Controlli Automatici - Prima parte
11 Aprile 2022 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

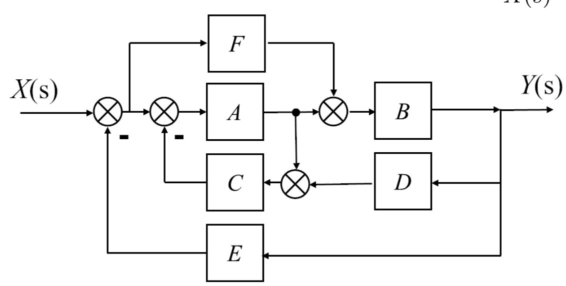
$$x_1(t) = 3\,t^2\,e^{-4\,t} - 5\,e^{-3\,t}\sin(2t), \qquad x_2(t) = 5\,\delta(t-2) + 4\,e^{t}\cos(3t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{18}{s(s+3)^2}, \qquad G_2(s) = \frac{5\,(s+3)\,e^{-2\,s}}{(s+3)^2+49}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

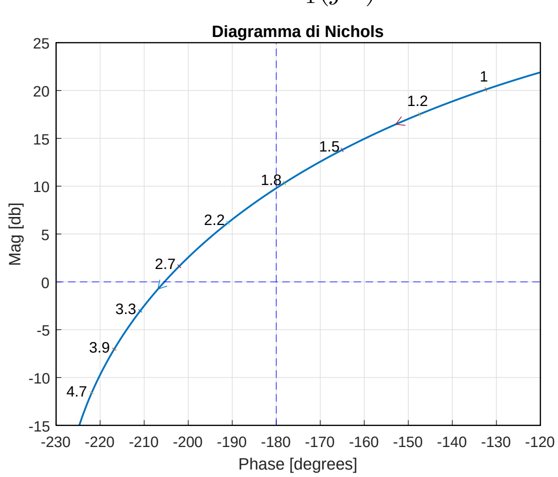
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

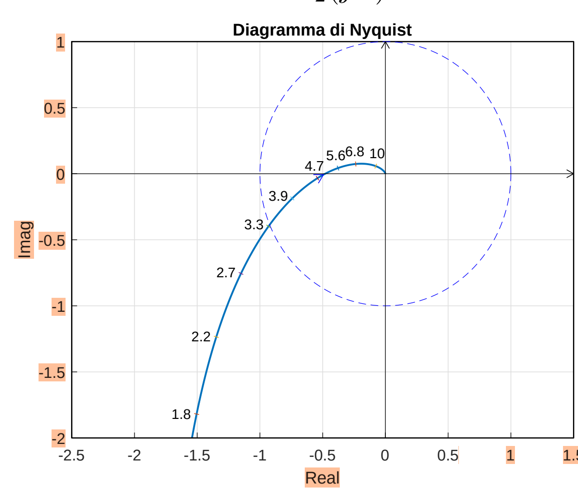
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) la risposta a regime $y_r(t)$ del sistema $G(s)$ ad un ingresso sinusoidale $x(t) = 3\sin(2.7t)$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $y_r(t) =$ ....

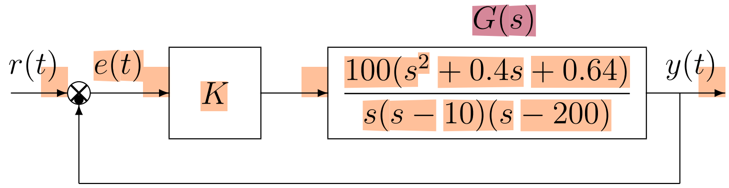
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $y_r(t) =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



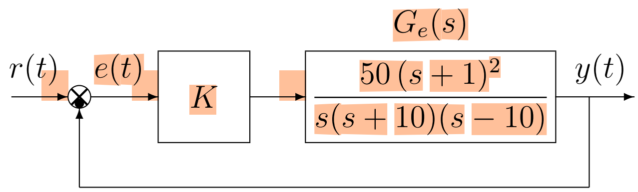
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.01$ per ingresso a rampa $x(t) = 3t$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

