

Controlli Automatici - Prima parte
12 Aprile 2023 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = [4t^5 e^{-2t} + \cos(5t)] e^{-3t},$$

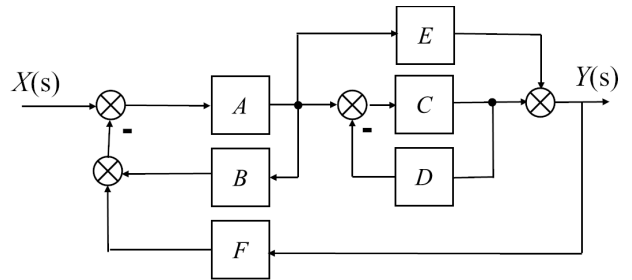
$$x_2(t) = 5(t - 2) + 8t^3 + \delta(t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{21}{(s+1)(s+2)(1+4s)}$$

$$G_2(s) = 4 + \frac{2(s+7)}{(s+7)^2 + 9}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:



$G(s) = \dots$

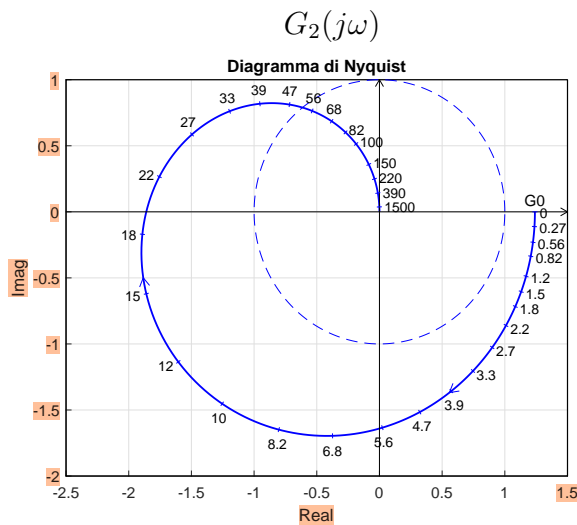
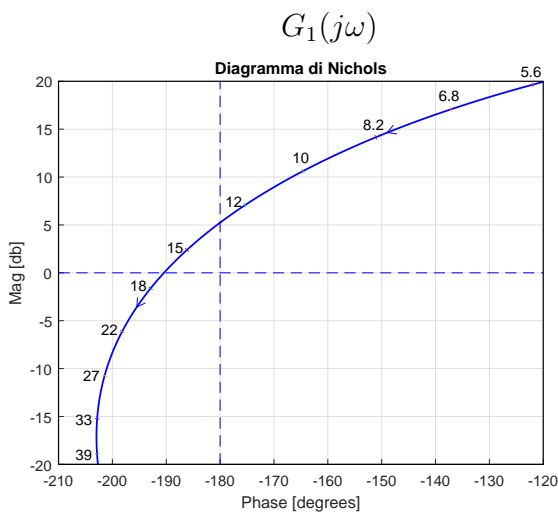
c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;



c.1) $M_a = \dots\dots\dots$

c.2) $M_\varphi = \dots\dots\dots$

c.3) $K_\varphi = \dots\dots\dots$

c.4) $K_\alpha = \dots\dots\dots$

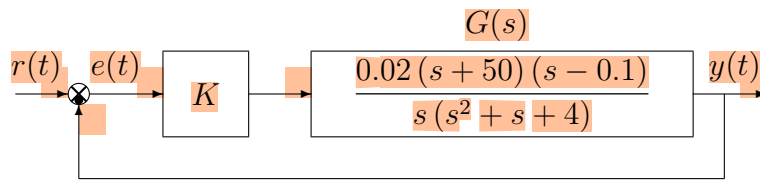
c.1) $M_a = \dots\dots\dots$

c.2) $M_\varphi = \dots\dots\dots$

c.3) $K_\varphi = \dots\dots\dots$

c.4) $K_\alpha = \dots\dots\dots$

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



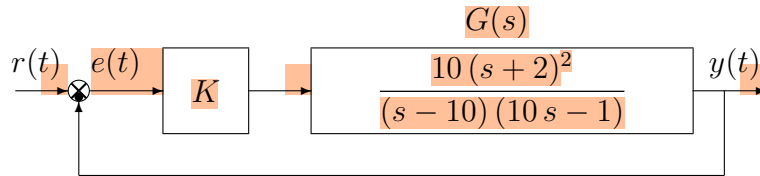
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l’asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^* .

