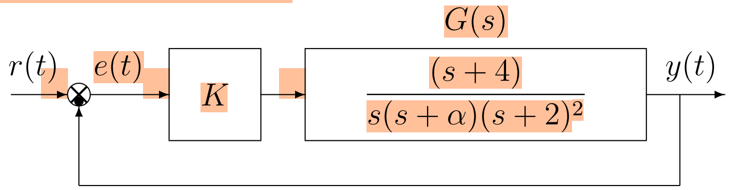
Controlli Automatici B
5 Luglio 2022 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



a.1) Posto $\alpha = 1$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato sia per $K > 0$ che per $K < 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

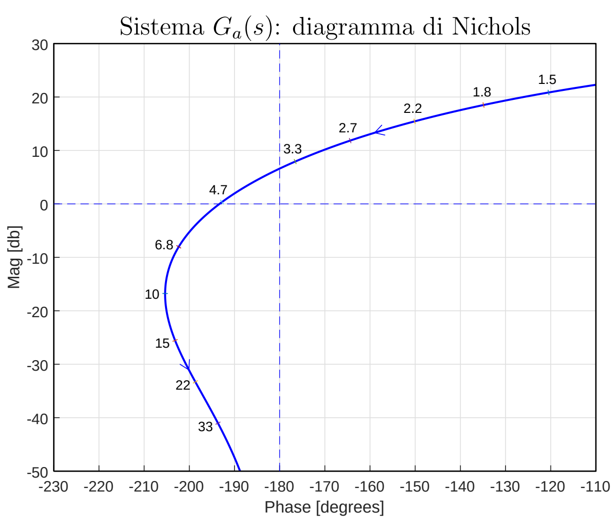
a.2) Posto $K = 81$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\alpha > 0$. Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando $K = 81$ e $\alpha = 0$ è la seguente: $p_{1,1} \simeq -4 \pm 1.12\,j$, $p_{3,4} \simeq 2 \pm 3.84\,j$. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

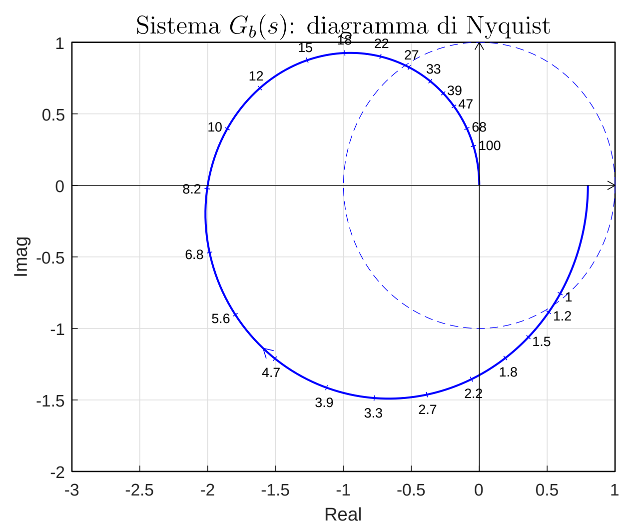
a.3) Sia data la seguente funzione di trasferimento che descrive la dinamica di un sistema fisico al variare di un parametro β:

$$G(s) = \frac{(s+3)}{s^3 + 13\,s^2 + (42+\beta)\,s + 5\,\beta}$$

Utilizzando la metodologia del contorno delle radici mostrare come si spostano sul piano complesso i poli della funzione $G(s)$ al variare del parametro $\beta > 0$. Calcolare il valore β^* di β in corrispondenza del quale si ha il minimo tempo di assistamento della risposta al gradino del sistema $G(s)$. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:

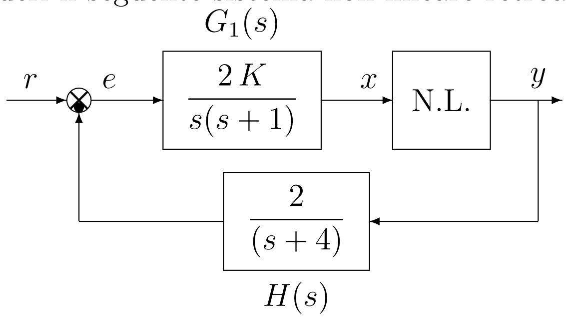


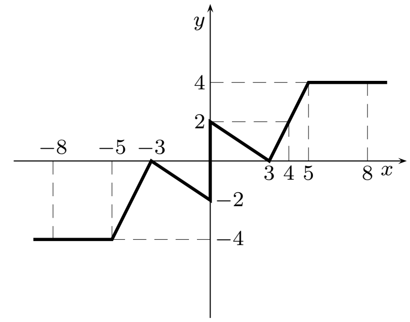


b.1) Per il sistema $G_a(s)$ progettare una rete ritardatrice in modo da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

b.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete correttrice in grado di far passare la funzione di risposta armonica del sistema $C(s)G_b(s)$ per il punto $B = (-0.4, -0.4)$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





