Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte
21 Giugno 2022 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

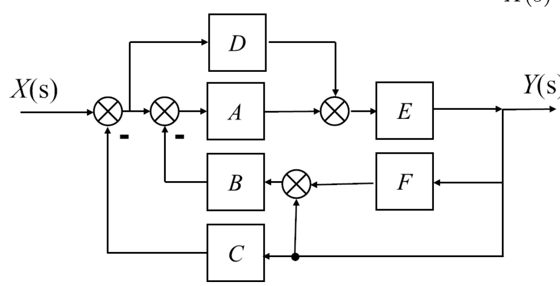
$$x_1(t) = (2\,t + 5\,e^{-3t})\,t^3, \qquad x_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ 2\,e^{-4\,(t-3)}\sin(5(t-3)) & t \geq 3 \end{cases}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{12\,(1+s)}{s(2+s)(3+s)}, \qquad G_2(s) = 5 + \frac{3\,(s-2)}{(s-2)^2+64}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

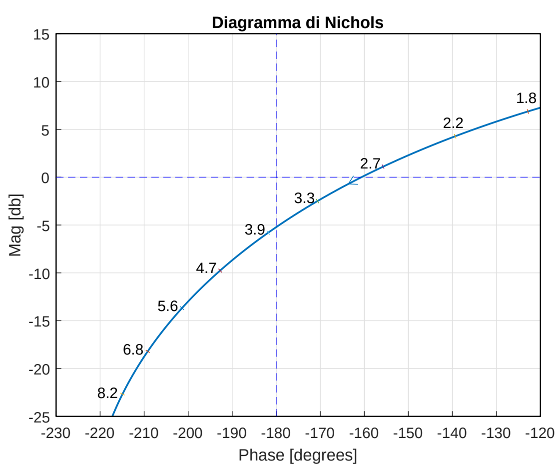
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

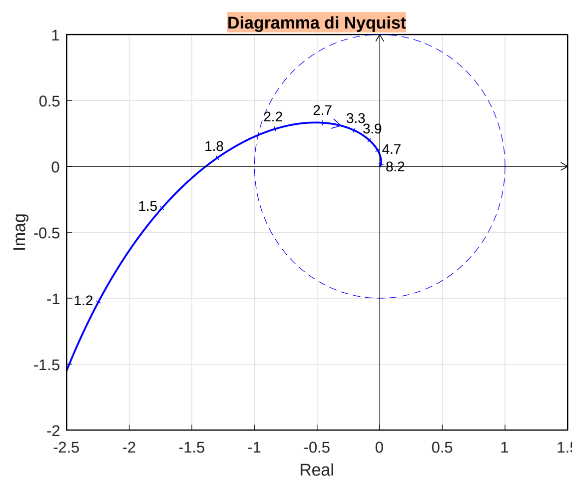
c.3) il guadagno K_a per cui il sistema $K_a\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_a = 5$;

c.4) la risposta a regime $y_r(t)$ del sistema $G(s)$ ad un ingresso sinusoidale $x(t) = 5\cos(2.2t)$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_a =$ ....

c.3) $K_a =$ ....

c.4) $y_r(t) =$ ....

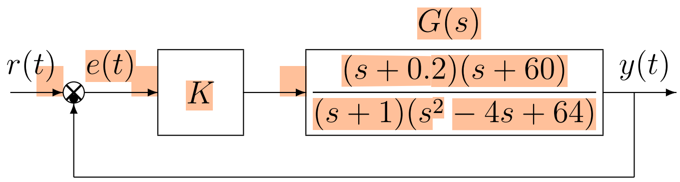
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_a =$ ....

c.4) $y_r(t) =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



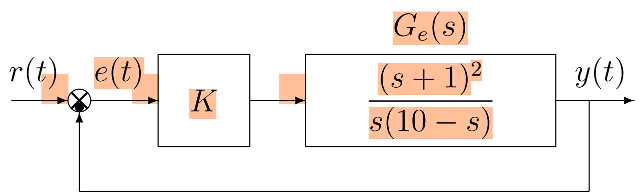
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_p| = 0.1$ per ingresso a gradino $x(t) = 3$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