d.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.01$ per ingresso a rampa $x(t) = 3t$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



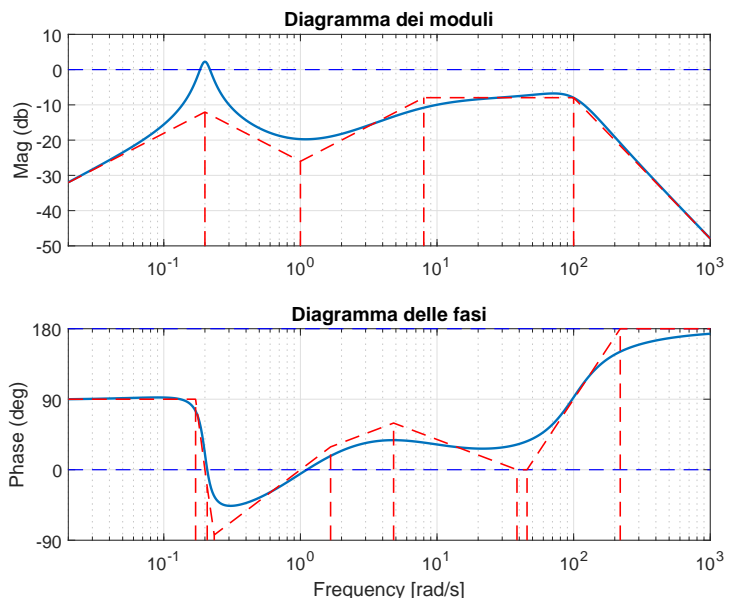
e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l’espressione analitica della funzione $G(s)$.



$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ .

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Si risponde alle seguenti domande.

1. Siano $Y(s)$ e $X(s)$ le trasformate di Laplace dei segnali temporali $y(t)$ e $x(t)$. Scrivere l'equazione differenziale, in funzione di $x(t)$, $y(t)$ e delle loro derivate prime e successive, corrispondente alla seguente funzione di trasferimento $\frac{Y(s)}{X(s)}$:

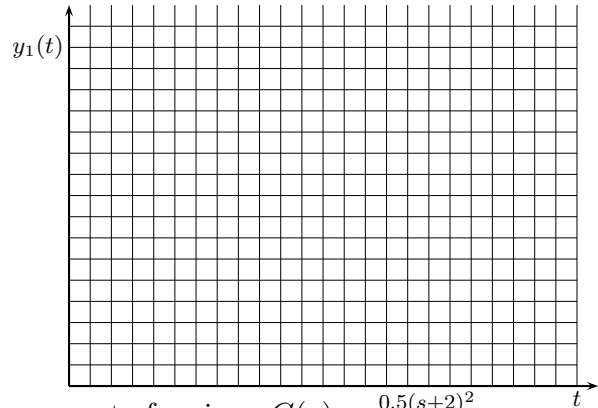
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(s+3)^2}{3s^4 + s^3 + 5s^2 + 2s + 4} \rightarrow \dots$$

2. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{4}{(s^2 + 4)}$$

Calcolare il valore iniziale y_0 , il valore y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:

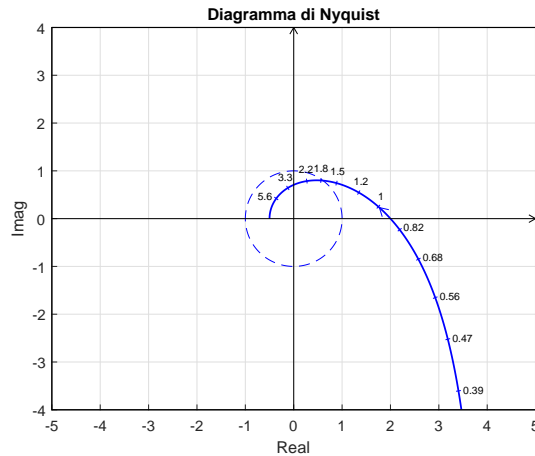
$$y_0 = \quad y_\infty \simeq \quad T_a \simeq$$



