Controlli Automatici
Esercitazione nr. 1
Gruppo Nr. $\boxed{a = 1}$

	Cognome	Nome
1)		
2)		
3)		

Si sostituisca ad a il valore assegnato nelle seguenti funzioni di trasferimento e si risponda alle domande.

$G_1(s) = \dfrac{10(s+0.1)(s+100)}{(s^2+2s+4)(s+a^2)}$	$G_2(s) = \dfrac{2(s+0.2)(s-50)}{s(s+a)^2}$	$G_3(s) = \dfrac{5(s+\frac{a}{10})(s^2-2s+25)}{s^2(s+100)}$

1) Mettere la funzione di trasferimento nella forma a costanti di tempo:

$G_1(s) = \dfrac{25}{a^2}\dfrac{(1+10s)(1+\frac{s}{100})}{(1+\frac{s}{2}+\frac{s^2}{4})(1+\frac{s}{a^2})}$	$G_2(s) = \dfrac{-20}{a^2}\dfrac{(1+\frac{s}{0.2})(1-\frac{s}{50})}{s(1+\frac{s}{a})^2}$	$G_3(s) = \dfrac{a}{8}\dfrac{(1+\frac{10s}{a})(1-\frac{2s}{25}+\frac{s^2}{25})}{s^2(1+\frac{s}{100})}$

2) Calcolare i guadagni K (forma a costanti di tempo) e K_p (forma poli-zeri):

$K = \frac{25}{a^2}$ $\quad K_p$=10	$K = \frac{-20}{a^2}$ $\quad K_p$=2	$K = \frac{a}{8}$ $\quad K_p$=5

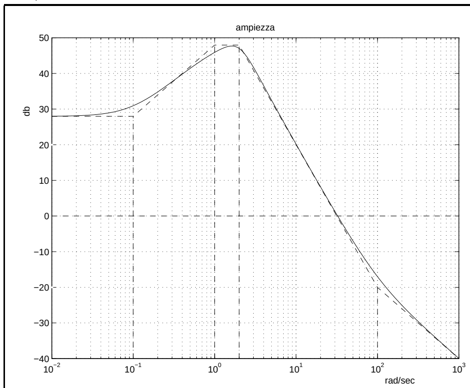
3) Calcolare la antitrasformata di Laplace delle funzioni $G_i(s)$ (usare il comando "invtr"):

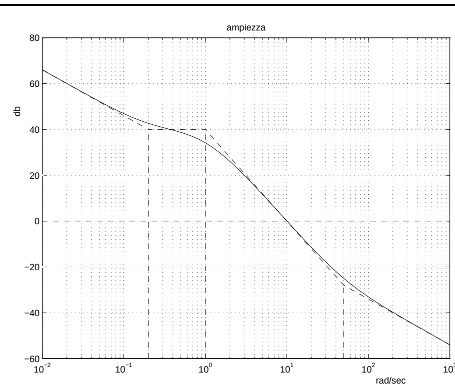
$g_1(t) = f_1(a)e^{-a^2 t} + f_2(a)e^{-t}\sin(1.732t+\varphi(a))$	$g_2(t) = f_1(a) + [f_2(a) + f_3(a)t]e^{-at}$	$g_3(t) = 5\delta(t) + f_1(a) + f_2(a)t + f_3(a)e^{-100t}$

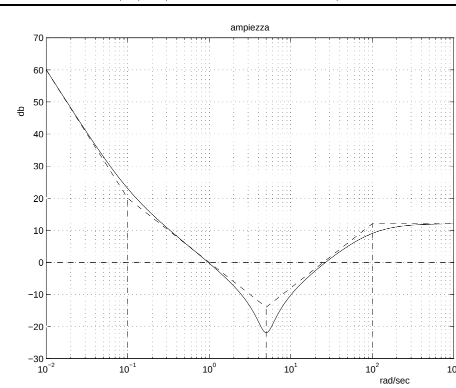
4) Calcolare l'ampiezza delle risposte $y_i(t)$ al gradino unitario dei sistemi ad anello aperto $G_i(s)$ negli istanti di tempo specificati (usare il comando "tresp"):

$y_1(0.5) = 75, \quad y_1(1) = 150$	$y_2(0.5) = -8.705, \quad y_2(1) = -27.65$	$y_3(0.5) = 0.4221, \quad y_3(1) = 0.955$

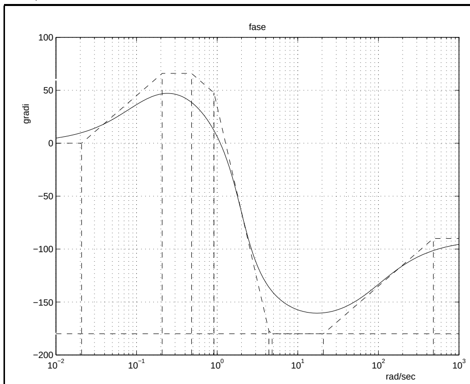
5)Disegnare il **diagramma asintotico di Bode delle ampiezze** delle funzioni $G_i(s)$ (usare "fresp"):