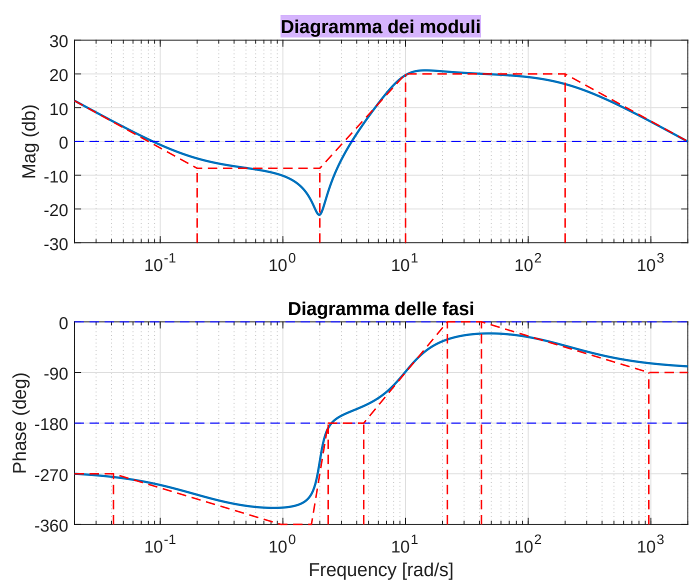
e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Controlli Automatici - Prima parte

11 Aprile 2022 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Siano $Y(s)$, $X_1(s)$ e $X_2(s)$ le trasformate di Laplace dei segnali temporali $y(t)$, $x_1(t)$ e $x_2(t)$. Scrivere, la trasformata di Laplace $Y(s)$, in funzione delle trasformate di Laplace $X_1(s)$ e $X_2(s)$, corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\dddot{y}(t)+3\,\ddot{y}(t)+\alpha\,\dot{y}(t)+5\,y(t) = 3\,x_1(t)+\dot{x}_2(t)+4\,x_2(t) \qquad \rightarrow \qquad Y(s) = \dots$$

Applicando il criterio di Routh, dire per quali valori del parametro α la funzione $Y(s)$ è stabile:

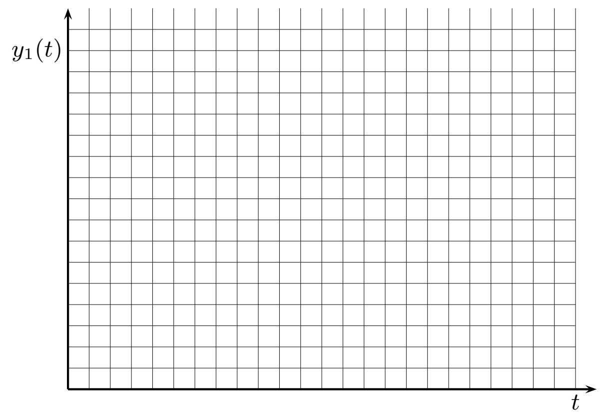
$$\dots\ \alpha\ \dots$$

2. Utilizzando i teoremi del valore iniziale e del valore finale, disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{4-6s}{2+3s}$$

Calcolare il valore iniziale y_0, il valore finale y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:

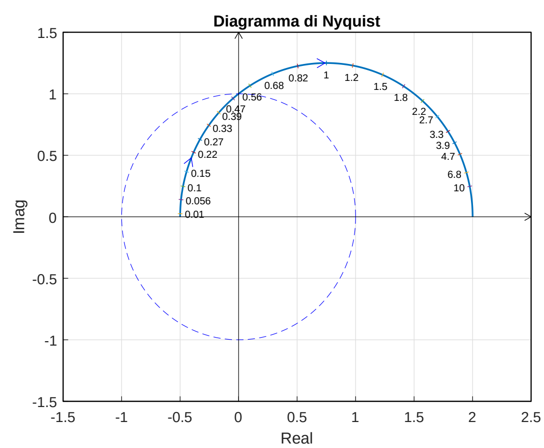
$y_0 =$ $\qquad$ $y_\infty \simeq$ $\qquad$ $T_a \simeq$



3. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{(4s-1)}{2(s+1)}$.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

- ◯ $-2 < K < \frac{1}{2}$;
- ◯ $-\frac{1}{2} < K < 2$;
- ◯ $(K < -2) \cup (K > \frac{1}{2})$;
- ◯ $(K < -\frac{1}{2}) \cup (K > 2)$;



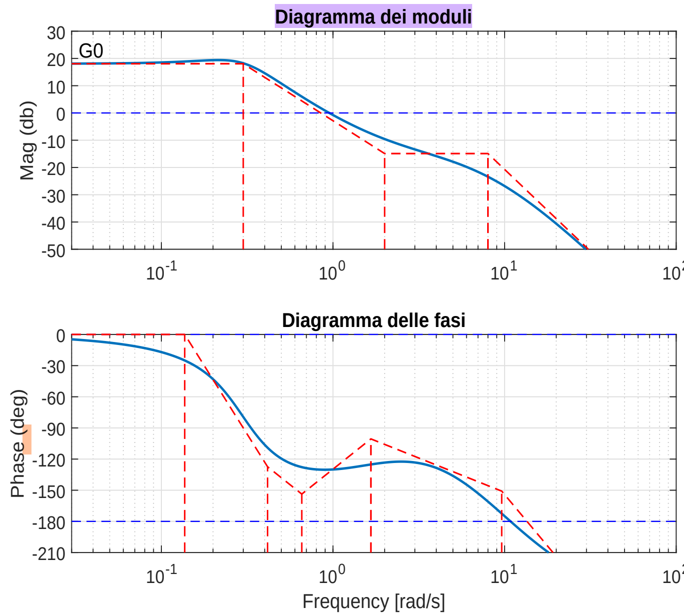
4. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 5 + 2\cos(3t) \longrightarrow \boxed{\frac{4(s-2)}{(s+2)}}_{\,G(s)} \longrightarrow y(t) \simeq \dots$$

5. In un sistema del 2^o ordine la distanza del poli dall'origine (a parità di direzione) influisce sui seguenti parametri della risposta al gradino

- ◯ tempo di ritardo
- ◯ tempo di salita
- ◯ tempo di assestamento
- ◯ coefficiente di smorzamento

6. In figura sono mostrati i diagrammi di Bode di un sistema lineare $G(s)$. Nei limiti della precisione del grafico, calcolare:



a) la posizione dei poli dominanti $p_{1,2}$ del sistema $G(s)$:

$$p_{1,2} \simeq \ldots\ldots$$

b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino del sistema $G(s)$:

$$T_a \simeq \ldots\ldots$$

c) i margini di stabilità del sistema $G(s)$:

$M_\varphi \simeq \ldots\ldots$, $M_a \simeq \ldots\ldots$

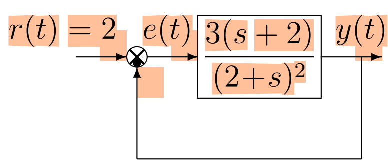
d) il guadagno statico K_0 del sistema $G(s)$:

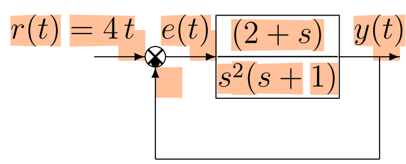
$$K_0 \simeq \ldots\ldots$$

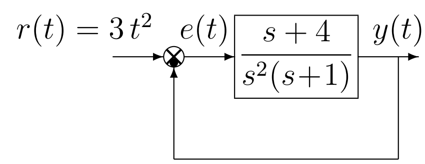
7. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $f(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della traslazione in s":

$$\mathcal{L}[e^{-a\,t} f(t)] =$$

8. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







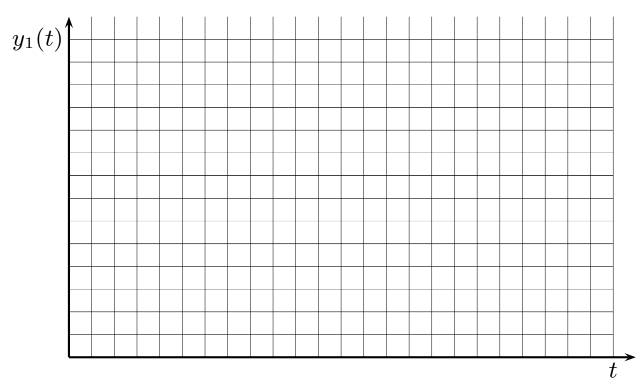
$e(\infty) =$ $e(\infty) =$ $e(\infty) =$

9. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{30(6+0.5s)(2s+20)(s^2+8s+30^2)}{(3s+18)(0.5s+4)(s^2+1.2s+36)(s^2+10s+400)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $T_a \simeq$ $T_\omega \simeq$



10. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(3\,s-2)(1+4\,s)}{s^2(3+s)^2}\, e^{-2\,t_0 s} \quad \to \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

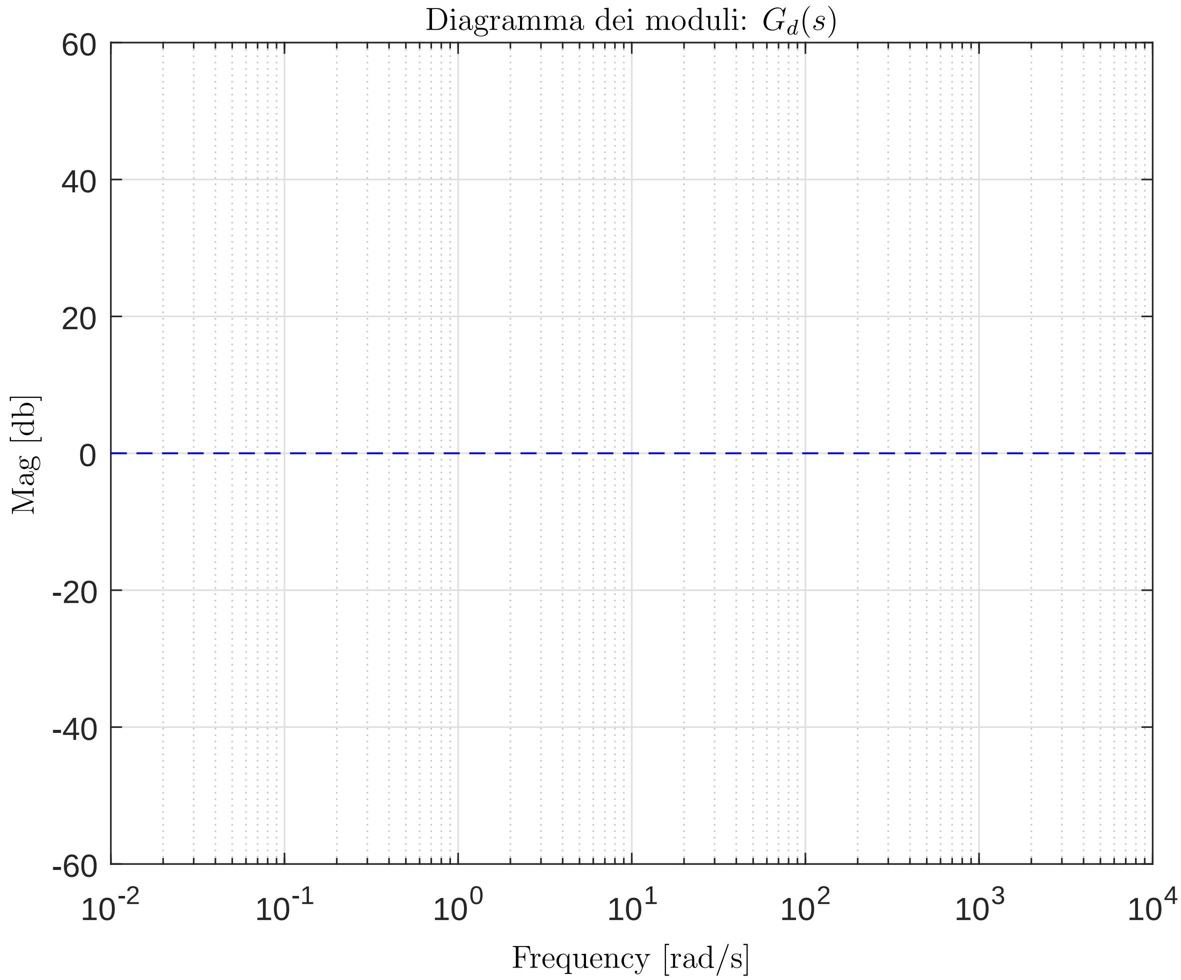


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
Mag [db]
60
40
20
0
-20
-40
-60
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
Frequency [rad/s]