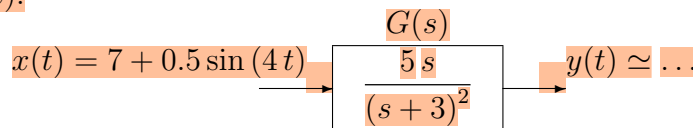
3. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{0.5(s+2)^2}{s(1-s)}$.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K :

- $-2 < K < \frac{1}{2}$;
- $-\frac{1}{2} < K < 2$;
- $(K < -2) \cup (K > \frac{1}{2})$;
- $(K < -\frac{1}{2}) \cup (K > 2)$;



4. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale $x(t)$:



5. Nella Tabella di Routh, le soluzioni dell'equazione ausiliaria sono:

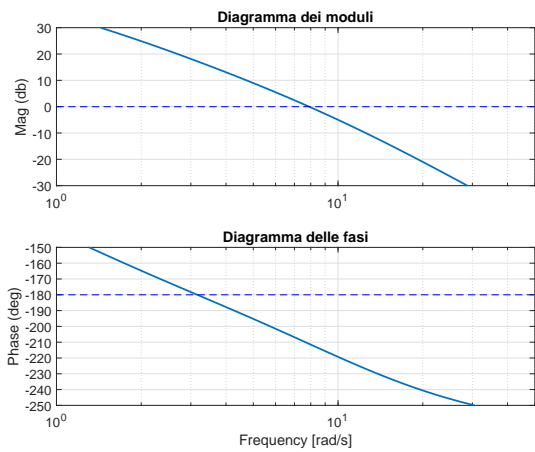
- Sempre complesse coniugate
- Un sottoinsieme delle soluzioni dell'equazione caratteristica
- Simmetriche rispetto all'origine del piano complesso
- Sempre in numero pari

6. Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode riportati a fianco, relativi ad un sistema $G(s)$ a fase minima.

Leggere il margine di fase M_φ e il margine di ampiezza M_α del sistema $G(s)$:

$$M_\varphi = \dots\dots\dots$$

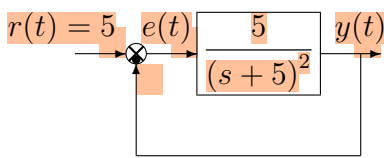
$$M_\alpha = \dots\dots\dots$$



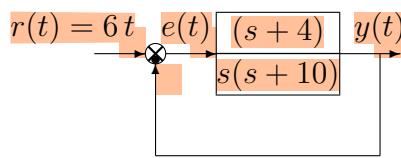
7. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace del segnale $f(t)$. Fornire l'enunciato della proprietà della "Trasformata dell'integrale":

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t f(\tau) d\tau \right] =$$

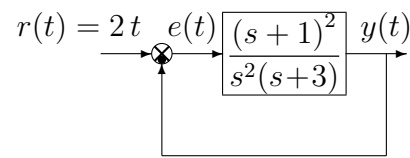
8. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$

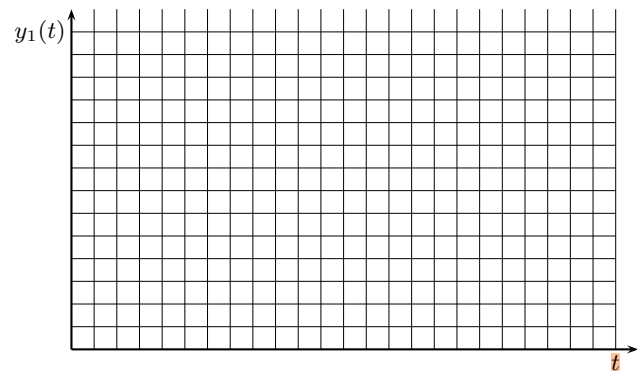
9. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{200(9 + 0.4s)(2s + 30)(s^2 + 12s + 40^2)}{(5s + 1)(0.5s + 3)(s^2 + 16s + 400)(s^2 + 10s + 300)}$$

