

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

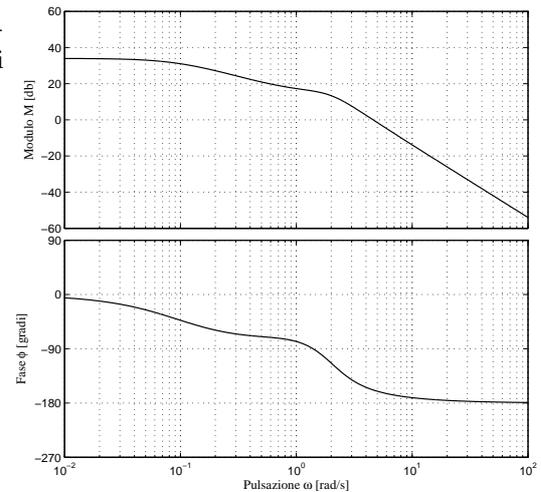
Compito del 18 aprile 2016 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5 su 10), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

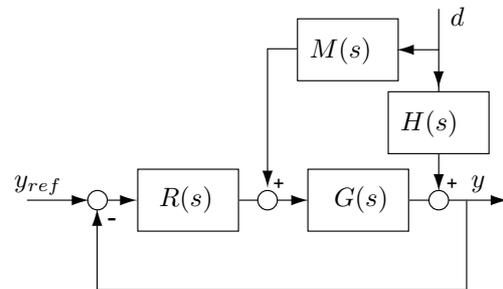
1. Sia dato il diagramma di Bode di figura relativo a un sistema $G(s)$ a fase minima. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- il margine di fase M_f del sistema è infinito
- il margine di fase M_f del sistema è nullo
- il margine di ampiezza M_a del sistema è infinito
- il margine di ampiezza M_a del sistema è nullo



2. In riferimento al sistema di figura, la funzione di trasferimento tra disturbo e uscita risulta:

- $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{M(s)G(s) + H(s)}{1 + R(s)G(s) - M(s)G(s)H(s)}$
- $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{M(s)G(s) + H(s)}{1 + R(s)G(s)}$
- $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{M(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} + H(s)$
- $\frac{Y(s)}{D(s)} = M(s)G(s) + H(s)$



3. Se $L(s) = \frac{10(s+0.8)}{s^2(s+14)}$ è la funzione d'anello di un sistema retroazionato:

- l'errore a regime per ingresso a gradino è nullo
- l'errore a regime per ingresso a rampa è nullo
- l'errore a regime per ingresso a rampa è diverso da zero e costante
- l'errore a regime per ingresso a parabola è infinito

4. Il progetto per cancellazione di una rete anticipatrice:

- se fattibile, consente di eliminare il problema delle code di assestamento per impianti senza zeri
- è possibile se fissata la posizione dello zero la frequenza di attraversamento è minore di quella desiderata
- prevede la cancellazione di un polo del sistema a frequenza maggiore della frequenza di attraversamento

5. Le variazioni parametriche che intervengono in un impianto:
- possono essere compensate mediante l'utilizzo di un regolatore ad azione diretta
 - possono essere compensate mediante l'utilizzo di un regolatore in retroazione
 - non possono essere attenuate in nessun caso
6. La compensazione del disturbo misurabile:
- può essere fatta solo se l'impianto controllato ha grado relativo nullo
 - può essere fatta solo se l'impianto controllato non presenta zeri a parte reale positiva
 - nel caso in cui la funzione di trasferimento dell'impianto non presenti zeri è data da una semplice combinazione lineare del disturbo e delle sue derivate
 - non può essere fatta per disturbi costanti
7. In un controllore PID, l'azione integrale:
- aumenta la banda passante
 - riduce il tempo di assestamento
 - aumenta il guadagno a basse frequenze
 - aumenta il guadagno ad alte frequenze
8. La discretizzazione di un regolatore tempo continuo $R(s)$ con il metodo delle differenze all'indietro:
- si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{z-1}{Tz}$
 - si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{z-1}{T}$
 - produce un regolatore $R(z)$ sicuramente stabile (dal momento che $R(s)$ era stabile)
 - si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{1-z^{-1}}{T}$
9. L'impiego di un filtro anti-aliasing:
- ha l'effetto benefico di ridurre la banda del sistema e quindi l'azione di controllo
 - non dovrebbe modificare la funzione di anello del sistema inizialmente progettata, soprattutto nell'intorno della pulsazione di incrocio.
 - serve per ridurre disturbi di misura ad alta frequenza sovrapposti al segnale campionato
 - serve soltanto se i segnali in gioco hanno uno spettro la cui pulsazione massima è inferiore alla pulsazione di Nyquist
10. Una traiettoria spline cubica che interpola un insieme di n punti q_k :
- garantisce la continuità di velocità e accelerazione
 - è la traiettoria interpolante a curvatura minima
 - permette di imporre il valore di velocità desiderato in ciascun dei punti q_k
 - permette di imporre il valore di accelerazione desiderato in ciascun dei punti q_k