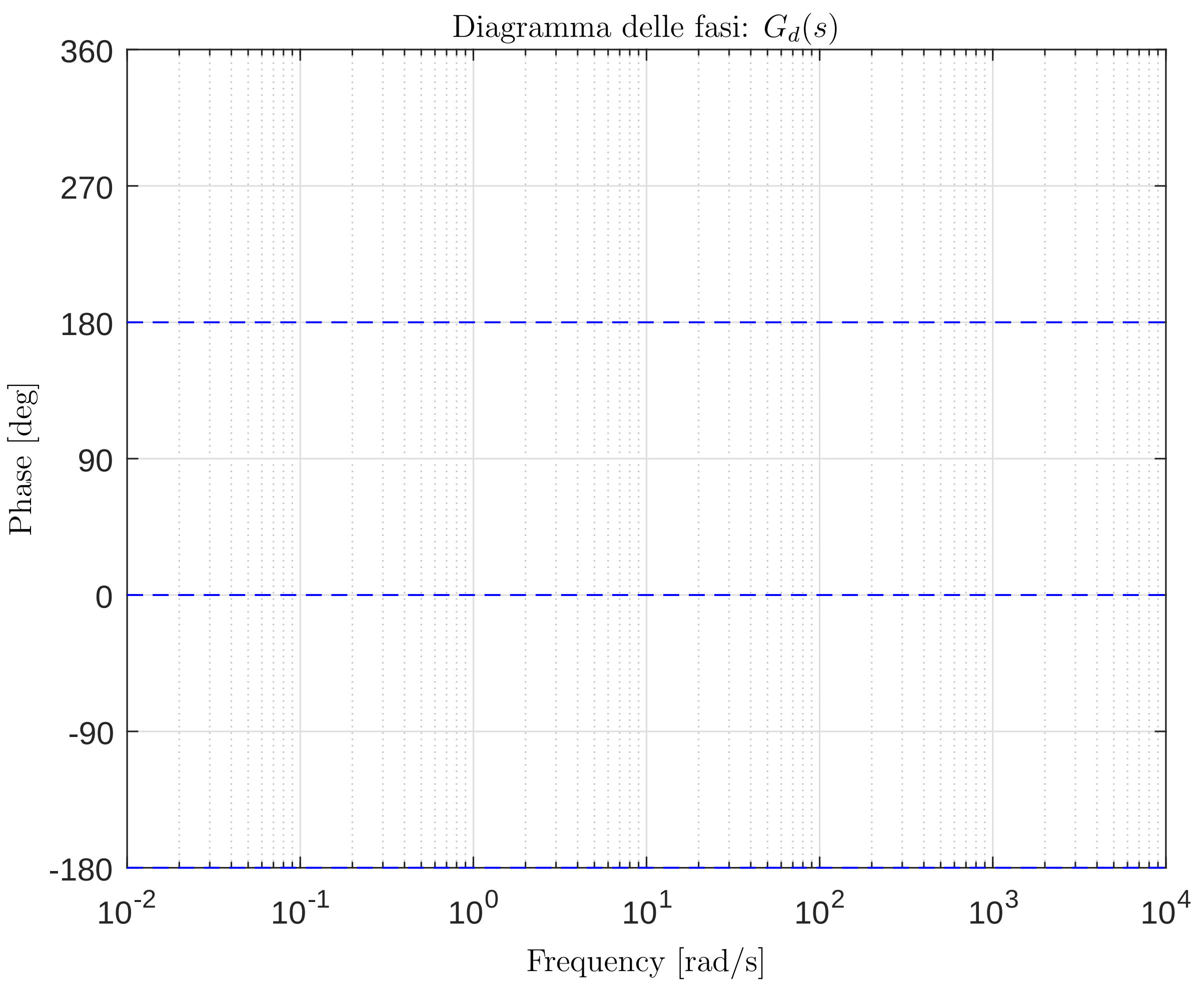


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
Phase [deg]
360
270
180
90
0
-90
-180
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
