Controlli Automatici - Prima parte

21 Giugno 2023 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

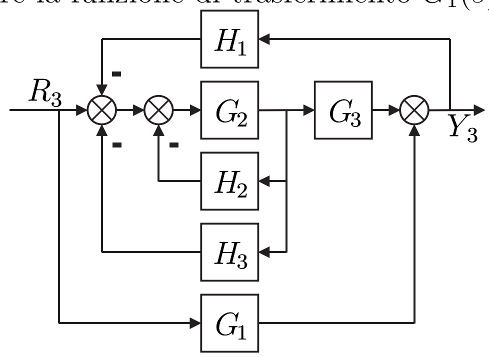
$$x_1(t) = (6 + 3\,e^{-2t})\sin(5t), \qquad x_2(t) = (3 + 5\,t^4)\,e^{2\,t}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{s+2}{s+9}, \qquad G_2(s) = \frac{7}{s(1+3\,s)}$$

b) Dato lo schema a blocchi riportato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s)$:

$$G_1(s) = \frac{Y_3(s)}{R_3(s)} = \ldots$$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

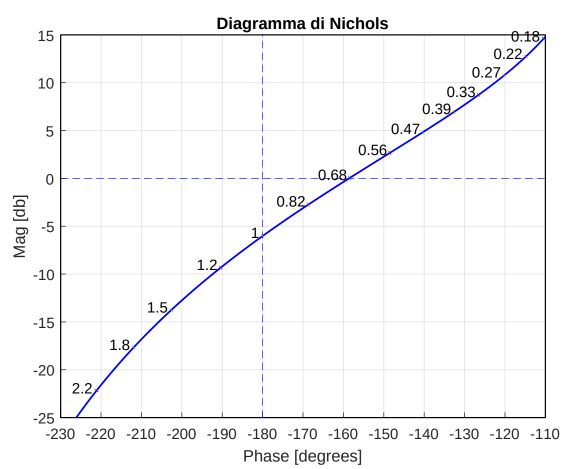
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

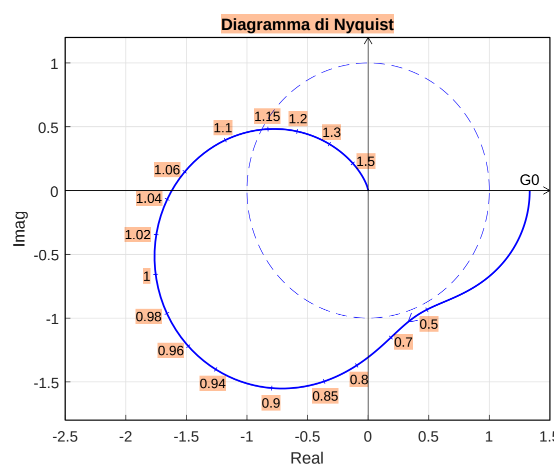
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



$G_1(j\omega)$:

c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

$G_2(j\omega)$:

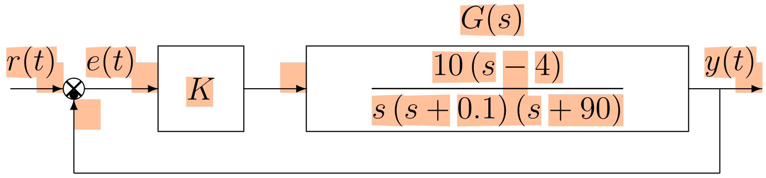
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



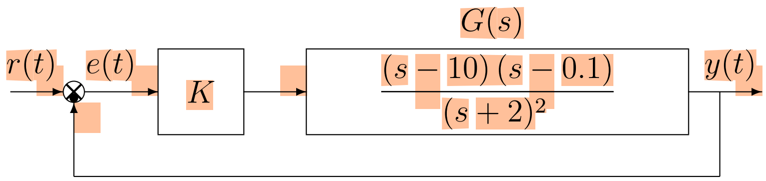
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.02$ per ingresso a rampa $x(t) = 4t$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

