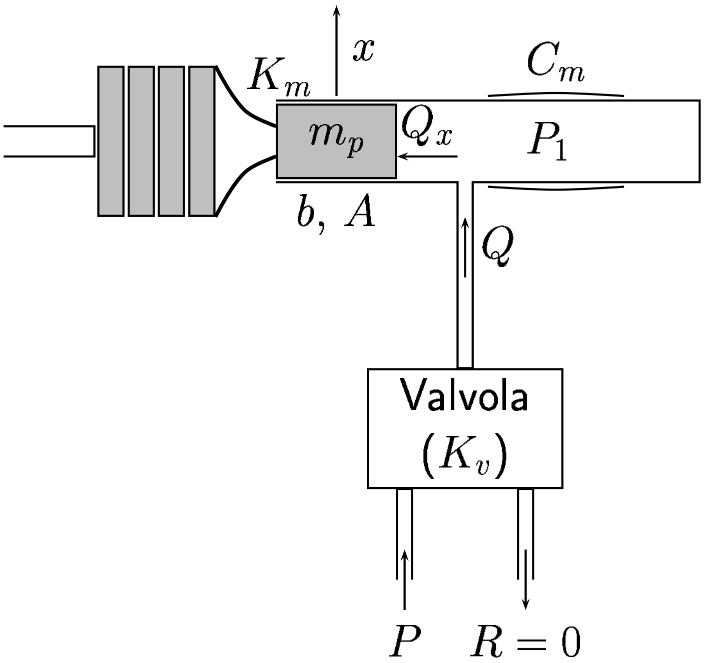
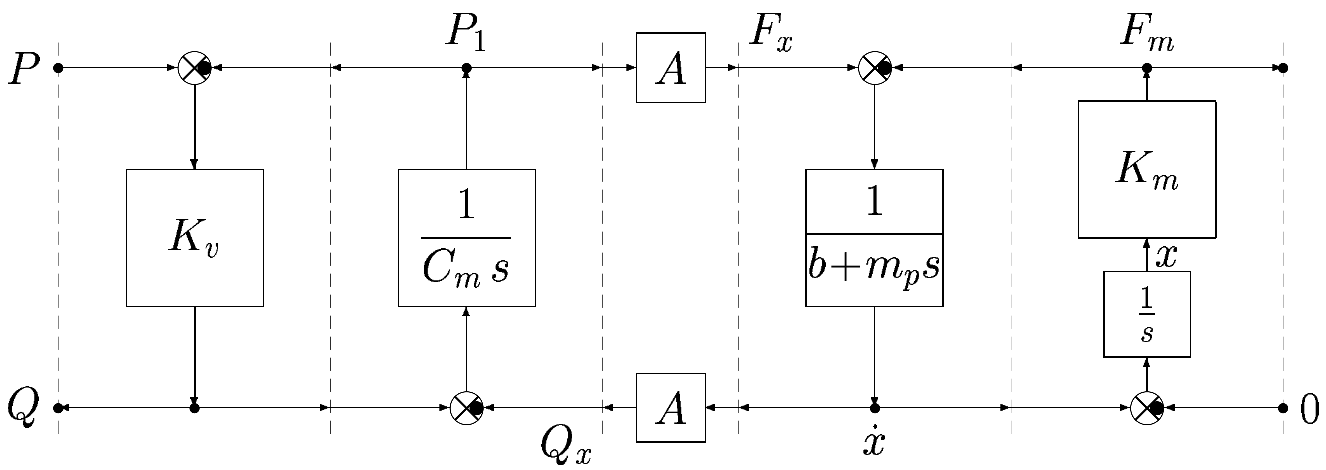
Frizione idraulica: progetto di un regolatore

Si consideri il seguente modello idraulico semplificato di una frizione:

P	Pressione di alimentazione
Q	Portata volumetrica nella valvola
K_v	Costante di prop. della valvola
C_m	Capacità idraulica del cilindro
P_1	Pressione all'interno del cilindro
A	Sezione del pistone
x	Posizione del pistone
$\dot{x}$	Velocità del pistone
m_p	Massa del pistone
b	Attrito lineare del pistone
K_m	Rigidità della molla
F_m	Forza della molla sul pistone



Il corrispondente modello dinamico POG è il seguente:



<u>**Problema di controllo**</u>: agendo sulla pressione di alimentazione P si vuole progettare un sistema di controllo sulla forza F_m tale da garantire un errore a regime sulla risposta al gradino inferiore al 2%, un tempo di assestamento T_a inferiore a 0.4 secondi senza apprezzabili sovraelongazioni sulla posizione x del pistone.

Il sistema è caratterizzato dai seguenti parametri:

$K_v = 3 \cdot 10^{-5}\, m^3/(sec\, Pa)$	Costante di prop. della valvola
$C_m = 1 \cdot 10^{-6}\, m^3/Pa$	Capacità idraulica del cilindro
$A = 4 \cdot 10^{-4}\, m^2$	Sezione del pistone
$m_p = 0.3\, Kg$	Massa del pistone
$b = 25\, N\, sec/m$	Attrito lineare del pistone
$K_m = 8000 \cdot N/m$	Rigidità della molla

Nota: i valori utilizzati per i parametri K_v e C_m sono molto più grandi rispetto a quelli fisicamente plausibili per il sistema in oggetto.

Analisi del sistema

Utilizzando la formula di Mason e le seguenti variabili ausiliarie

$$G_1 = K_v, \qquad G_2 = \frac{1}{C_m s}, \qquad G_3 = \frac{1}{b + m_p s}, \qquad G_4 = \frac{K_m}{s}$$

si ottiene la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema tra la pressione di ingresso P (espressa in Pascal [Pa]) e la forza F_m (espressa in Newton [N]):

$$G(s) = \frac{F_m(s)}{P(s)} = \frac{A\, G_1\, G_2\, G_3\, G_4}{1 + G_1\, G_2 + A^2\, G_2\, G_3 + G_3\, G_4 + G_1\, G_2\, G_3\, G_4}$$

che sostituendo diventa:

$$G(s) = \frac{A K_m K_v}{C_m m_p s^3 + (C_m\, b + K_v m_p) s^2 + (A^2 + C_m K_m + K_v\, b) s + K_m K_v}$$

Sostituendo i valori numerici indicati si ottiene:

$$G(s) = \frac{9.6 \cdot 10^{-5}}{(3 \cdot 10^{-7})\, s^3 + (3.4 \cdot 10^{-5})\, s^2 + 0.00875\, s + 0.24}$$

Si tratta quindi di un sistema del 3^o ordine con grado relativo 3.