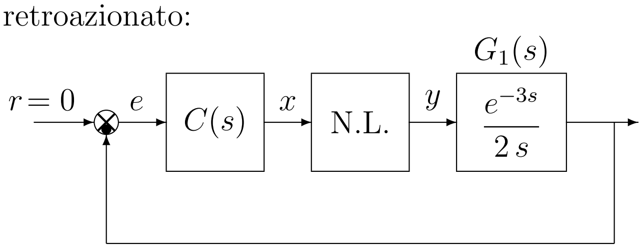
c.1) Posto $K = 1$, determinare per quale valore r^* dell'ingresso r il punto di lavoro del sistema retroazionato é posizionato in $(x_1, y_1) = (4, 2)$.

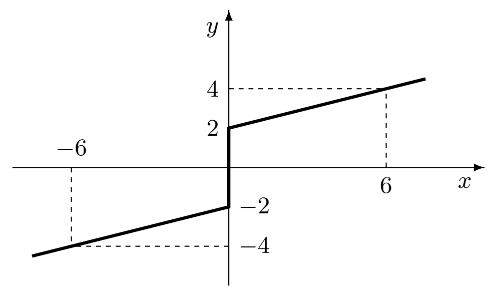
c.2) Posto $K = 1$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto $(x_1, y_1) = (4, 2)$. Per determinare se vi é intersezione con il cerchio critico calcolare, sul piano di Nyquist, la posizione dell'asintoto verticale della guadagno di anello $G(s)$.

c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto $(0, 0)$. Utilizzare le variabili $m_1, m_2, \ldots$ per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione $F(X)$.

c.4) Discutere "qualitativamente", in funzione dei parametri $m_1, m_2 \ldots$, l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

d) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





dove la nonlinearità è caratterizzata dalla funzione $y = f(x)$ mostrata in figura.

d.1) Posto $C(s) = 1$, calcolare l'ampiezza X^* e la pulsazione ω^* dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema.

d.2) Calcolare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete correttrice $C(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ in modo da garantire che all'interno del sistema retroazionato sia presente un'oscillazione autosostenuta la cui pulsazione ω_a e la cui ampiezza X_a siano: $\omega_a = 0.25$ e $X_a = 2$.

e) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare la seguente rete correttrice:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{s+1}{s+5}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.05$.

f) Partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 3$, calcolare la risposta $y(n)$ del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n+1) = 0.5\, y(n) + 2\, x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario $x(n) = 1$.

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Controlli Automatici B

5 Luglio 2022 - Domande Teoriche

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{3 + 5\,z^{-1}}{1 + 6\,z^{-1} + 2\,z^{-2} + 4\,z^{-3}} \qquad \rightarrow$$

2. Posto $T = 0.2$ e utilizzando la corrispondenza tra piano-s e piano-z, calcolare il valore del polo β della funzione discreta $G(z) = \frac{z}{z-\beta}$ in modo che la risposta al gradino unitario del sistema $G(z)$ sia caratterizzata da un tempo di assestamento $T_a = 6$ s:

$$\beta =$$

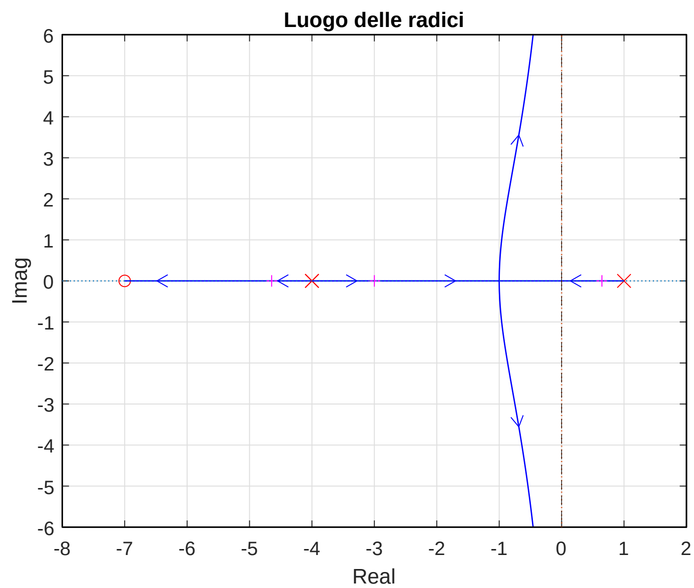
3. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{(s+7)}{(s-1)(s+4)^2}$ al variare del parametro $K > 0$. Calcolare:

4.1) Il valore K_0 corrispondente alla condizione di minimo tempo di assestamento del sistema retroazionato:

$$K_0 =$$

4.2) Per quali valori di K il sistema retroazionato è stabile:

...



