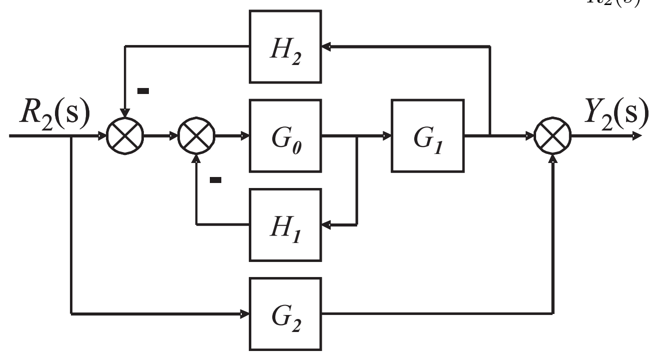
Automatic Controls
20 Febbraio 2019 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

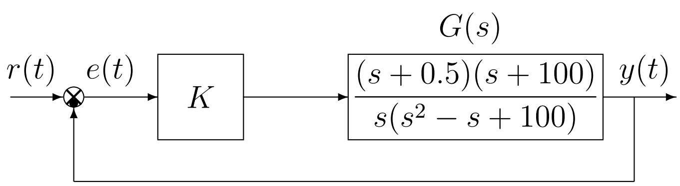
Si risolvano i seguenti esercizi.

a) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y_2(s)}{R_2(s)}$:

$G(s) = \ldots$



b) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



b.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

b.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

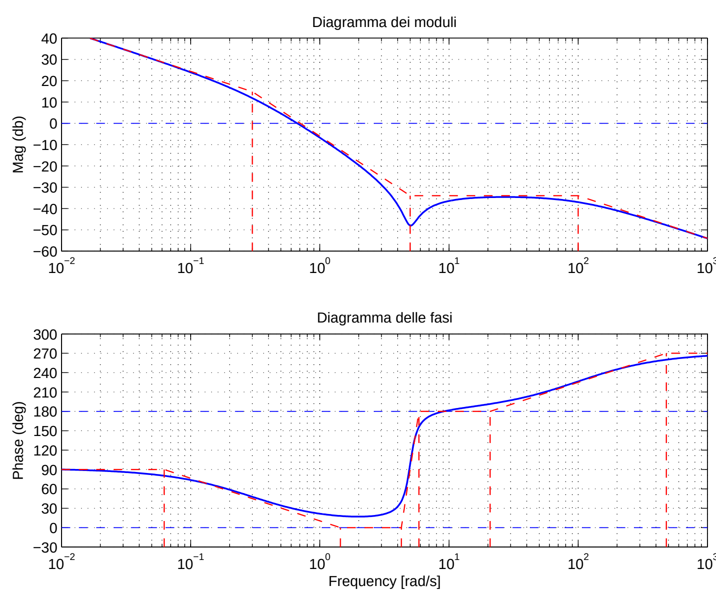
b.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

c) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

c.1) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

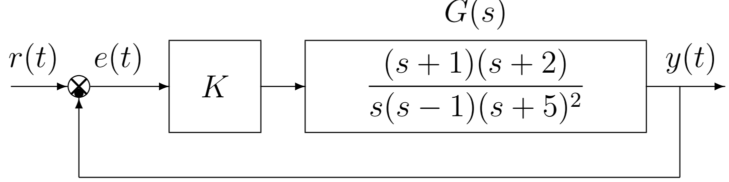
Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



c.2) Per $t \to \infty$, la risposta al gradino $y(t)$ del sistema $G(s)$:

- ◯ tende ad un valore costante;
- ◯ tende ad una rampa;
- ◯ tende ad una sinusoide;
- ◯ tende all'infinito;