Frequency [rad/s]

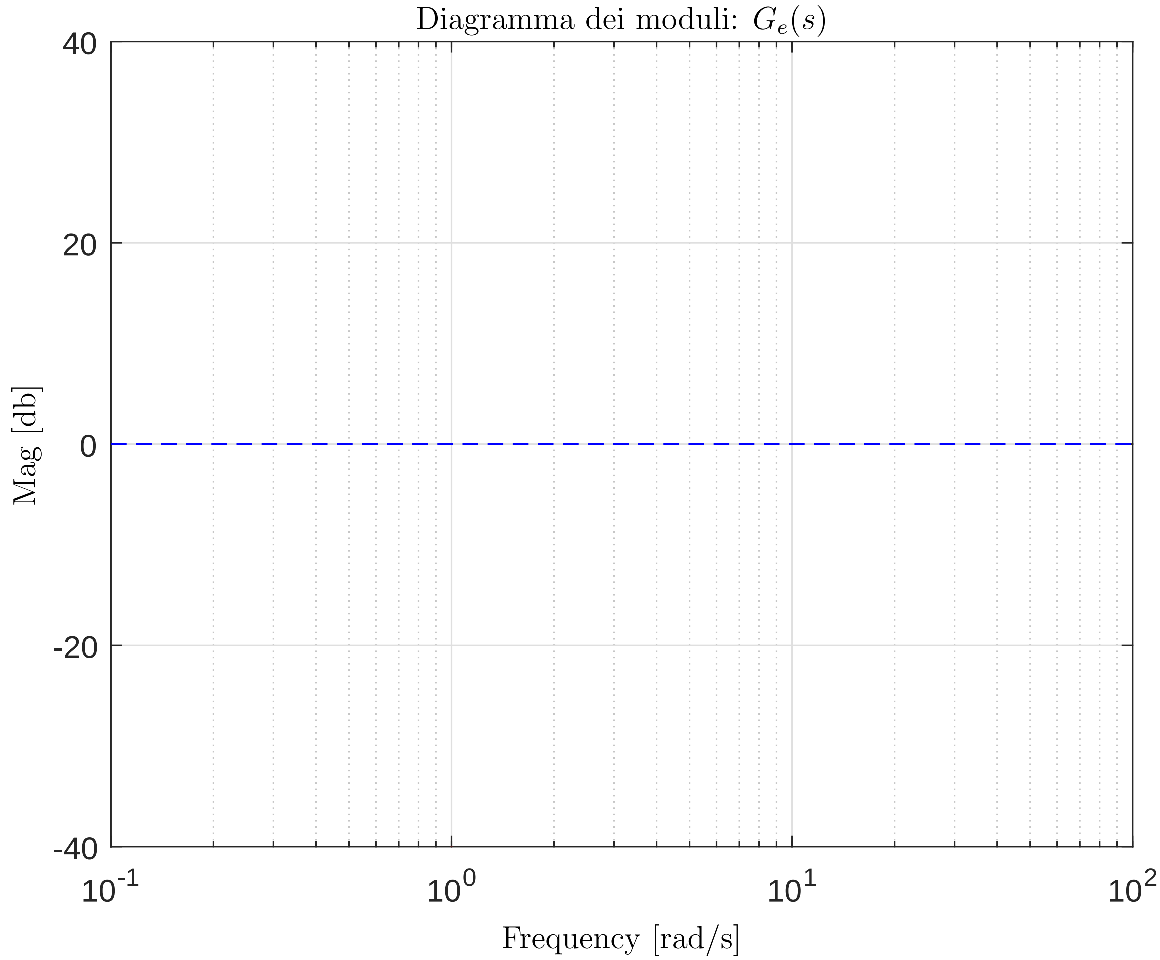


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
40
20
0
-20
-40
Mag [db]
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

