frac{10z}{(z - 1)} - \frac{10z}{(z - 0.6)} \quad \rightarrow \quad y(n) = 10[1 - 0.6^n].$$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Si scriva, in termini delle sequenze $x(k)$ ed $y(k)$, l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento $G(z)$:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z + 10}{z^4 + 2z + 3} \quad \rightarrow \quad y_{k+4} + 2y_{k+1} + 3y_k = x_{k+1} + 10x_k$$

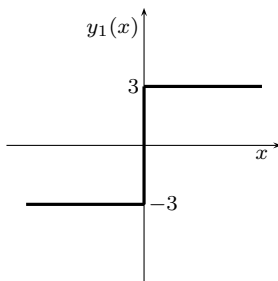
2. Si scriva la \mathcal{Z} -Trasformata della rampa unitaria $x(t) = t$ ottenuta tramite campionamento $t = K T$ del segnale tempo continuo:

$$X(z) = T \frac{z}{(z - 1)^2}$$

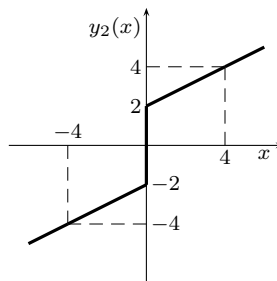
3. Con riferimento all'equazione caratteristica $1 + KG(s) = 0$ di un sistema retroazionato, con $G(s)$ in forma fattorizzata poli-zeri, si scelgano le affermazioni corrette fra le seguenti:

- la distanza angolare fra i vari asintoti non è costante
- il luogo delle radici è simmetrico rispetto all'asse reale
- il luogo delle radici è simmetrico rispetto all'asse immaginario
- gli asintoti del luogo delle radici formano una stella di raggi centrati in un punto appartenente all'asse reale

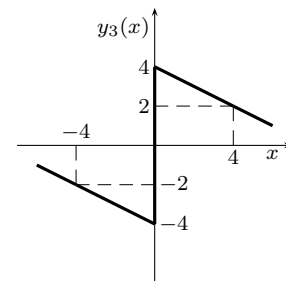
4. Si scriva l'espressione analitica della funzione descrittiva associata alle seguenti nonlinearità:



$$F_1(X) = \frac{12}{\pi X}$$



$$F_2(X) = \frac{8}{\pi X} + \frac{1}{2}$$



$$F_3(X) = \frac{16}{\pi X} - \frac{1}{2}$$

5. Con riferimento all'equazione caratteristica $1 + KG(s) = 0$ di un sistema retroazionato, si scriva l'enunciato della **Proprietà 3** del luogo delle radici: *Se la costante K è positiva, un punto dell'asse reale appartiene al luogo delle radici se ...*

si lascia alla sua destra un numero totale dispari di zeri e poli. Se la costante K è negativa, un punto dell'asse reale fa parte del luogo delle radici se si lascia alla sua destra un numero totale pari di zeri e poli.

6. Sia dato un sistema retroazionato la cui funzione guadagno d'anello contiene un termine trascendente $e^{-t_0 s}$. Si scelgano le affermazioni corrette fra le seguenti:

- si può utilizzare il criterio di Routh su tale sistema
- si può utilizzare il criterio di Nyquist su tale sistema
- si può utilizzare la metodologia del luogo delle radici su tale sistema
- non è possibile determinare i poli di questo sistema

7. Sia data una rete corretttrice $G(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$. Assumendo $\tau_1 < \tau_2$, si scelgano le affermazioni corrette fra le seguenti:

- la rete introduce un'attenuazione la rete introduce un ritardo di fase
 la rete introduce un'amplificazione la rete introduce un anticipo di fase

8. Sia data una rete corretttrice $G(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$. Le regioni di ammissibilità della rete corretttrice:

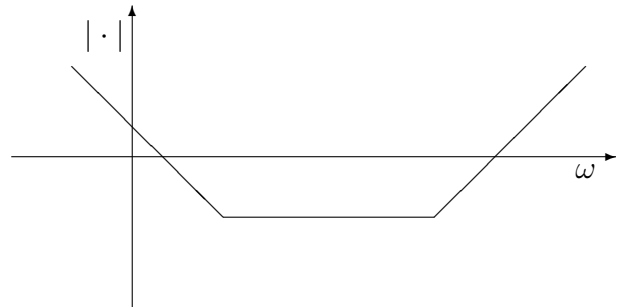
- sono tracciabili sui diagrammi di Nyquist e di Nichols
 sono tracciabili sui diagrammi di Bode, di Nyquist e di Nichols
 sono univocamente definite a partire dalla posizione del punto B corrispondente ad una specifica di progetto sul margine di fase M_φ o sul margine di ampiezza M_a
 identificano tutti i punti del piano complesso che possono essere spostati in B utilizzando la rete corretttrice nella sua forma a fase minima: $\tau_1 > 0$ e $\tau_2 > 0$

9. Il valore iniziale $y(0)$ della successione $y(k)$ corrispondente alla seguente funzione di trasferimento discreta $Y(z) = \frac{z(z-0.2)}{(z-1)(z-0.6)}$ è:

- $y(0) = 0$ $y(0) = 1$ $y(0) = 2$ $y(0) = \infty$

10. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un regolatore standard PID e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli:

$$G(s) = K \left(1 + T_s s + \frac{1}{T_i s} \right)$$



11. Sia $X(z) = \mathcal{Z}[x(k)]$. Enunciare il teorema della traslazione “in anticipo” nel tempo:

$$\mathcal{Z}[x(t + nT)] = z^n [X(z) - \sum_{k=0}^{n-1} x(kT)z^{-k}]$$

12. Sia $Y(X) \sin(\omega t + \varphi(X))$ la fondamentale del segnale periodico $y(t)$ presente all'uscita di una non linearità algebrica $y(t) = f(x(t))$ in risposta al segnale $x(t) = X \sin(\omega t)$ in ingresso. Fornire la definizione di funzione descrittiva $F(X)$:

$$F(X) = \frac{Y(X)}{X} e^{j\varphi(X)}$$

13. Quale dei seguenti parametri della risposta al gradino di un sistema $G(s)$ è maggiormente influenzato dalla larghezza di banda ω_f del sistema stesso:

- massima sovraelongazione S tempo di ritardo T_r
 tempo di assestamento T_a tempo di salita T_s

14. Il metodo di Ziegler-Nichols per determinare i valori di primo tentativo dei parametri di un regolatore standard PID

- richiede la conoscenza della risposta impulsiva del sistema da controllare
 richiede la conoscenza della risposta al gradino del sistema da controllare
 richiede la conoscenza della funzione di risposta armonica sistema da controllare
 non richiede la conoscenza esatta della funzione di trasferimento del sistema da controllare