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



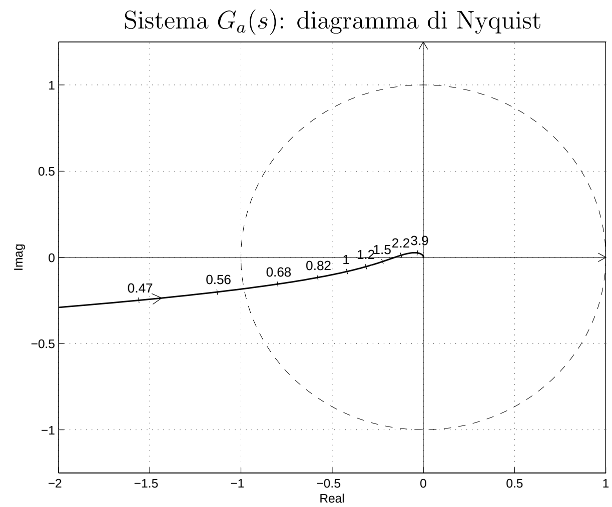
d.1) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni ω^* con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K^*. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

d.2) Sia la seguente funzione di trasferimento:

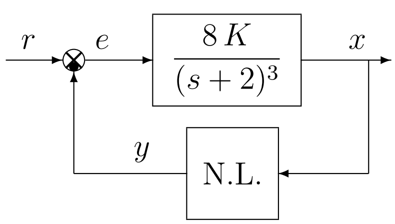
$$G(s) = \frac{1}{m_p s^3 + (1 + m_p)s^2 + 3\,s + 1}$$

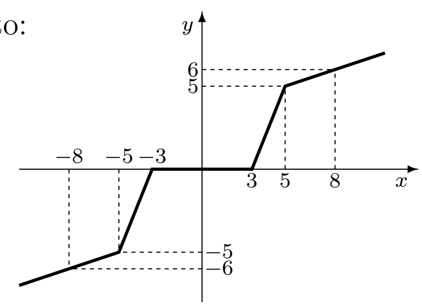
Utilizzando la metodologia del contorno delle radici mostrare come si spostano sul piano complesso i poli della funzione $G(s)$ al variare di $m_p > 0$. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

e) Per il sistema $G_a(s)$ riportato a fianco, progettare una rete correttrice in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 50^o$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.



f) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





f.1) Posto $K = 1$, determinare per quale valore r_1 dell'ingresso r il punto di lavoro del sistema retroazionato è $(x_1,\, y_1) = (-5,\, -5)$.

f.2) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto $(0,\, 0)$. Utilizzare delle variabili (per esempio: $m_1,\, m_2,\, \ldots$) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

f.3) Discutere "qualitativamente" (in funzione anche dei parametri $m_1,\, m_2,\, \ldots$) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

g) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare la seguente rete correttrice:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s + 5)}{s(s + 1)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.

Controlli Automatici - Prima parte

20 Febbraio 2019 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$\mathcal{L}[3\cos(5\,t)\,e^{-2\,t}] = \qquad\qquad \mathcal{L}[2\,t^4 + 5\,\delta(t-3)] =$$

2. Calcolare la trasformata di Laplace inversa $g(t)$ delle seguente funzione di trasferimento $G(s)$:

$$\mathcal{L}^{-1}\left[2 + \frac{6}{s(s+1)(s+3)}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[2 + \frac{}{s} + \frac{}{s+1} + \frac{}{s+3}\right] =$$

3. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

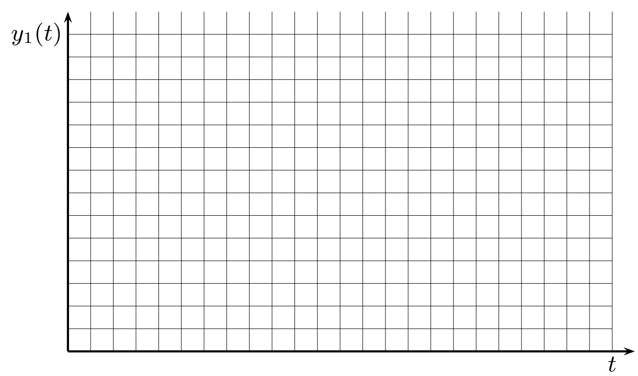
$$x(t) = 9 + 2\sin(4t - \tfrac{\pi}{4}) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{10}{s+3}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

4. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{(3 + 0.2\,s)(s^2 + 60\,s + 1800)}{(2 + 8\,s)(8 + 0.2\,s)(s^2 + 8\,s + 80)}$$

Calcolare inoltre:
1) il valore a regime y_∞ della risposta impulsiva per $t \to \infty$;
2) il tempo di assestamento T_a della risposta impulsiva $y_1(t)$;
3) il periodo T dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$K_0 =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T \simeq$



5. Enunciare il criterio di Nyquist nella formulazione valida anche per sistemi instabili ad anello aperto. Fornire sia l'ipotesi che la tesi del criterio.

Criterio di Nyquist. Nell'ipotesi ...

6. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(3s-1)}{s(2-s)}\,e^{-4\,s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

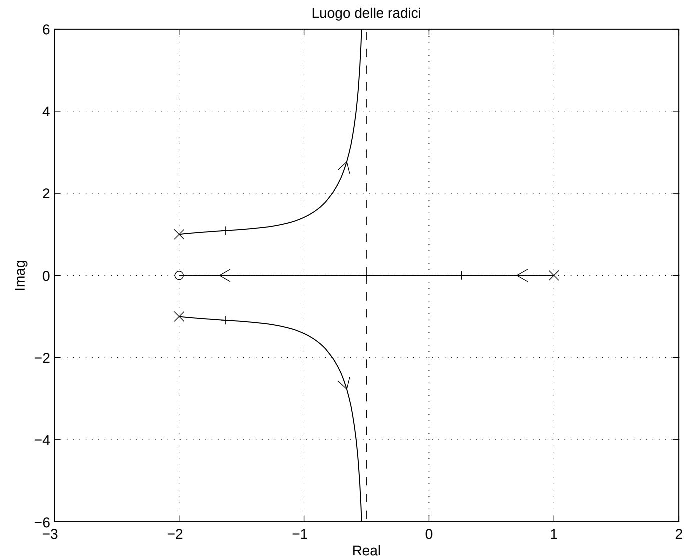
7. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{2(s+2)}{(s-1)((s+2)^2+1)}$ al variare del parametro $K > 0$. Calcolare:

   1) L'ascissa σ_0 corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

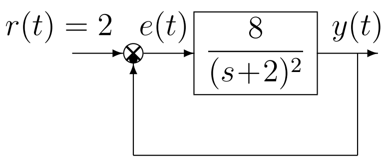
   $\sigma_0 =$

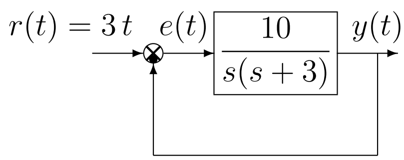
   2) Il valore K_0 corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

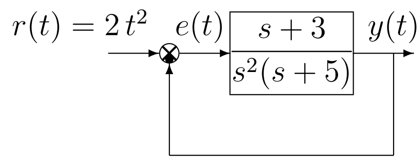
   $K_0 =$



8. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$

9. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{k\to 0} y(k)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{k\to\infty} y(k)$ del segnale $y(k)$ corrispondente alla seguente funzione $Y(z)$:

$$Y(z) = \frac{z\,(1+3\,z)}{(1-z)(2+z)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

10. Scrivere la funzione di trasferimento discreta $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$y_{k+1}+2\,y_k+3\,y_{k-1}+5\,y_{k-2} = 6\,x_{k+1}+4\,x_{k-1} \qquad \rightarrow \qquad G(z) =$$

11. Calcolare la $\mathcal{Z}$-trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = k\,T$:

$x(t) = 2^{-3t} \quad \rightarrow \quad X(z) =$ $\qquad\qquad$ $x(t) = 5\,t \quad \rightarrow \quad X(z) =$