Cognome:

Nome:

N. Matr.:

Sistemi di Controllo

Controlli Automatici

Ho superato la Parte A in data (mese/anno) _____

Intendo svolgere la tesina con Matlab/Simulink

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 18 aprile 2016 - Problemi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti. I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (10 su 20), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

1. Illustrare i vantaggi del controllo in cascata e le condizioni per l'applicabilità di tale schema di controllo.
2. Dato l'impianto

$$G(s) = 35 \frac{(s+6)}{(s+0.8)(s^2+14.4s+81)}$$

Si vuole realizzare un regolatore in retroazione che consenta l'ottenimento delle seguenti specifiche statiche e dinamiche:

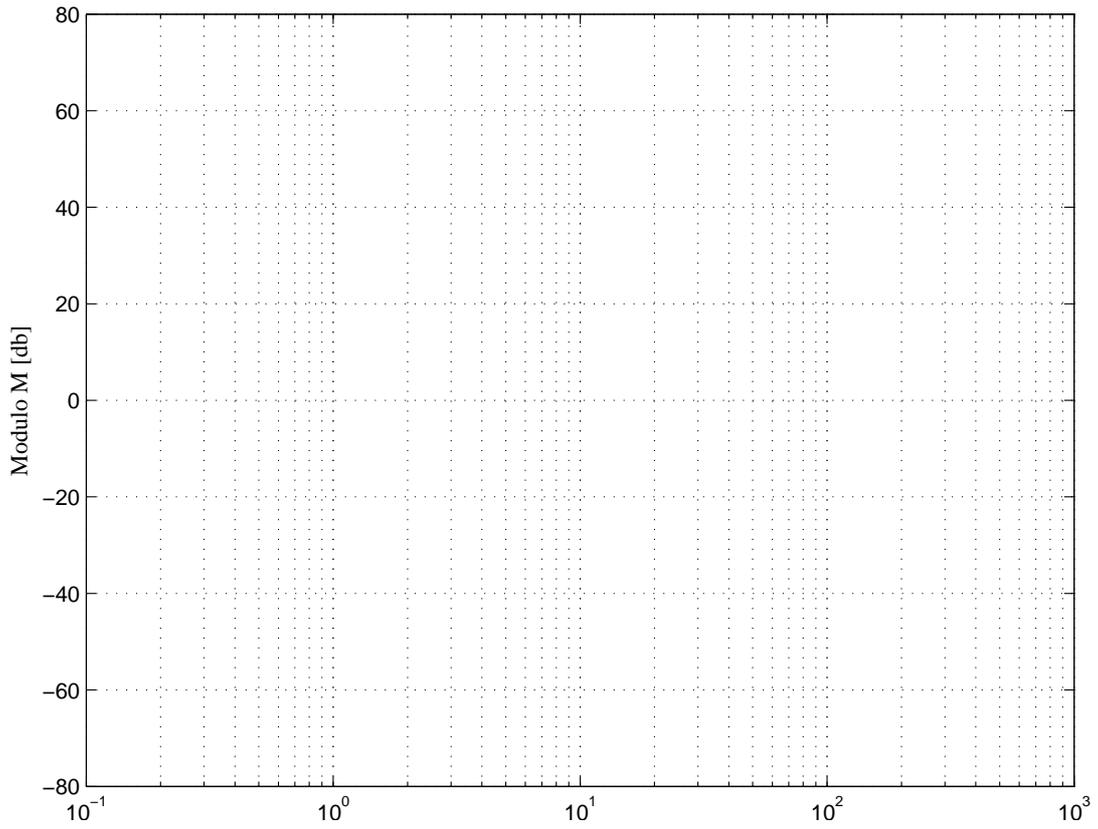
- s1) errore a regime nullo per ingresso di riferimento a gradino;
- s2) attenuazione di almeno 10 volte di un disturbo $d(t)$ sinusoidale a frequenza $\omega_d = 3$ rad/s (SUGGERIMENTO: si trasformi questa specifica statica in un vincolo sulla pulsazione di incrocio)
- s3) risposta aperiodica;
- s4) tempo di assestamento $T_a \leq 0.4$ s;
- s5) azione di controllo più piccola possibile.