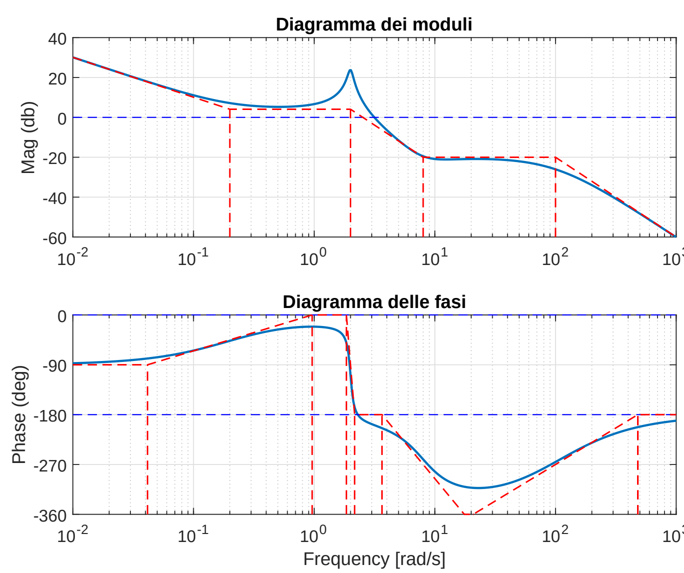
e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Controlli Automatici - Prima parte

21 Giugno 2022 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Siano $Y(s)$, $X_1(s)$ e $X_2(s)$ le trasformate di Laplace dei segnali temporali $y(t)$, $x_1(t)$ e $x_2(t)$. Scrivere, in funzione dei segnali temporali $y(t)$, $x_1(t)$ e $x_2(t)$, l'equazione differenziale corrispondente al seguente legame tra le trasformate di Laplace $Y(s)$, $X_1(s)$ e $X_2(s)$:

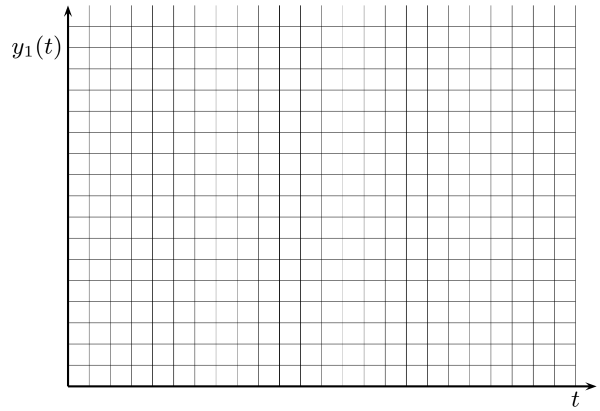
$$Y(s) = \frac{(2\,s+3)X_1(s) + 4\,X_2(s)}{s^3 + 4\,s^2 + 5\,s + 2} \qquad \rightarrow \qquad \ldots$$

2. Utilizzando i teoremi del valore iniziale e del valore finale, disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{10(2-4\,s)}{(6+4\,s)(s+10)}$$

Calcolare il valore iniziale y_0, il valore finale y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:

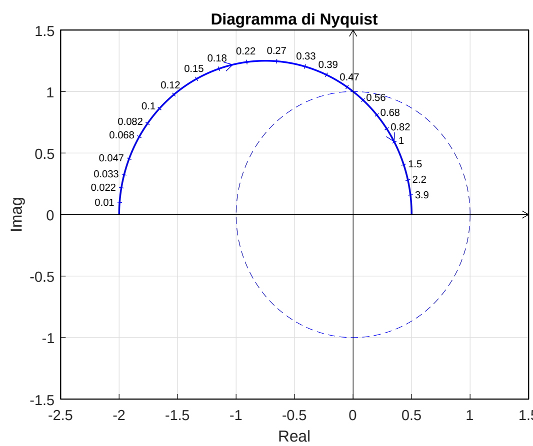
$y_0 =$ $\qquad$ $y_\infty \simeq$ $\qquad$ $T_a \simeq$



3. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{(4s-1)}{2(s+1)}$.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

- ◯ $-2 < K < \frac{1}{2}$;
- ◯ $-\frac{1}{2} < K < 2$;
- ◯ $(K < -2) \cup (K > \frac{1}{2})$;
- ◯ $(K < -\frac{1}{2}) \cup (K > 2)$;



4. Nella scomposizione in fratti semplici, quali sono i *modi* $g_1(t)$ e $g_2(t)$ corrispondenti ad una coppia di poli complessi coniugati sull'asse immaginario $p_{1,2} = \pm 2\,j$ con grado di molteplicità $\nu = 2$:

$g_1(t) =$ $\qquad\qquad$ $g_2(t) =$

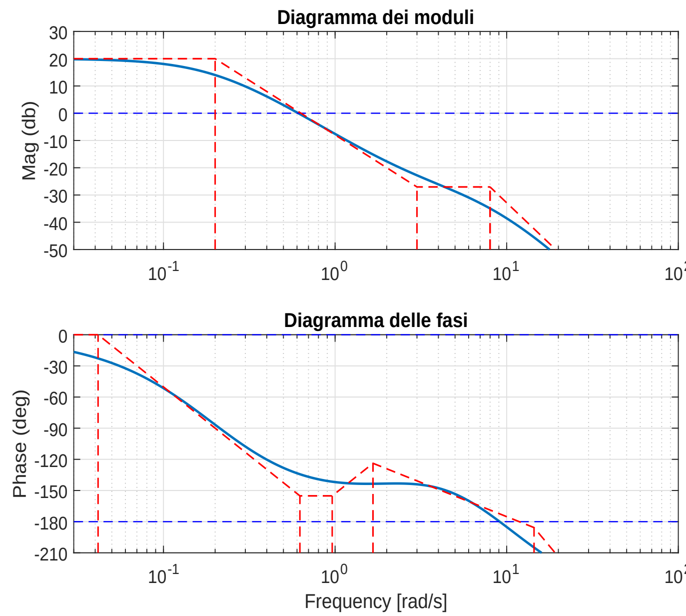
5. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine caratterizzato da un guadagno statico $G(0) = 4$, da una pulsazione naturale $\omega_n = 5$ e da un tempo di assestamento $T_a = 1$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) =$$

6. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 4 + 2\cos(3\,t) \longrightarrow \boxed{\overset{G(s)}{\dfrac{6\,s}{(s+4)}}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

7. In figura sono mostrati i diagrammi di Bode di un sistema lineare $G(s)$. Nei limiti della precisione del grafico, calcolare:



a) la posizione dei poli dominanti $p_{1,2}$ del sistema $G(s)$:

$$p_{1,2} \simeq \ldots\ldots$$

b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino del sistema $G(s)$:

$$T_a \simeq \ldots\ldots$$

c) i margini di stabilità del sistema $G(s)$:

$$M_\varphi \simeq \ldots\ldots \quad , \qquad M_a \simeq \ldots\ldots$$

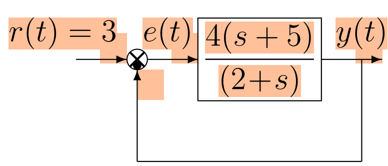
d) l'errore a regime e_p del sistema retroazionato per ingresso a gradino unitario:

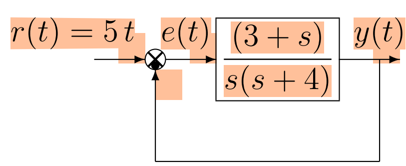
$$e_p = \ldots\ldots$$

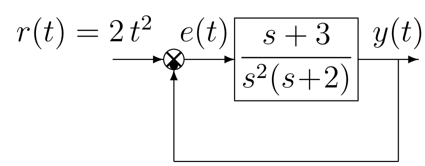
8. Il picco di risonanza M_R di un sistema del 2° ordine è:

◯ $M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-2\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-2\delta^2}}$

9. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







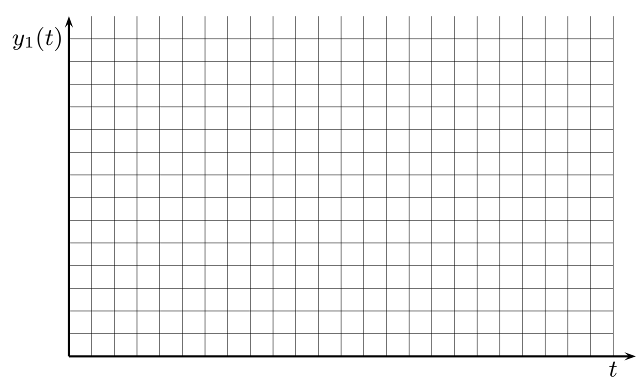
$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$

10. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{20(2+0.8s)(5s+30)(s^2+12s+10^2)}{(5s+4)(2s+18)(s^2+4s+81)(s^2+25)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



11. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(5\,s+1)(2-3\,s)^2}{s(s+4)}\,e^{-3\,t_0 s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

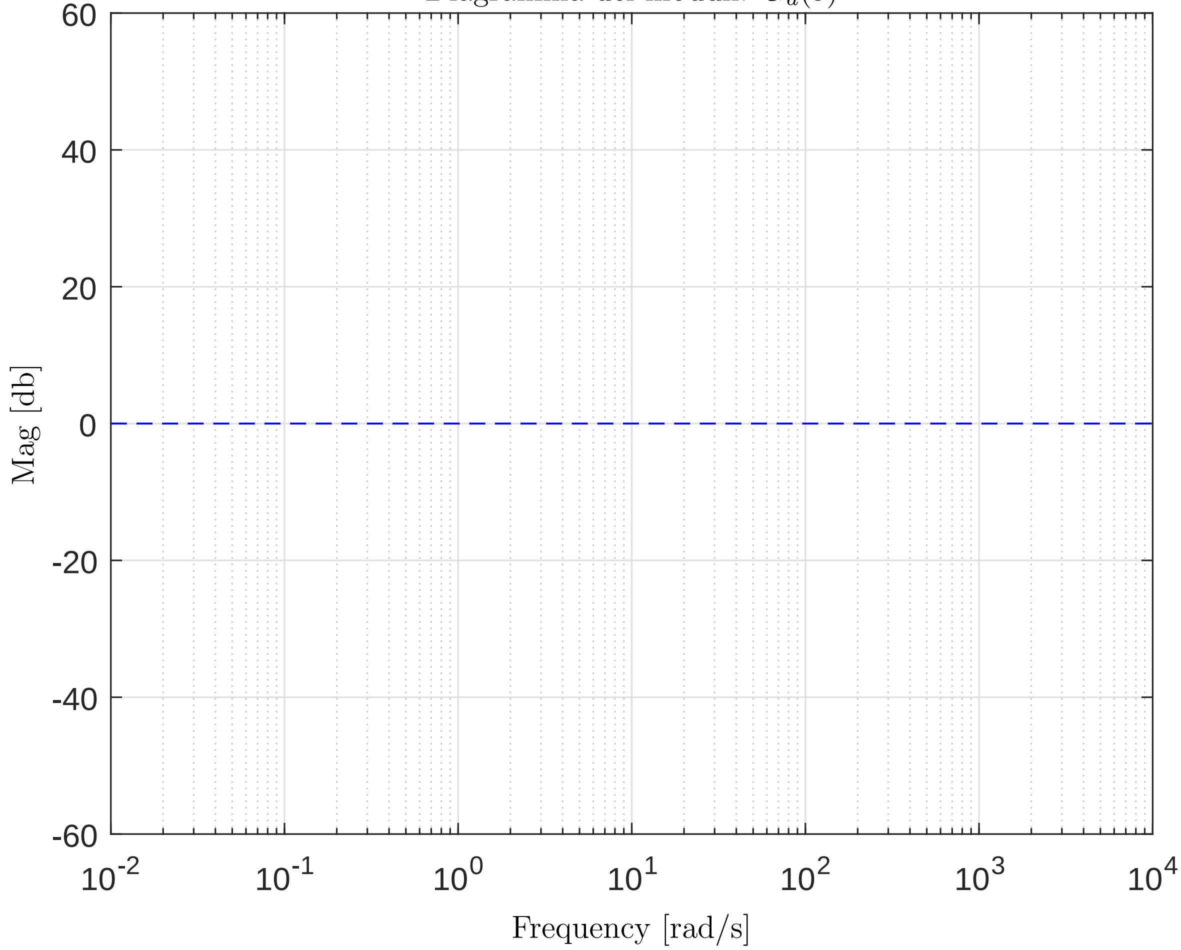
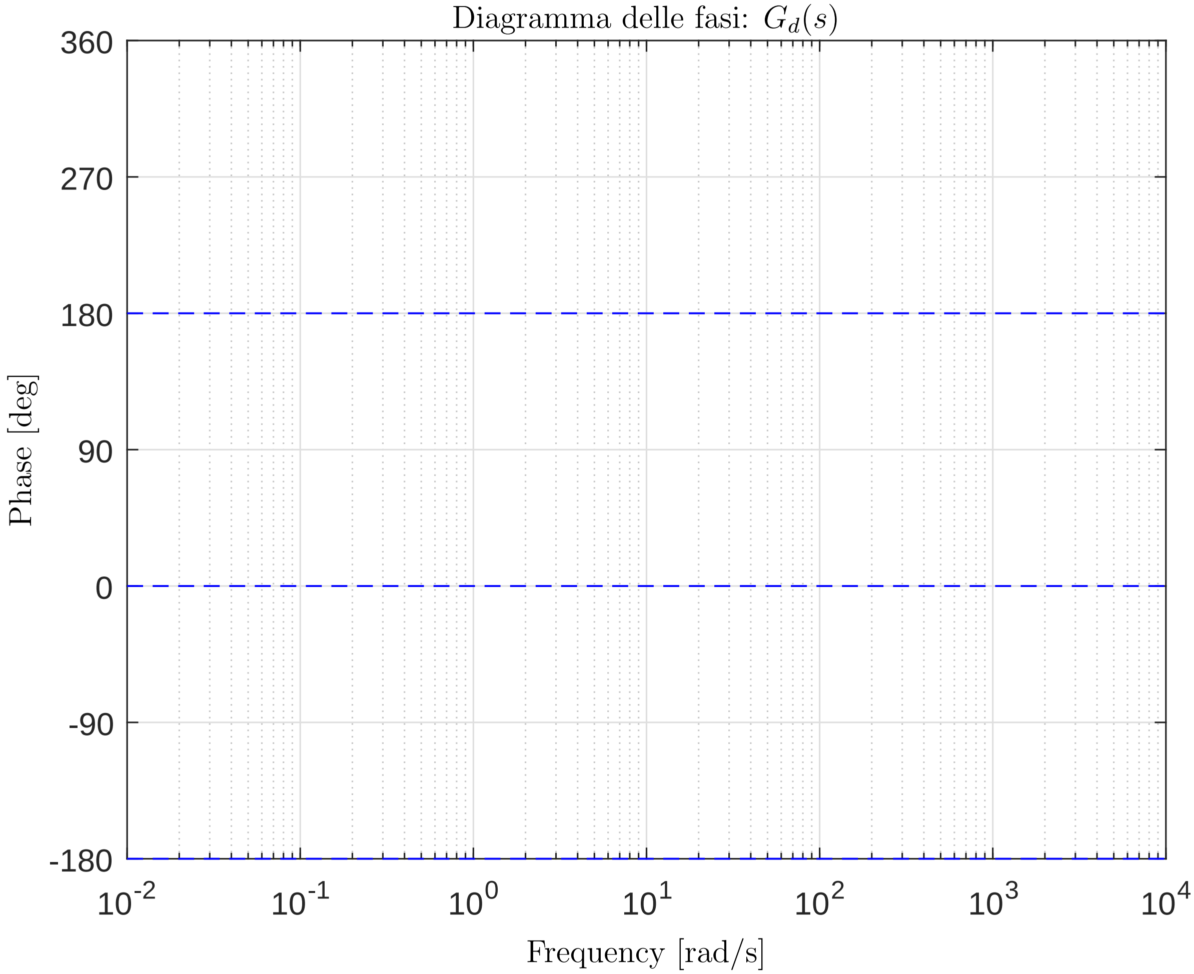