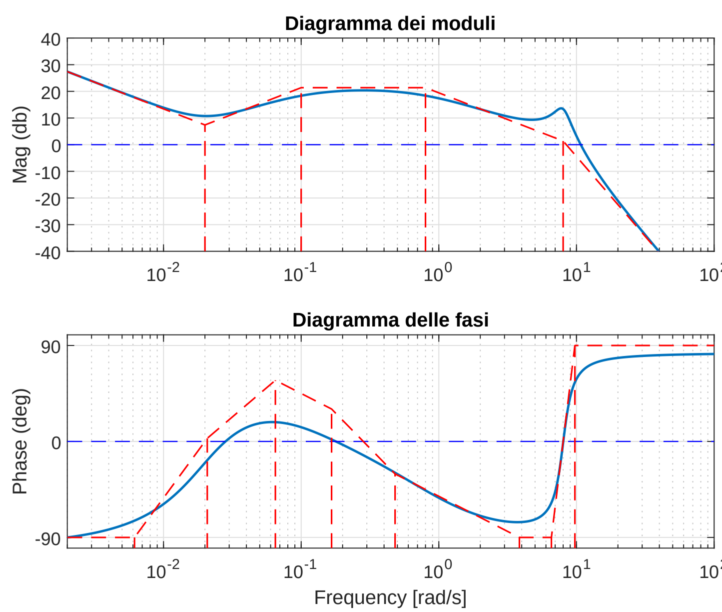
e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte

21 Giugno 2023 - Domande

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

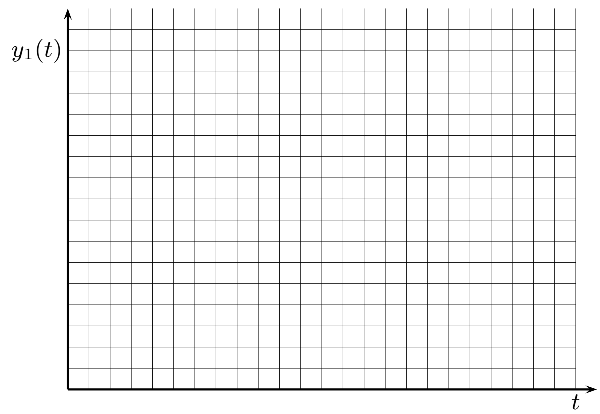
$$5\,\dddot{y}(t)+3\,\ddot{y}(t)+\dot{y}(t)+4\,y(t) = 3\,\ddot{x}(t)+2\,x(t) \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{s}{(s+4)}$$

Calcolare inoltre il valore iniziale y_0, il valore y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:

$y_0 =$ $\qquad$ $y_\infty \simeq$ $\qquad$ $T_a \simeq$



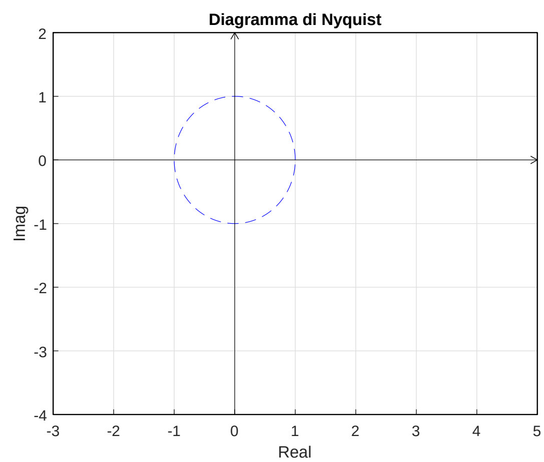
3. Sul piano di Nyquist riportato a fianco disegnare l'andamento qualitativo della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ di un sistema $G(s)$ a fase minima caratterizzato dai seguenti parametri:

   a) Guadagno statico $G(0) = 4$;

   b) Margine di fase $M_\varphi \simeq 30°$;

   c) Margine di ampiezza $M_\alpha \simeq 2$;

   d) Grado relativo $r = 3$;



4. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale $x(t)$:

$$x(t) = 5 + 3\cos(2\,t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{8}{(s+2)^2}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

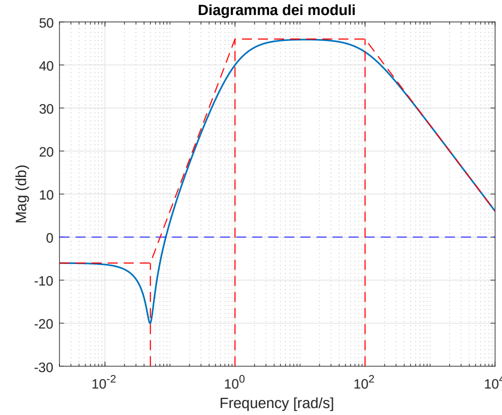
5. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $2\,\dot{y}(t) + 3\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 4$.

$$y(t) =$$

6. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza M_R maggiore di uno se e solo se

◯ $0 < \delta < 1$ $\qquad$ ◯ $0 < \delta < \frac{1}{2}$ $\qquad$ ◯ $0 < \delta < \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\qquad$ ◯ $0 < \delta < \sqrt{2}$

7. Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli di un sistema $G(s)$ a fase minima.



Utilizzando la formula di Bode, calcolare in modo approssimato la fase φ del sistema $G(s)$ in corrispondenza delle seguenti pulsazioni ω:

$$\omega_1 = 0.04 \quad \to \quad \varphi_1 \simeq$$

$$\omega_2 = 1 \quad \to \quad \varphi_2 \simeq$$

$$\omega_3 = 100 \quad \to \quad \varphi_3 \simeq$$

$$\omega_4 = 2000 \quad \to \quad \varphi_4 \simeq$$

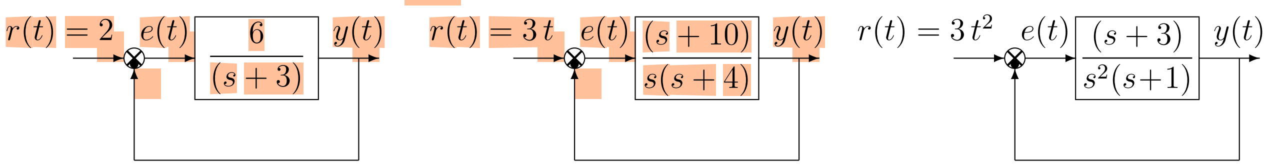
8. La pulsazione di risonanza ω_R di un sistema del 2° ordine è:

◯ $\omega_R = \omega_n\sqrt{1-\delta^2}$ ◯ $\omega_R = \omega_n\sqrt{1-2\delta^2}$ ◯ $\omega_R = \omega_n\delta\sqrt{1-\delta^2}$ ◯ $\omega_R = \omega_n\delta\sqrt{1-2\delta^2}$

9. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine caratterizzato da un guadagno statico $G(0) = 3$, da una pulsazione naturale $\omega_n = 5$ e da un tempo di assestamento $T_a = 6$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) =$$

10. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:

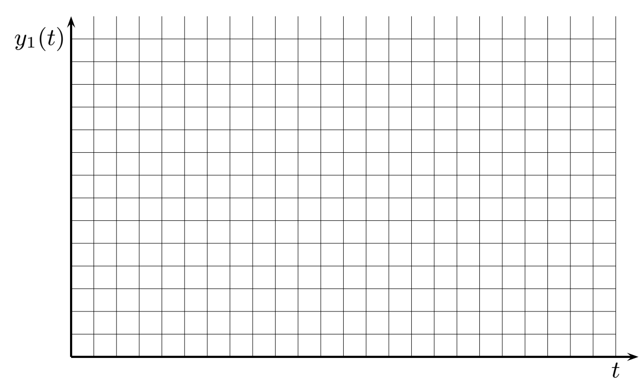


$e(\infty) =$ $e(\infty) =$ $e(\infty) =$

11. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{50(4+0.9s)(3s+20)(s^2+8s+60^2)}{(s+5)(0.3s+5)(s^2+1.2s+40)(s^2+15s+400)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:



$y_\infty =$ $T_a \simeq$ $T_\omega \simeq$

12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s+5)^2}{s^2(4s-1)}e^{-3\,s} \quad \to \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

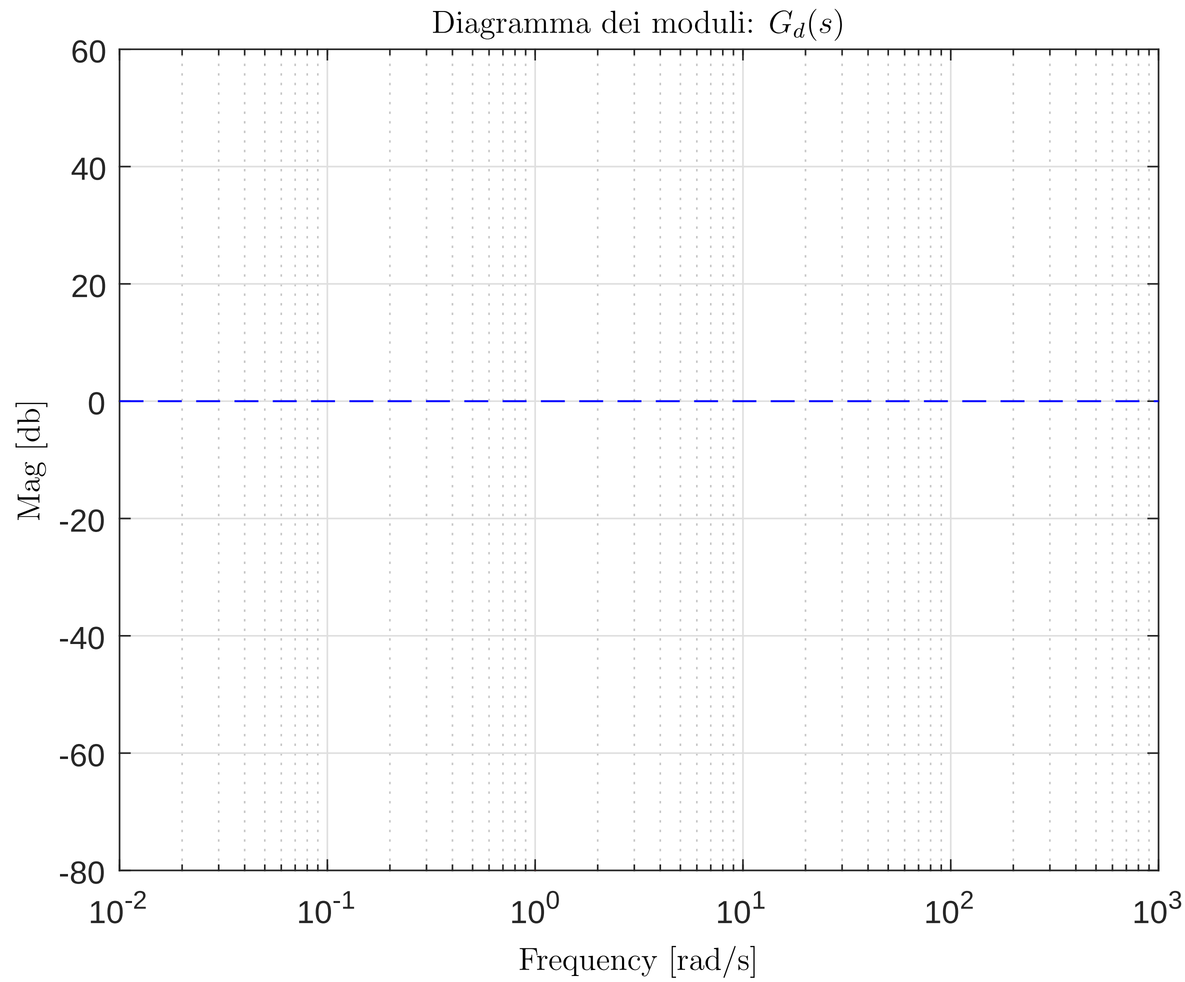


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
Mag [db]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