Si richiede pertanto di svolgere i seguenti punti.

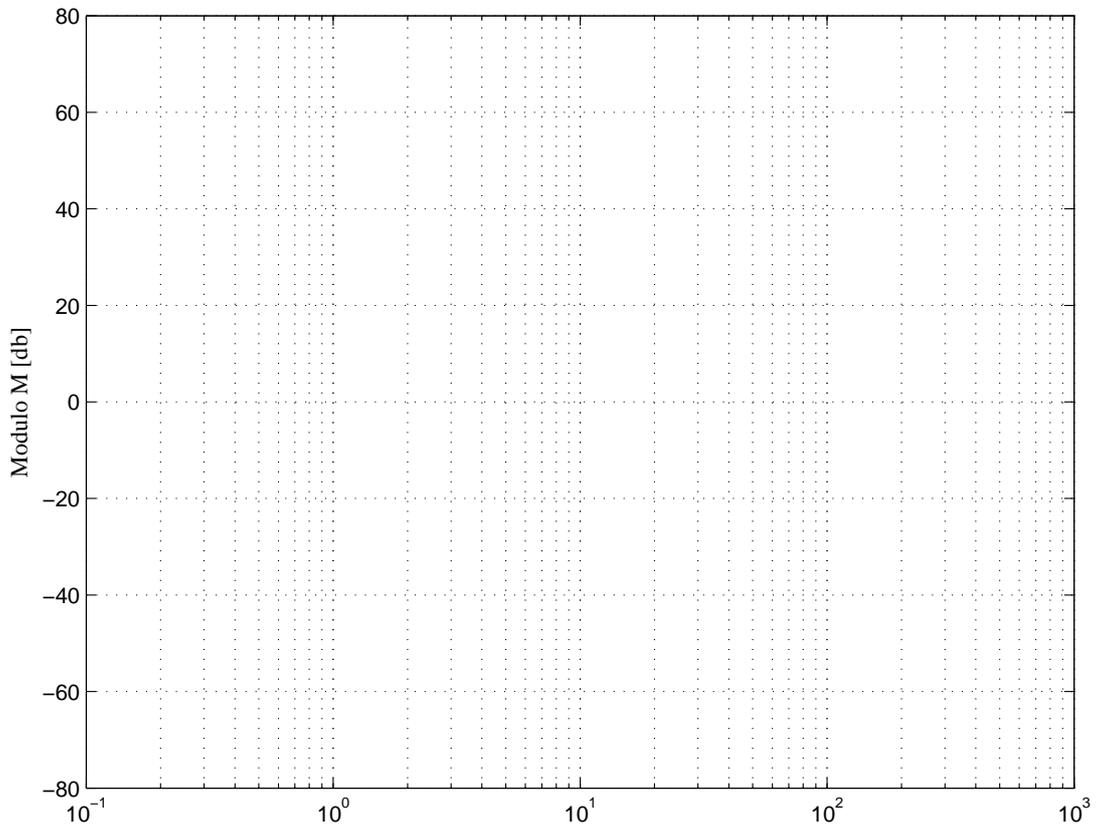
- a) Progettare il regolatore $R(s)$ di complessità minima che posto in retroazione unitaria negativa con l'impianto $G(s)$ consenta di soddisfare tutte le specifiche indicate in alto.
- b) Tracciare il diagramma di Bode (asintotico) delle ampiezze di $G(s)$ ed $R(s)$. Quindi sovrapporre a questi il diagramma della funzione di sensitività del controllo $Q(s)$.
- c) Volendo ridurre l'azione di controllo rispetto a quella ottenuta col solo controllo in retroazione, progettare un prefiltro del riferimento $R_{pf}(s)$ che consenta di limitare la banda del sistema controllato a quella strettamente necessaria per ottenere il tempo di assestamento T_a richiesto dalla specifica s4).
- d) Tracciare il diagramma di Bode (asintotico) delle ampiezze di $R_{pf}(s)$ e della vecchia funzione di sensitività del controllo $Q(s)$, quindi aggiungere l'andamento della nuova funzione di sensitività del controllo $Q'(s)$ tra riferimento e variabile di controllo con il prefiltro.
- e) Volendo discretizzare sia il regolatore $R(s)$ che prefiltro $R_{pf}(s)$ scegliere il tempo di campionamento più idoneo tenendo in considerazione lo spettro dei segnali in gioco e il fatto che si voglia inserire nella retroazione un filtro anti-aliasing di ordine 2, che senza alterare in maniera significativa la funzione d'anello (e in particolare il margine di fase), garantisca alla pulsazione di Nyquist un'attenuazione di 40 dB (si riporti l'espressione del filtro anti-aliasing). Discretizzare $R(s)$ e $R_{pf}(s)$ con il metodo di Tustin.
- f) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai due sistemi discretizzati al punto precedente

