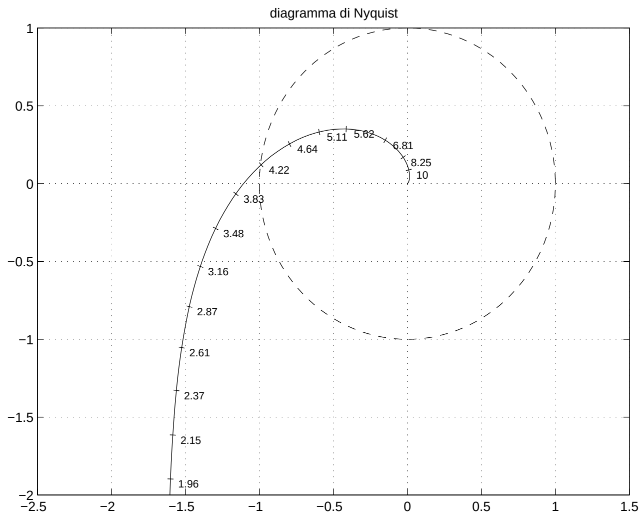
Controlli Automatici - Terzo Compito
12 Giugno 2001 - Esercizi

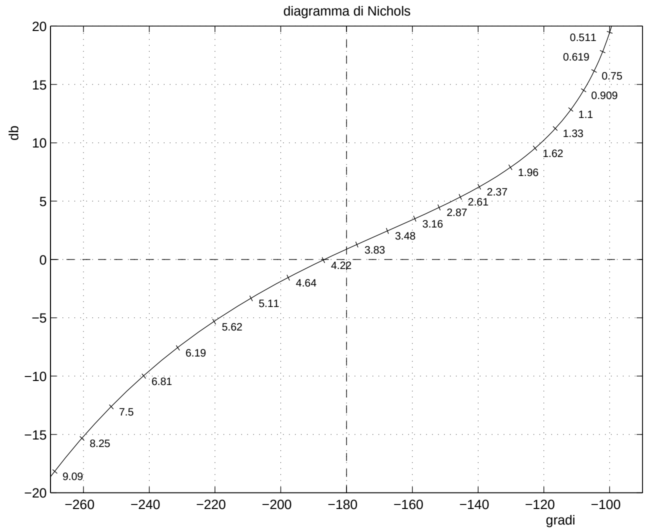
Compito Nr. $a =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a il valore assegnato e si risponda alle domande.

1) Sia dato un sistema $G(s)$caratterizzato dai seguenti diagrammi di Nyquist e di Nichols:

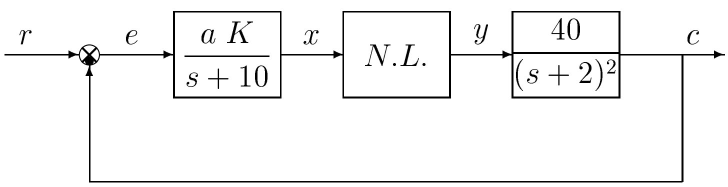


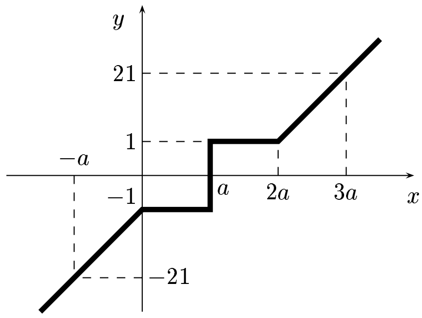


1.a) Progettare una rete correttrice (anticipatrice o ritardatrice a scelta) in modo da imporre al sistema retroazionato un margine di ampiezza $M_a = \frac{a}{10}$.

1.b) Progettare una rete a ritardo e anticipo con $\tau_2 = 9\tau_1$ in modo che il guadagno di anello $C(s)G(s)$ passi per il punto B avente modulo $M_B = \frac{20}{a}$ e fase $\varphi_B = -140^o$.

2) Sia dato il seguente sistema in retroazione:





2.a) Posto $K = 1$, scrivere l'equazione della retta di carico in funzione di r.

2.b) Posto $K = 1$, determinare per quale valore r^* di r il punto di lavoro è $(x_0,\ y_0) = (a,\ 0)$.

2.c) Posto $K = 1$ e fissato il punto di lavoro in $(a,\ 0)$, tracciare qualitativamente l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ del blocco non lineare N.L. Ove possibile indicare l'espressione analitica della funzione $F(X)$ e determinarne i punti di minimo e massimo.