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$



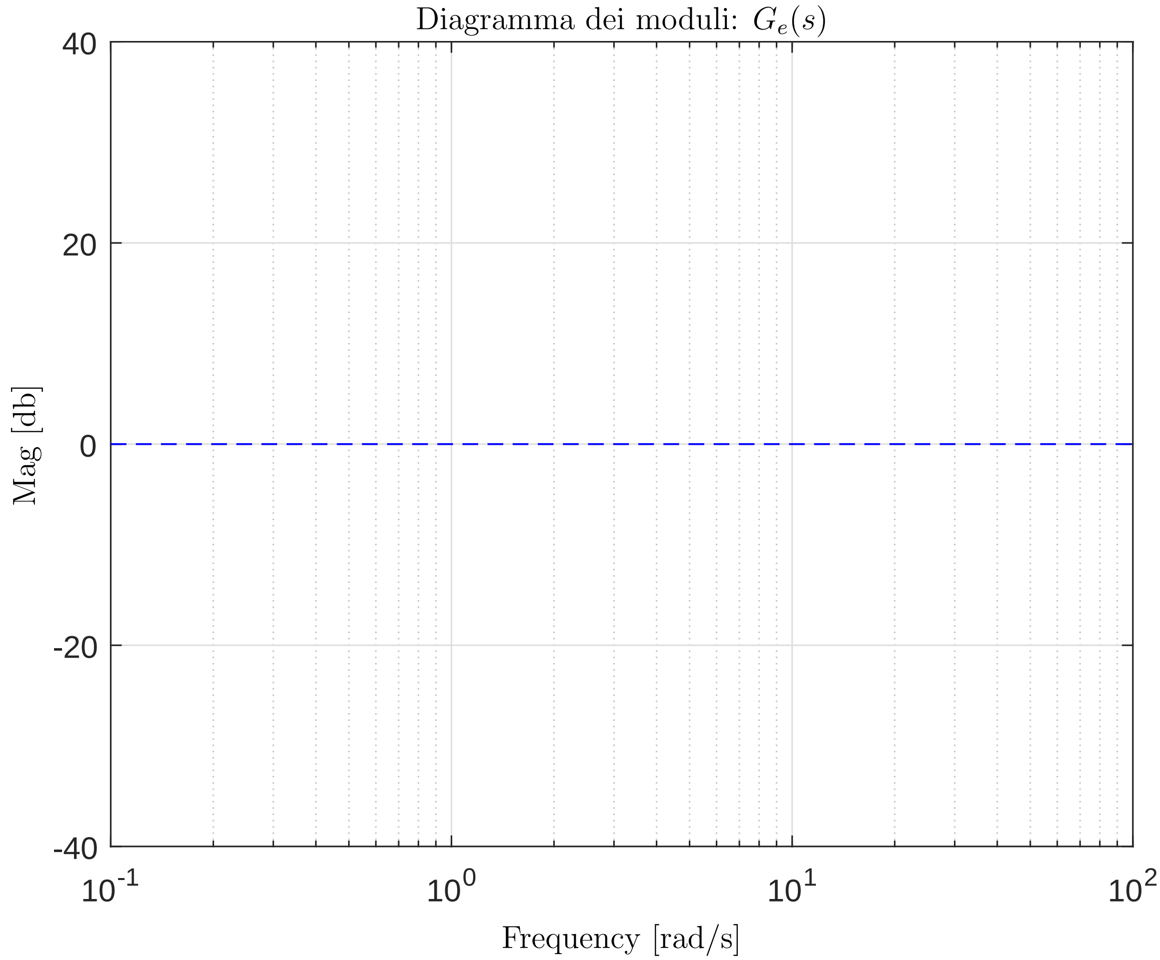


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
40
20
0
-20
-40
Mag [db]
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