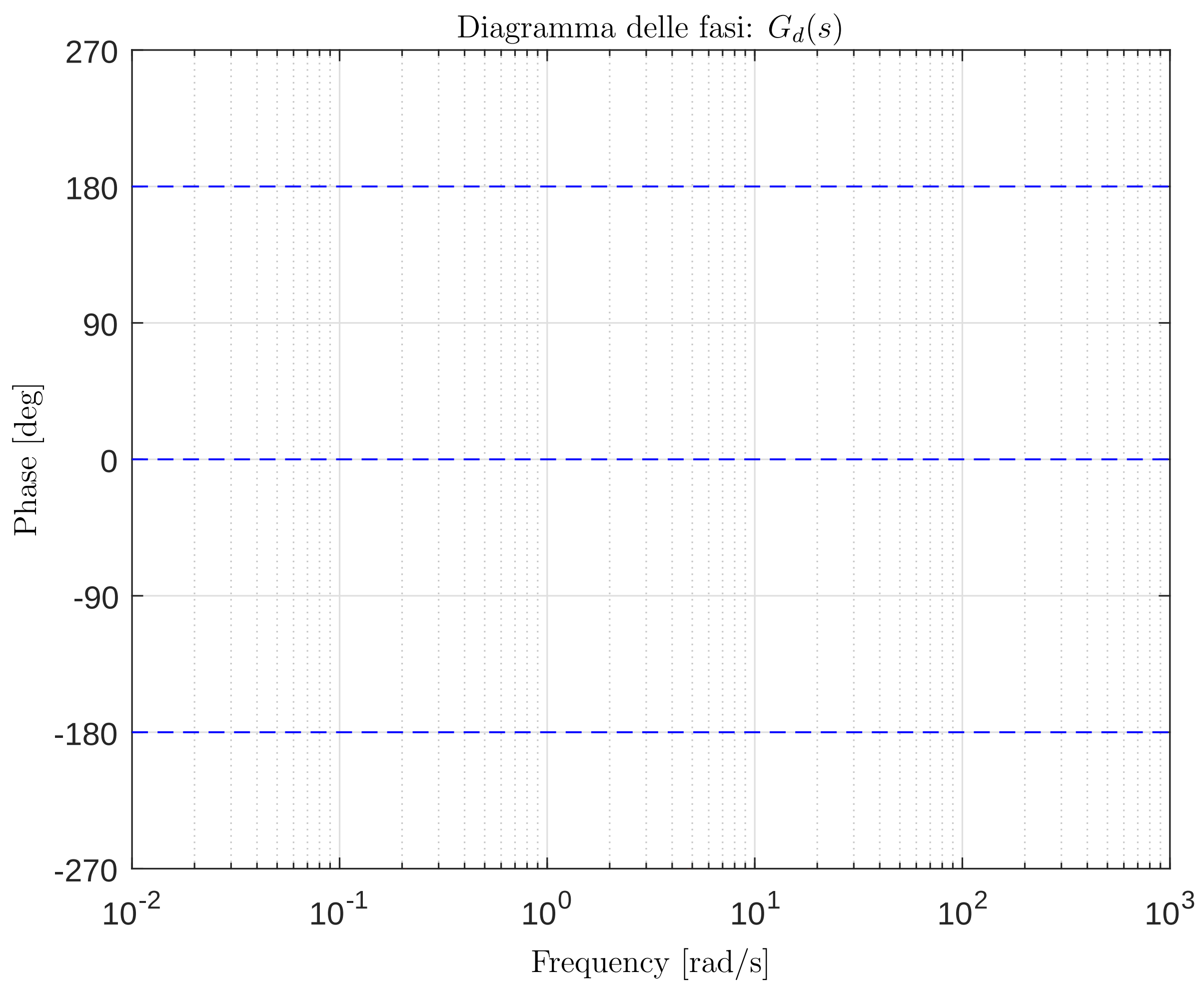


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
270
180
90
0
-90
-180
-270
Phase [deg]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