2.d) Posto $K = 1$ ed $r = r^*$, ricavare (ove possibile analiticamente) ampiezza X_i^* e pulsazione ω_i^* degli eventuali cicli limite presenti nel sistema specificando se essi sono stabili o instabili.

2.e) Supponendo che il punto di lavoro rimanga invariato, discutere qualitativamente come variano i cicli limite del sistema al variare del parametro $K > 0$.

2.f) Posto $K = 1$ ed $r = r^*$, calcolare in corrispondenza dei cicli limite stabili, l'ampiezza dell'oscillazione sulla variabile errore e.

3) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare il seguente regolatore:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = a\frac{s+20}{s+50}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.2$.

Controlli Automatici - Modena - 12 Giugno 2001 - Risposte

1.a) Si può utilizzare solo una rete ritardatrice. Preso $\omega = \omega_A = 3.3$ si ha:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 1.42, \qquad \varphi_A = \arg G(j\omega_A) = -162.8$$

$$M_B = \frac{10}{a}, \qquad \varphi_B = -180$$

da cui si ottiene

$$M = \frac{M_B}{M_A} = \frac{10}{1.42\,a}, \qquad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -17.2^o$$

Sostituendo nelle formule di inversione, per $a = 20$ si ottiene:

$$\tau_1 = 0.6181, \qquad \tau_2 = 1.9314$$

1.b) La rete a ritardo e anticipo è caratterizzata dalle seguenti equazioni:

$$\frac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}} = \omega_A \simeq 2.38, \qquad \tau_2 = 9\tau_1 \qquad \rightarrow \qquad \tau_1 = \frac{1}{3\omega_A} = 0.1401, \qquad \tau_2 = 1.2605$$

Per il calcolo dell'attenuazione si ha:

$$\frac{\tau_1 + \tau_2}{\alpha\tau_1 + \frac{\tau_2}{\alpha}} = \frac{1 + \frac{\tau_2}{\tau_1}}{\alpha + \frac{\tau_2}{\alpha}\tau_1} = \frac{M_B}{M_A} = \gamma = \frac{20}{M_A\,a} \qquad \rightarrow \qquad \frac{10}{\alpha + \frac{9}{\alpha}} = \gamma$$

da cui si ricava:

$$\gamma\alpha^2 - 10\alpha + 9\gamma = 0 \qquad \rightarrow \qquad \alpha = \frac{5 - \sqrt{25 - 9\gamma^2}}{\gamma}$$

2.a) La retta di carico è

$$\boxed{x = \frac{a}{10}r - a\,y} \qquad \leftrightarrow \qquad \boxed{y = \frac{r}{10} - \frac{x}{a}}$$

2.b) Imponendo che la retta di carico passi per il punto $(a,\,0)$ si ottiene

$$a = \frac{a}{10}r^* \qquad \rightarrow \qquad \boxed{r^* = 10}$$

2.c) Per $a = 20$, l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ è mostrato in Fig. 1 L'espressione

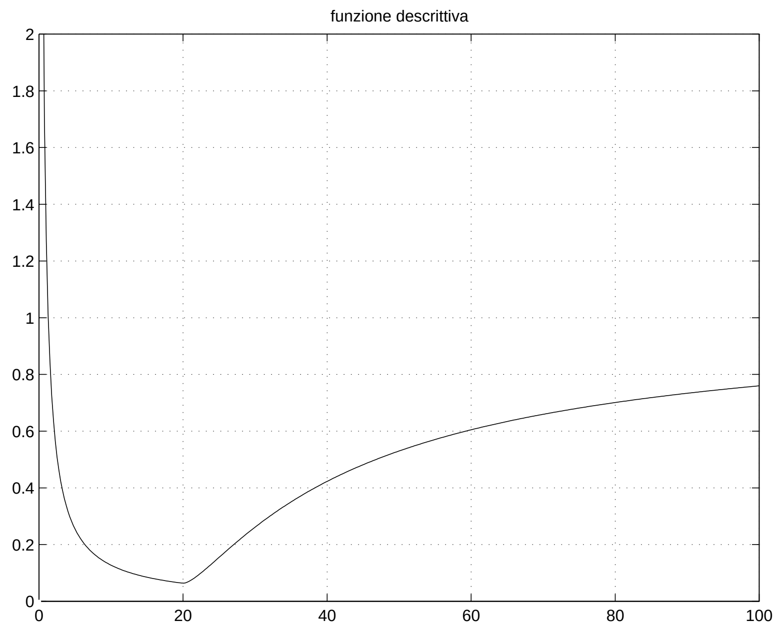


Figura 1: Andamento della funzione descrittiva $F(X)$ per $a = 20$.