$$R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} \text{ e } R_{pf}(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)}.$$

Diagrammi di Bode delle ampiezze di $G(s)$, $R(s)$ e $Q(s)$



Diagrammi di Bode delle ampiezze di $R_{pf}(s)$, $Q(s)$ e $Q'(s)$



Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

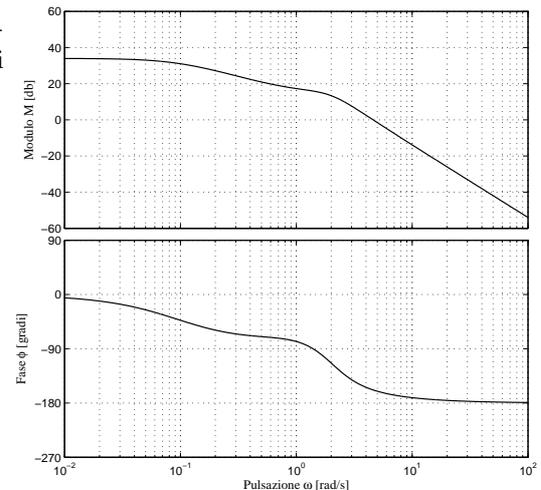
Compito del 18 aprile 2016 - Quiz

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti possono avere più risposte corrette.

I quiz si ritengono superati se vengono individuate almeno metà delle risposte esatte (punti 5 su 10), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della seconda prova.

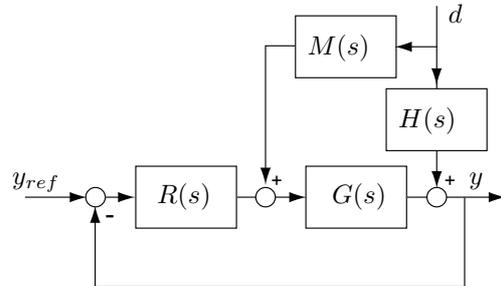
1. Sia dato il diagramma di Bode di figura relativo a un sistema $G(s)$ a fase minima. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- il margine di fase M_f del sistema è infinito
 il margine di fase M_f del sistema è nullo
 il margine di ampiezza M_a del sistema è infinito
 il margine di ampiezza M_a del sistema è nullo



2. In riferimento al sistema di figura, la funzione di trasferimento tra disturbo e uscita risulta:

- $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{M(s)G(s) + H(s)}{1 + R(s)G(s) - M(s)G(s)H(s)}$
 $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{M(s)G(s) + H(s)}{1 + R(s)G(s)}$
 $\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{M(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} + H(s)$
 $\frac{Y(s)}{D(s)} = M(s)G(s) + H(s)$



3. Se $L(s) = \frac{10(s+0.8)}{s^2(s+14)}$ è la funzione d'anello di un sistema retroazionato:

- l'errore a regime per ingresso a gradino è nullo
 l'errore a regime per ingresso a rampa è nullo
 l'errore a regime per ingresso a rampa è diverso da zero e costante
 l'errore a regime per ingresso a parabola è infinito

4. Il progetto per cancellazione di una rete anticipatrice:

- se fattibile, consente di eliminare il problema delle code di assestamento per impianti senza zeri
 è possibile se fissata la posizione dello zero la frequenza di attraversamento è minore di quella desiderata
 prevede la cancellazione di un polo del sistema a frequenza maggiore della frequenza di attraversamento