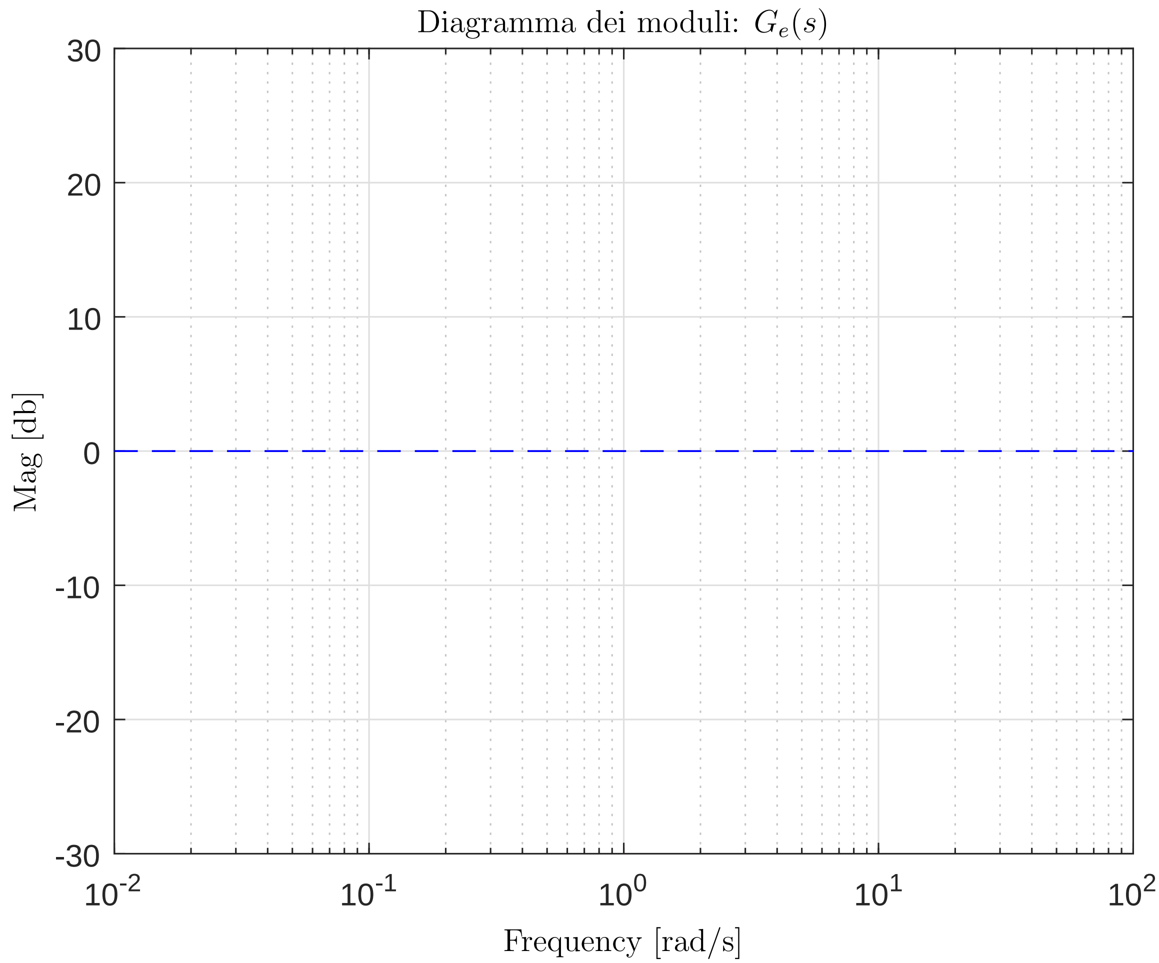


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
30
20
10
0
-10
-20
-30
Mag [db]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