analitica della funzione descrittiva nel primo tratto è

$$F(X) = \frac{4}{\pi X}$$

Il punto di minimo si raggiunge per $X = a$ e vale

$$\boxed{F(a) = \frac{4}{\pi a}}$$

Il valore asintotico che si raggiunge per $X \to \infty$ è

$$\boxed{F(\infty) = \frac{20}{a}}$$

2.d) Posto $\alpha = 40\, a\, K$, l'equazione caratteristica del sistema è

$$1 + \frac{\alpha}{(s+10)(s+2)^2} = 0 \qquad \to \qquad s^3 + 14\, s^2 + 44\, s + 40 + \alpha = 0$$

Applicando Routh si trova che il sistema è stabile per

$$-40 < \alpha < 576 \qquad \to \qquad -\frac{1}{a} < K < \frac{576}{40\, a} = \frac{72}{5\, a} = K^*$$

La pulsazione dei cicli limite stabili è $\omega_1^* = \sqrt{44} = 6.633$. L'ampiezza X_i^* si ottiene imponendo $K^* = F(X^*)$. Esiste sempre un ciclo limite stabile, infatti si ha che

$$K^* > F(a) \qquad \to \qquad \frac{576}{40\, a} > \frac{4}{\pi a} \qquad \to \qquad \frac{72}{5} > \frac{4}{\pi} \qquad \to \qquad \text{sempre}$$

L'ampiezza X^* del ciclo limite stabile è

$$\frac{4}{\pi X^*} = K^* \qquad \to \qquad \boxed{X^* = \frac{4}{\pi K^*} = \frac{20\, a}{72\pi} = \frac{5\, a}{18\pi}}$$

2.e) In funzione di K, il margine di ampiezza del sistema vale

$$M_a = \frac{K^*}{K} = \frac{72}{5\, K\, a}$$

Dall'andamento della funzione descrittiva si può affermare che

1) Nel sistema è presente un solo ciclo limite stabile se $M_a > F(\infty)$ cioè se

$$\frac{72}{5\, K\, a} > \frac{20}{a} \qquad \to \qquad K < 0.72$$

2) Nel sistema sono presenti due cicli limite, uno stabile e l'altro instabile, se $F(\infty) > M_a > F(a)$ cioè se

$$\frac{20}{a} > \frac{72}{5\, K\, a} > \frac{4}{\pi a} \to \qquad 0.72 < K < \frac{18\pi}{5} = 11.31$$

3) Nel sistema non è presente nessun ciclo limite e il sistema è instabile se $M_a < F(a)$ cioè se

$$K > \frac{18\pi}{5} = 11.31$$

2.f) L'ampiezza X_e dell'oscillazione sinusoidale del segnale errore è

$$X_e = \frac{X^*}{|G_1(j\omega^*)|} \qquad \text{dove} \qquad |G_1(j\omega^*)| = \frac{a}{\sqrt{10^2 + (\omega^*)^2}}$$

Sostituendo si ottiene:

$$X_e = \frac{5\, a}{18\pi} \frac{\sqrt{10^2 + (\omega^*)^2}}{a} = \frac{10}{3\pi} = 1.061$$

3) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare si ottiene

$$D(z) = D(s)\big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = a\, \frac{2(1-z^{-1}) + 20T(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1}) + 50T(1+z^{-1})}\bigg|_{T=0.2} = a\frac{3+z^{-1}}{6+4z^{-1}}$$

La corrispondente equazione alle differenze si ricava dalla relazione

$$M(z)(6+4z^{-1}) = aE(z)(3+1z^{-1})$$

$$m(k) = \frac{1}{6}[-4\,m(k-1) + 3\,a\,e(k) +\; a\,e(k-1)]$$

Controlli Automatici - Terzo Compito
12 Giugno 2001 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