5. Le variazioni parametriche che intervengono in un impianto:
- possono essere compensate mediante l'utilizzo di un regolatore ad azione diretta
 - possono essere compensate mediante l'utilizzo di un regolatore in retroazione
 - non possono essere attenuate in nessun caso
6. La compensazione del disturbo misurabile:
- può essere fatta solo se l'impianto controllato ha grado relativo nullo
 - può essere fatta solo se l'impianto controllato non presenta zeri a parte reale positiva
 - nel caso in cui la funzione di trasferimento dell'impianto non presenti zeri è data da una semplice combinazione lineare del disturbo e delle sue derivate
 - non può essere fatta per disturbi costanti
7. In un controllore PID, l'azione integrale:
- aumenta la banda passante
 - riduce il tempo di assestamento
 - aumenta il guadagno a basse frequenze
 - aumenta il guadagno ad alte frequenze
8. La discretizzazione di un regolatore tempo continuo $R(s)$ con il metodo delle differenze all'indietro:
- si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{z-1}{Tz}$
 - si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{z-1}{T}$
 - produce un regolatore $R(z)$ sicuramente stabile (dal momento che $R(s)$ era stabile)
 - si realizza eseguendo la sostituzione $s = \frac{1-z^{-1}}{T}$
9. L'impiego di un filtro anti-aliasing:
- ha l'effetto benefico di ridurre la banda del sistema e quindi l'azione di controllo
 - non dovrebbe modificare la funzione di anello del sistema inizialmente progettata, soprattutto nell'intorno della pulsazione di incrocio.
 - serve per ridurre disturbi di misura ad alta frequenza sovrapposti al segnale campionato
 - serve soltanto se i segnali in gioco hanno uno spettro la cui pulsazione massima è inferiore alla pulsazione di Nyquist
10. Una traiettoria spline cubica che interpola un insieme di n punti q_k :
- garantisce la continuità di velocità e accelerazione
 - è la traiettoria interpolante a curvatura minima
 - permette di imporre il valore di velocità desiderato in ciascun dei punti q_k
 - permette di imporre il valore di accelerazione desiderato in ciascun dei punti q_k

Cognome:

Nome:

N. Matr.: Sistemi di Controllo Controlli Automatici Ho superato la Parte A in data (mese/anno) _____ Intendo svolgere la tesina con Matlab/Simulink

Sistemi di Controllo - Controlli Automatici (Parte B)

Ingegneria Meccanica e Ingegneria del Veicolo

Compito del 18 aprile 2016 - Problemi

Rispondere in maniera analitica ai seguenti quesiti. I problemi e le domande a risposta aperta si ritengono superati se vengono conseguiti almeno metà dei punti totali (10 su 20), diversamente il compito verrà ritenuto insufficiente a prescindere dal risultato della prima prova.

1. Illustrare i vantaggi del controllo in cascata e le condizioni per l'applicabilità di tale schema di controllo.
2. Dato l'impianto

$$G(s) = 35 \frac{(s+6)}{(s+0.8)(s^2+14.4s+81)}$$

Si vuole realizzare un regolatore in retroazione che consenta l'ottenimento delle seguenti specifiche statiche e dinamiche:

- s1) errore a regime nullo per ingresso di riferimento a gradino;
- s2) attenuazione di almeno 10 volte di un disturbo $d(t)$ sinusoidale a frequenza $\omega_d = 3$ rad/s (SUGGERIMENTO: si trasformi questa specifica statica in un vincolo sulla pulsazione di incrocio)
- s3) risposta aperiodica;
- s4) tempo di assestamento $T_a \leq 0.4$ s;
- s5) azione di controllo più piccola possibile.

Si richiede pertanto di svolgere i seguenti punti.

- a) Progettare il regolatore $R(s)$ di complessità minima che posto in retroazione unitaria negativa con l'impianto $G(s)$ consenta di soddisfare tutte le specifiche indicate in alto.