12. Calcolare la soluzione $y(n)$ della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale $y(0) = 3$:

$$y(n+1) + 0.5\,y(n) = 0 \qquad \rightarrow \qquad y(n) =$$

13. Scrivere la funzione di trasferimento $H_0(s)$ del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) =$$

Diagramma dei moduli: $G(s)$

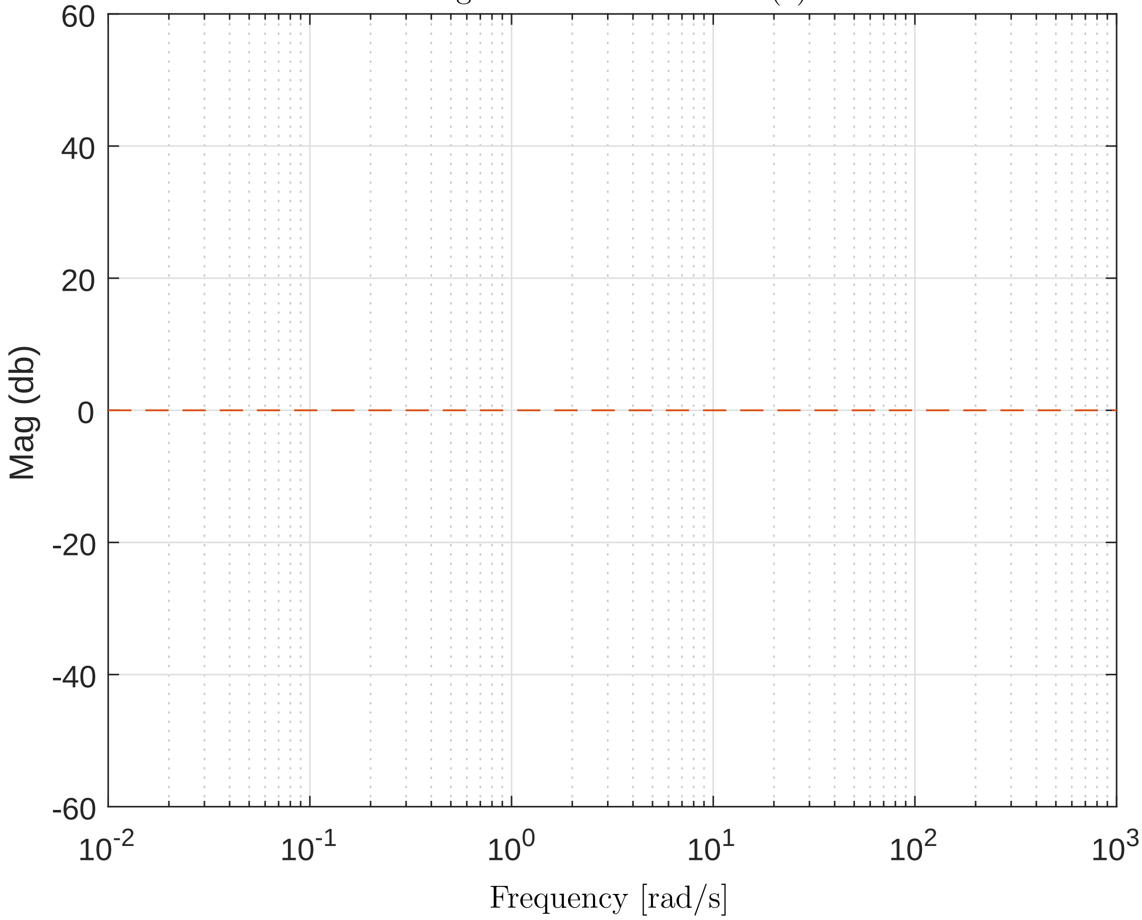


Diagramma delle fasi: $G(s)$