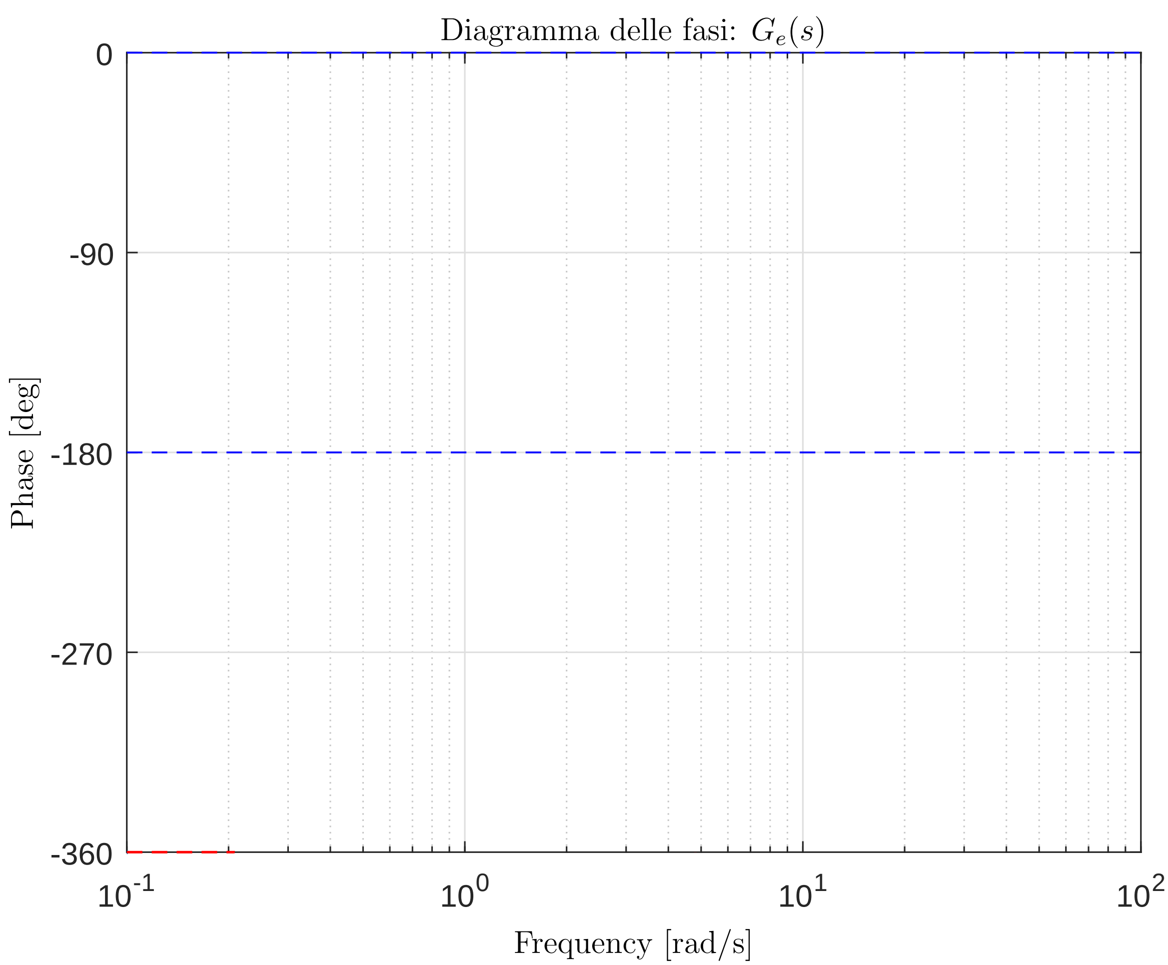


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
0
-90
-180
-270
-360
Phase [deg]
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]