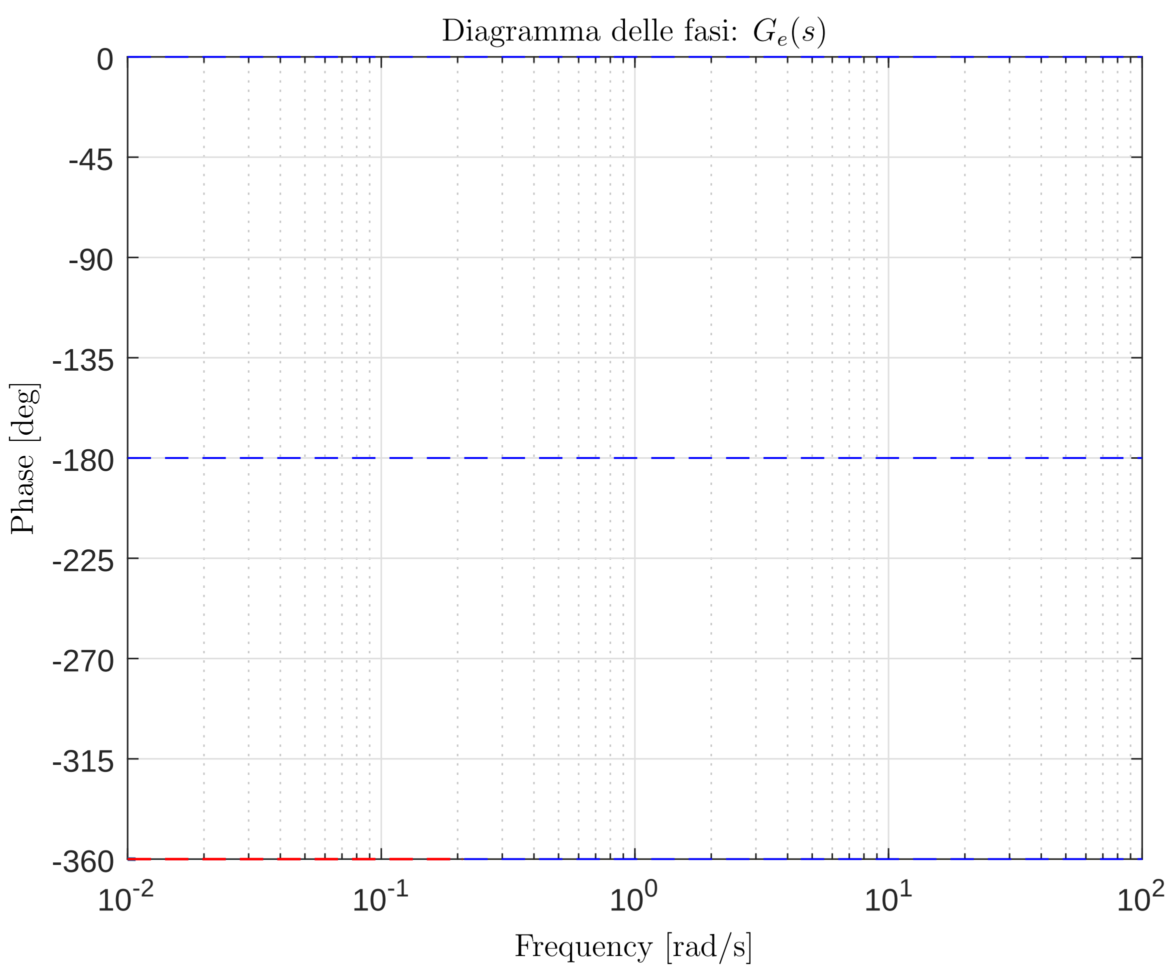


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
-315
-360
Phase [deg]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]