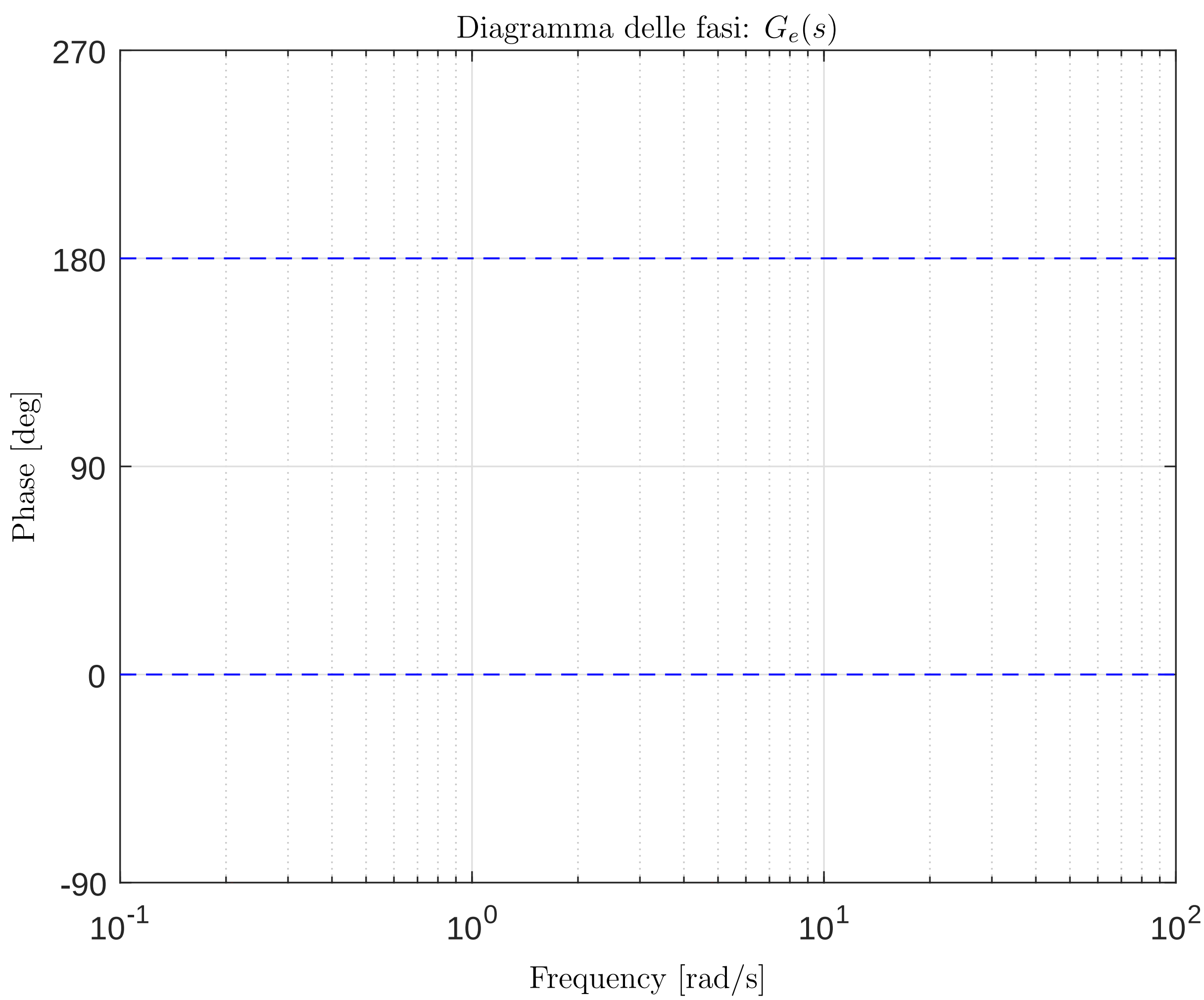


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
270
180
90
0
-90
Phase [deg]
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]