SOLUZIONE:

Il soddisfacimento della specifica statica $s1$) richiede almeno un polo nell'origine (essendo l'impianto già di tipo 1) e pertanto il regolatore $R(s)$ potrà avere la forma di un PI o un PID. Dalle altre specifiche discendono i seguenti vincoli frequenziali:

- $s2$) $\rightarrow \omega_c \geq 10\omega_d = 30$ rad/s;
- $s3$) $\rightarrow M_f^* \geq 80^\circ$;
- $s4$) $\rightarrow \frac{3}{\omega_c} \leq 0.4 \rightarrow \omega_c \geq \frac{3}{0.4} = 7.5$ rad/s;

Dal momento che viene richiesto di minimizzare l'azione di controllo, si assumerà la minima pulsazione di incrocio compatibile con le altre specifiche. Perciò $\omega_c^* = 30$ rad/s. Si noti come questo valore di ω_c sia largamente sovrabbondante per soddisfare la specifica sul tempo di assestamento.

Alla pulsazione $\omega_c^* = 30$, i valori di modulo e argomento dell'impianto esteso $G_e(s) = \frac{G(s)}{s}$ valgono $|G_e(j30)| = 0.0013$ e $\arg\{G_e(j30)\} = -251.972^\circ$ rispettivamente. Di conseguenza l'aggiunta dello zero di un semplice PI consentirebbe al più di ottenere un margine di fase 18.028° . Pertanto sarà necessario un regolatore PID.

Per la progettazione iniziale del PI $R_{PI}(s) = \mu \frac{\tau_z s + 1}{s}$ si procede in cancellazione con il polo dell'impianto in -0.8 , per cui

$$\tau_z = 1/0.8 = 1.25$$

mentre il guadagno μ viene selezionato imponendo una pulsazione di incrocio arbitraria (si assume $\omega_{c,1}^* = 10$ rad/s). Si procede al calcolo di $|G_e(j10)| = 0.028$ per cui

$$\mu = \frac{1}{|G_e(j10)| \cdot \sqrt{1 + (\tau_z \omega_{c,1}^*)^2}} = 2.8468.$$

Per semplicità si assume $\mu = 3$. L'espressione finale del regolatore PI risulta

$$R_{PI}(s) = 3 \frac{1.25s + 1}{s}.$$

Una volta realizzato il regolatore PI, la progettazione della rete di anticipo che compone il PID deve essere svolta a partire dal sistema esteso (denominato $G_{e1}(s)$) composto dall'impianto e dal regolatore $R_{pi}(s)$

$$G_{e1}(s) = R_{pi}(s)G(s) = 131.25 \frac{(s+6)}{s(s^2+14.4s+81)}$$

e imponendo la pulsazione di incrocio desiderata $\omega_c^* = 30$ rad/s e il margine di fase $M_f^* = 80^\circ$. Occorre pertanto calcolare modulo e argomento per $\omega = \omega_c^* = 30$ di $G_{e1}(s)$:

$$|G_{e1}(j30)| = 0.1446, \quad \arg\{G_{e1}(j30)\} = -163.4995^\circ.$$

I parametri della rete anticipatrice si trovano imponendo nelle formule di inversione un' amplificazione

$$M^* = \frac{1}{|G_{e1}(j30)|} = 6.9179 \geq 1$$

e uno sfasamento

$$\varphi^* = -180^\circ + M_f^* - \arg(G_{e1}(j30)) = 63.4995^\circ \leq 90^\circ$$

Dopo avere verificato analiticamente le condizioni di applicabilità della rete anticipatrice, e in particolare che

$$\cos(\varphi^*) \geq \frac{1}{M^*} \Rightarrow 0.7853 > 0.1446,$$

dalle formule di inversione si ricava che $\tau = 0.241$ e $\alpha = 0.0466$ per cui

$$R_a(s) = \frac{0.241s+1}{0.01124s+1}$$

e alla fine il regolatore complessivo risulta

$$R_{PID}(s) = 3 \frac{(1.25s+1)(0.241s+1)}{s(0.01124s+1)}$$

- b) Tracciare il diagramma di Bode (asintotico) delle ampiezze di $G(s)$ ed $R(s)$. Quindi sovrapporre a questi il diagramma della funzione di sensitività del controllo $Q(s)$.

SOLUZIONE:

Vedere diagramma in fondo. Eventuali scostamenti della funzione di sensitività del controllo $Q(s)$ rispetto all'approssimante vista a lezione sono dovuti al fatto che quello riportato è l'andamento asintotico reale (e non approssimato) di $Q(s)$.