1. Per avere una buona prontezza della risposta ed un errore a regime nullo per ingresso al gradino in un processo avente la funzione di trasferimento $\frac{10000}{(s+1)(s+2)(s+3)}$ è più conveniente
   - ○ un controllo I
   - ○ un controllo PD
   - ⊗ un controllo PID
2. Nella sintesi di un regolatore $D(s)$, la cancellazione polo-zero è applicabile
   - ⊗ agli zeri stabili del sistema
   - ○ agli zeri instabili del sistema
   - ⊗ ai poli stabili del sistema
   - ○ ai poli instabili del sistema
3. Esistono sistemi che si possono stabilizzare con reti anticipatrici ma non con reti ritardatrici
   - ⊗ si
   - ○ no
4. Il controllo PI è preferibile al controllo PD
   - ⊗ quando il margine di fase è fortemente negativo
   - ○ quando si vuole aumentare la banda passante del sistema
   - ⊗ quando l'obbiettivo principale è quello di ridurre l'errore a regime nella risposta al gradino
5. Per stabilizzare un sistema costituito da un ritardo puro, ottenendo nel contempo un errore a regime nullo nella risposta al gradino, conviene scegliere
   - ○ un controllo P
   - ○ un controllo PD
   - ⊗ un controllo PI
6. Un sistema in retroazione composto da un relè con soglia e da una parte lineare avente la funzione di trasferimento $K/[s(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)]$ con $\tau_1 > 0$ e $\tau_2 > 0$
   - ○ presenta sempre oscillazioni
   - ⊗ può non presentare oscillazioni
   - ○ non presenta mai oscillazioni
7. Sia $y(t) \simeq Y_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ l'armonica fondamentale del segnale di uscita di una non linearità simmetrica rispetto all'origine quando in ingresso è presente la sinusoide $X \sin \omega t$. La corrispondente funzione descrittiva $F(X)$ è
   - ⊗ $F(X) = \frac{Y_1}{X} e^{j\varphi_1}$
   - ○ $F(X) = \frac{Y_1}{X} e^{-j\varphi_1}$
   - ⊗ una funzione complessa dell'ampiezza X del segnale di ingresso
   - ○ una funzione complessa della pulsazione ω del segnale di ingresso

8. La pulsazione ω_m in cui la rete anticipatrice $G(s) = \frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s}$ presenta il massimo anticipo è

   ⊗ $\omega_m = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$
   ○ $\omega_m = \frac{\alpha}{\sqrt{\tau}}$
   ○ $\omega_m = \frac{\tau}{\sqrt{\alpha}}$
   ○ $\omega_m = \frac{1}{\alpha\sqrt{\tau}}$

9. Il metodo di Ziegler-Nichols per determinare i valori di primo tentativo dei parametri di un regolatore standard PID

   ○ richiede la conoscenza esatta del modello del sistema da controllare
   ○ richiede la conoscenza della risposta impulsiva del sistema da controllare
   ⊗ richiede la conoscenza della risposta al gradino del sistema da controllare
   ⊗ è applicabile in modo approssimato anche al controllo di sistemi non lineari

10. Per poter applicare il criterio del cerchio, la caratteristica non lineare $y = f(x)$ deve:

    ⊗ essere di tipo algebrico
    ○ deve essere una funzione limitata superiormente
    ⊗ passare per l'origine
    ○ essere simmetrica rispetto all'origine

11. Sia $X(z)$ la Z-trasformata della sequenza $x(kT)$. Il teorema del valore finale afferma che

    ○ $x(\infty) = \lim_{z\to 0} zX(z)$
    ○ $x(\infty) = \lim_{z\to 1} zX(z)$
    ○ $x(\infty) = \lim_{z\to 0}(1 - z^{-1})X(z)$
    ⊗ $x(\infty) = \lim_{z\to 1}(1 - z^{-1})X(z)$

12. La $\mathcal{Z}$-trasformata $X(z)$ della rampa unitaria $x(k) = k$ quando $T = 1$ è

    ○ $X(z) = \frac{1}{(z-1)^2}$
    ⊗ $X(z) = \frac{z}{(z-1)^2}$
    ○ $X(z) = \frac{1}{(z+1)^2}$
    ○ $X(z) = \frac{z}{(z+1)^2}$

13. Il campionamento impulsivo di periodo T determina il seguente legame teorico tra il piano s e il piano z

    ○ $z = e^{-sT}$
    ○ $s = e^{-zT}$
    ⊗ $z = e^{sT}$
    ○ $s = e^{zT}$

14. Le funzioni $G_1(z) = \frac{z}{z-0.8}$ e $G_2(z) = \frac{z}{z+0.8}$ rappresentano due successioni di numeri $g_1(k)$ e $g_2(k)$

    ⊗ entrambe stabili
    ○ entrambe costituite da soli numeri positivi
    ⊗ entrambe che tendono a zero con la stessa "velocità" quando $k \to \infty$