4. Calcolare la $\mathcal{Z}$-trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = k\,T$:

$x(t) = 5\,t \quad \rightarrow \quad X(z) =$

$x(t) = 3^{-2\,t} \quad \rightarrow \quad X(z) =$

5. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete anticipatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1\,s)}{(1+\tau_2\,s)}$, $(\tau_1 > \tau_2)$:

6. Indicare, tra i seguenti sistemi $G(z)$, quelli che hanno un'evoluzione libera "stabile e aperiodica":

○ $G(z) = \frac{1}{(z+0.5)}$ ○ $G(z) = \frac{1}{(3z-2)}$ ○ $G(z) = \frac{1}{(3z+2)}$ ○ $G(z) = \frac{1}{(z-0.3)}$

7. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un regolatore standard PD e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli:

$G(s) =$

8. Sia $X(z) = \mathcal{Z}[x(k)]$ la $\mathcal{Z}$-trasformata della successione $x(k)$. Per $n = 1, 2, \ldots$, enunciare il teorema della traslazione nel tempo nei seguenti 2 casi: a) ritardo e b) anticipo:

$a)\;\; \mathcal{Z}[x(k-n)] =$ $\qquad\qquad$ $b)\;\; \mathcal{Z}[x(k+n)] =$

9. La funzione discreta $D(z)$ riportata sotto è stata ottenuta dalla funzione $D(s)$ utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri. Calcolare il parametro k imponendo l'uguaglianza dei guadagni alle alte frequenze:

$$D(s) = \frac{s+2}{s} \quad \rightarrow \quad D(z) = k\,\frac{z - e^{-2T}}{z-1} \quad \rightarrow \quad k =$$

10. Scrivere la funzione di trasferimento $H_0(s)$ del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) =$$

11. Come si determina la funzione di risposta armonica $F(\omega)$ di un sistema discreto $G(z)$?

○ $F(\omega) = G(j\omega)$ ○ $F(\omega) = G(j\omega T)$ ○ $F(\omega) = G(e^{j\omega})$ ○ $F(\omega) = G(e^{j\omega T})$

12. Indicare quali delle seguenti specifiche di progetto vengono considerate “specifiche statiche”:

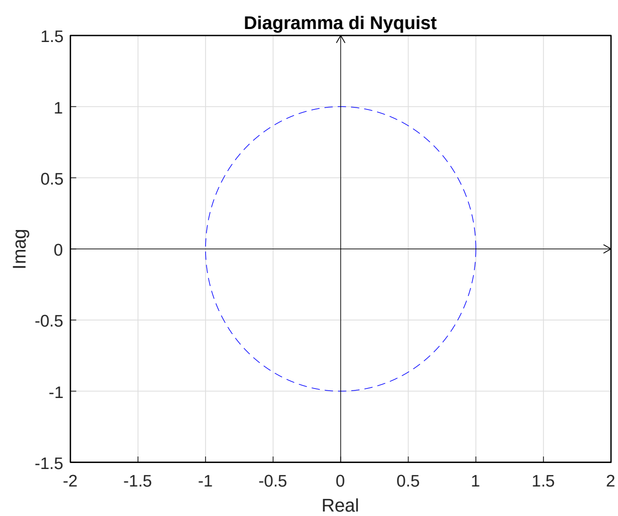
○ Margine di fase; ○ Errore a regime per ingresso a gradino;
○ Larghezza di banda; ○ Insensibilitá alla variazioni parametriche alle basse frequenze;

13. Sulla figura riportata a fianco, disegnare l'andamento qualitativo, per $K = 1$, del diagramma di Nyquist del seguente sistema a ritardo finito:

$$G(s) = \frac{K\,e^{-2\,s}}{(s+1)}$$

Indicare per quali dei seguenti valori del parametro K il sistema retroazionato é sicuramente stabile:

○ $K > 1$ ○ $K < 1$
○ $K > 2$ ○ $K < 2$



14. Sia dato un sistema dinamico non lineare retroazionato (di quelli trattati a lezione) caratterizzato dalla presenza di un solo ciclo limite **instabile**. Nei limiti della precisione del metodo della funzione descrittiva, é possibile affermare che:

○ il sistema é stabile se la condizione iniziale é molto vicina all'origine;
○ il sistema é instabile se la condizione iniziale é molto vicina all'origine;
○ il sistema é stabile se la condizione iniziale é molto lontana dall'origine;
○ il sistema é instabile se la condizione iniziale é molto lontana dall'origine;