- c) Volendo ridurre l'azione di controllo rispetto a quella ottenuta col solo controllo in retroazione, progettare un prefiltro del riferimento $R_{pf}(s)$ che consenta di limitare la banda del sistema controllato a quella strettamente necessaria per ottenere il tempo di assestamento T_a richiesto dalla specifica $s4$).

SOLUZIONE:

Il prefiltro dovrà ridurre la banda della funzione di sensitività complementare $F(s)$ tra riferimento e uscita da $\omega_c = 30$ rad/s, imposta con il controllo in retroazione per attenuare il disturbo $d(t)$, a $\omega_c = 7.5$ rad/s, che consente di ottenere un tempo di assestamento $T_a = 0.4$ s. Di conseguenza, $R_{pf}(s)$ avrà la forma di un filtro passa basso. Volendo avere una risposta priva di sovraleongazione si assume un filtro del primo ordine, caratterizzato quindi da un polo reale, la cui espressione analitica è

$$R_{pf}(s) = \frac{1}{\frac{1}{7.5}s+1}.$$

- d) Tracciare il diagramma di Bode (asintotico) delle ampiezze di $R_{pf}(s)$ e della vecchia funzione di sensitività del controllo $Q(s)$, quindi aggiungere l'andamento della nuova funzione di sensitività del controllo $Q'(s)$ tra riferimento e variabile di controllo con il prefiltro.

SOLUZIONE:

Vedere diagramma in fondo. Di nuovo, eventuali scostamenti della funzione di sensitività del controllo $Q'(s)$ rispetto all'approssimante vista a lezione sono dovuti al fatto che quello riportato è l'andamento asintotico reale (e non approssimato) di $Q'(s)$.

- e) Volendo discretizzare sia il regolatore $R(s)$ che prefiltro $R_{pf}(s)$ scegliere il tempo di campionamento più idoneo tenendo in considerazione lo spettro dei segnali in gioco e il fatto che si voglia inserire nella retroazione un filtro anti-aliasing di ordine 2, che senza alterare in maniera significativa la funzione d'anello (e in particolare il margine di fase), garantisca alla pulsazione di Nyquist un'attenuazione di 40 dB (si riporti l'espressione del filtro anti-aliasing). Discretizzare $R(s)$ e $R_{pf}(s)$ con il metodo di Tustin.

SOLUZIONE:

Il tempo di campionamento può essere scelto assumendo una pulsazione di campionamento pari a 10 volte la massima pulsazione dei segnali in gioco che in questo caso risulta pari a $\omega_{max} = 30\text{rad/s}$ (larghezza di banda del sistema retroazionato senza prefiltro prefiltro) Pertanto

$$\omega_s = 10\omega_{max} = 300 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.0209 \text{ s.}$$

La specifica sul filtro anti-aliasing richiede innanzitutto la definizione del filtro stesso, che non dovendo perturbare la fase della funzione di anello, dovrà avere una pulsazione di taglio ω_{aa} (ovvero il punto di rottura del diagramma di Bode delle ampiezze) almeno una decade a destra rispetto alla $\omega_c (= 30 \text{ rad/s})$ di $L(s)$, quindi $\omega_{aa} = 300 \text{ rad/s}$ e

$$H_{aa}(s) = \frac{90000}{s^2 + 424.26s + 90000}.$$

Essendo il filtro del secondo ordine, per garantire 40 db di attenuazione la pulsazione di Nyquist dovrà essere collocata un decade a destra rispetto a ω_{aa} per cui

$$\frac{\omega_s}{2} = 10\omega_{aa} = 3000 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_s = 6000 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.001 \text{ s.}$$

Occorre pertanto assumere il valore di T più basso tra quelli trovati (ovvero 0.001 s).

Sostituendo $s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$ i corrispondenti sistemi discretizzati risultano

$$R(s) = 3 \frac{(1.25s + 1)(0.241s + 1)}{s(0.01124s + 1)} \Rightarrow R(z) = \frac{77.22 - 154z^{-1} + 76.83z^{-2}}{1 - 1.915z^{-1} + 0.9148z^{-2}} = \frac{77.22z^2 - 154z + 76.83}{z^2 - 1.915z + 0.9148}$$

$$R_{pf}(s) = \frac{1}{\frac{1}{7.5}s + 1} \Rightarrow R_{pf}(z) = \frac{0.003736 + 0.003736z^{-1}}{1 - 0.9925z^{-1}} = \frac{0.003736z + 0.003736}{z - 0.9925}$$