Calcolare inoltre:

- a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \rightarrow \infty$;
- b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
- c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$$y_\infty = \quad T_a \simeq \quad T_\omega \simeq$$



10. La funzione di risposta armonica $F(\omega) = G(j\omega)$:

- È una funzione complessa di variabile reale
- È una funzione complessa di variabile complessa
- Descrive la risposta durante il transitorio di un sistema dinamico lineare tempo-invariante asintoticamente stabile sottoposto ad ingresso sinusoidale
- Descrive la risposta a regime di un sistema dinamico lineare tempo-invariante asintoticamente stabile sottoposto ad ingresso sinusoidale

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

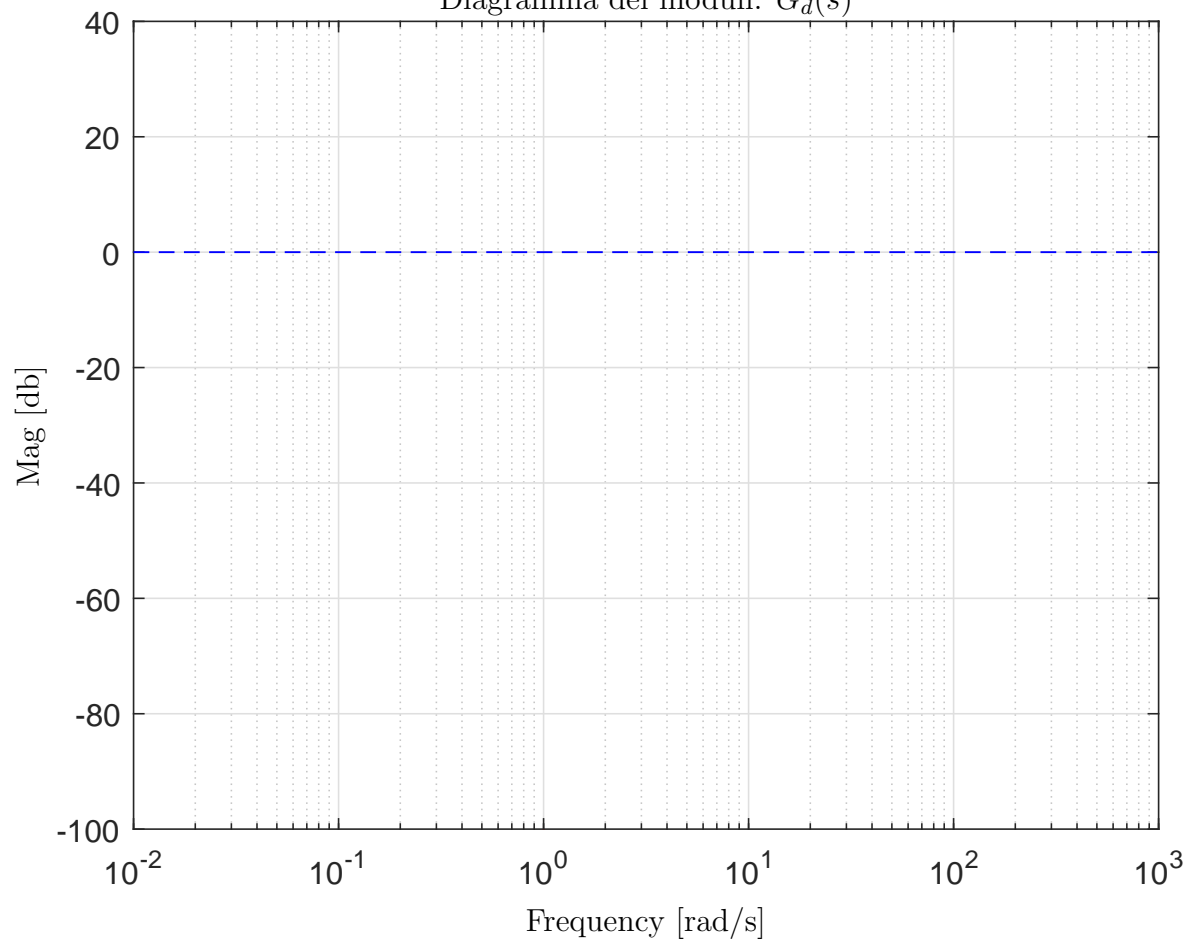


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$

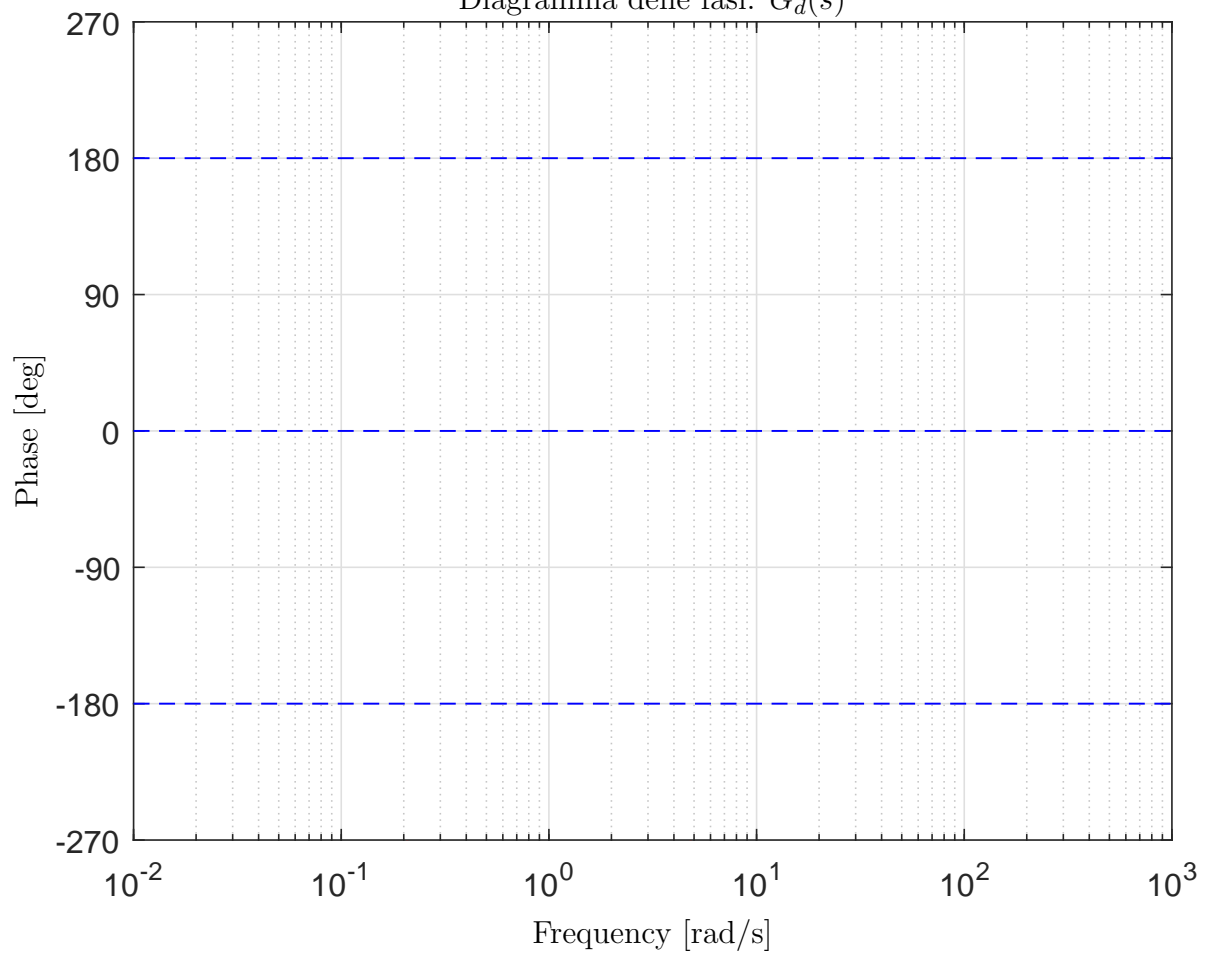


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$

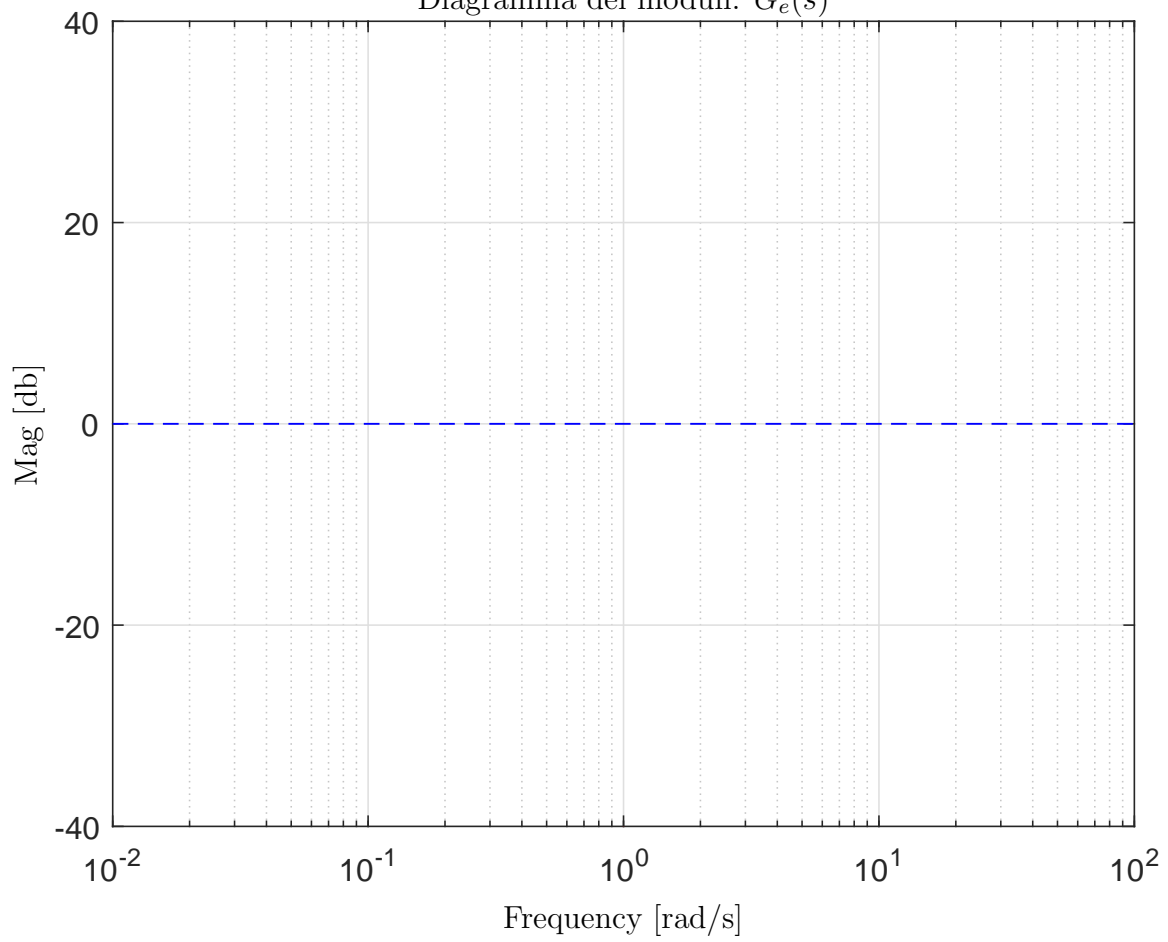


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$