- f) Scrivere le equazioni alle differenze corrispondenti ai due sistemi discretizzati al punto precedente

$$R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} \text{ e } R_{pf}(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)}.$$

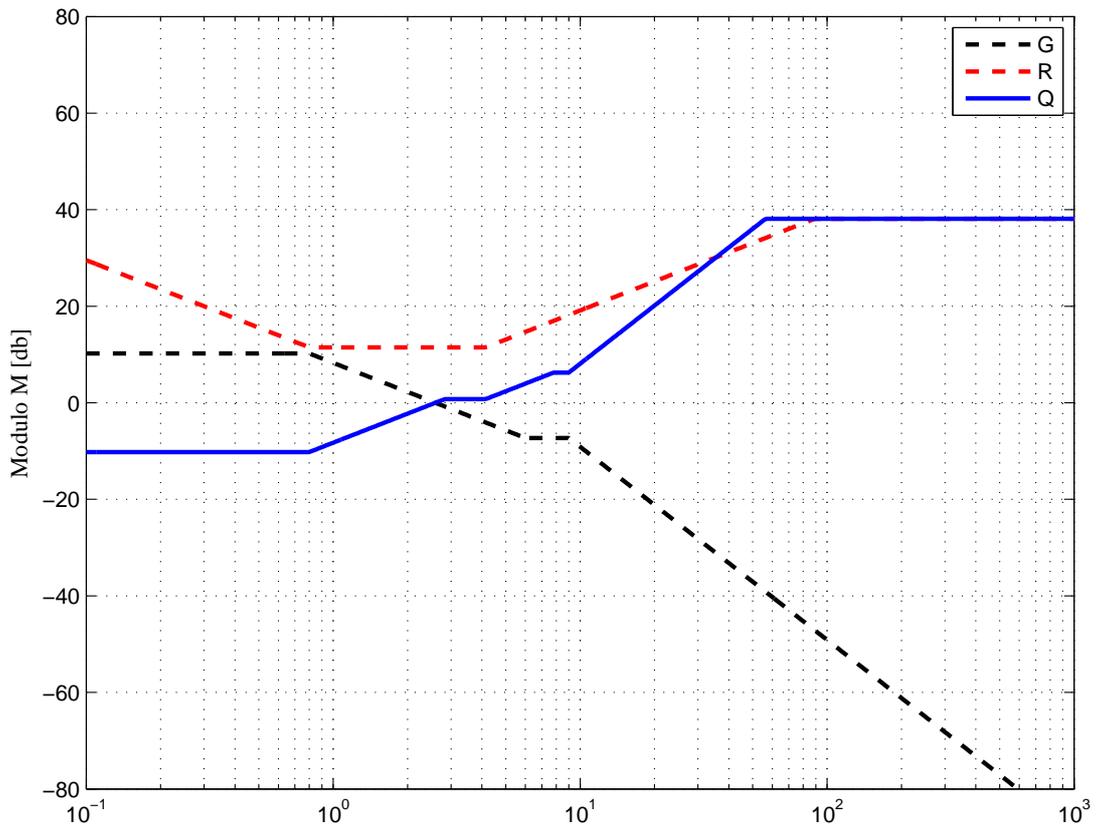
SOLUZIONE:

Interpretando z^{-1} come l'operatore ritardo unitario segue immediatamente che le equazioni alle differenze corrispondenti a $R(z)$ e $R_{pf}(z)$ sono:

$$R(z) = \frac{77.22 - 154z^{-1} + 76.83z^{-2}}{1 - 1.915z^{-1} + 0.9148z^{-2}} = \frac{U(z)}{E(z)} \Rightarrow u_k = 1.915u_{k-1} - 0.9148u_{k-2} + 77.22e_k - 154e_{k-1} + 76.83e_{k-2}$$

$$R_{pf}(z) = \frac{0.003736 + 0.003736z^{-1}}{1 - 0.9925z^{-1}} = \frac{Y(z)}{Q(z)} \Rightarrow y_k = 0.9925y_{k-1} + 0.003736q_k + 0.003736q_{k-1}$$

Diagrammi di Bode delle ampiezze di $G(s)$, $R(s)$ e $Q(s)$



Diagrammi di Bode delle ampiezze di $R_{pf}(s)$, $Q(s)$ e $Q'(s)$