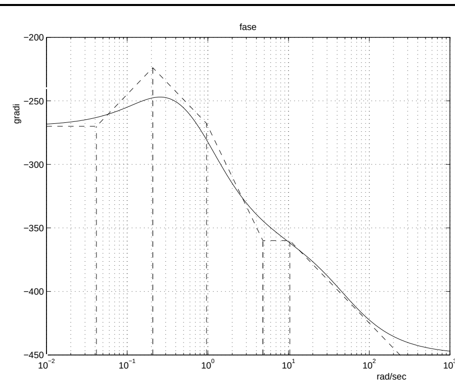


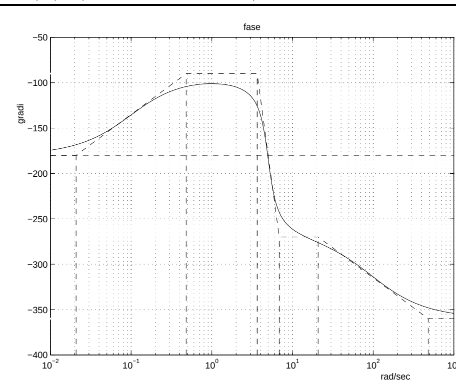




6)Disegnare il **diagramma asintotico di Bode delle fasi** delle funzioni $G_i(s)$ (usare "fresp"):







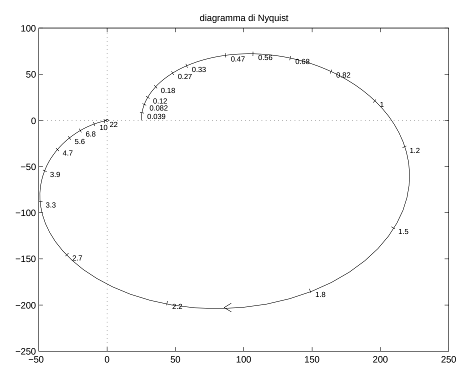
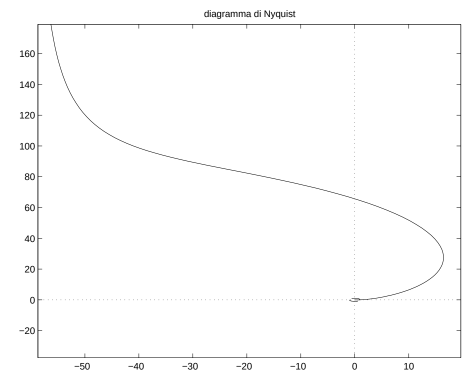
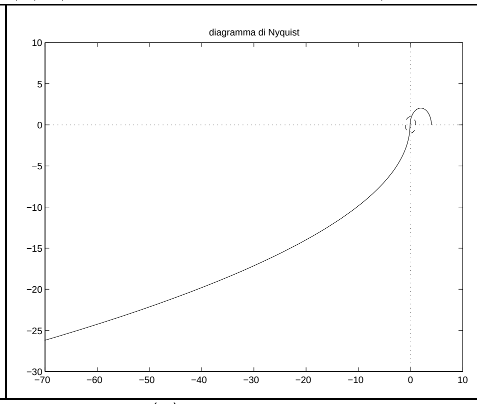
7) Utilizzando i diagrammi di Bode, calcolare il valore a regime dell'uscita $y_1(t)$ del solo sistema $G_1(s)$ in risposta ai seguenti segnali sinusoidali in ingresso (usare il comando "fresp" oppure "g(jω)"):

$$x_1(t) = 10\sin(2t) \quad \rightarrow \quad y_1(t) = 2239.2\sin(2t - 1.137)$$

$$x_1(t) = 2\cos(30t) \quad \rightarrow \quad y_1(t) = 2.324\cos(30t - 2.753)$$

$$x_1(t) = 5\sin(400t + \tfrac{\pi}{6}) \quad \rightarrow \quad y_1(t) = 0.1289\sin(400t + \tfrac{\pi}{6} - 1.809)$$

8)Disegnare qualitativamente il **diagramma di Nyquist** delle funzioni $G_i(s)$ (usare il comando "fresp"):

9) Calcolare i seguenti valori caratteristici del diagramma di Nyquist delle funzioni $G_i(s)$:

$\lvert G_1(j\omega)\rvert_{\omega\to 0^+} = 25$	$\lvert G_2(j\omega)\rvert_{\omega\to 0^+} = \infty$	$\lvert G_3(j\omega)\rvert_{\omega\to 0^+} = \infty$
$\varphi_0 = \arg G_1(j\omega)\rvert_{\omega\to 0^+} = 0$	$\varphi_0 = \arg G_2(j\omega)\rvert_{\omega\to 0^+} = -\frac{3}{2}\pi$	$\varphi_0 = \arg G_3(j\omega)\rvert_{\omega\to 0^+} = -\pi$
$\lvert G_1(j\omega)\rvert_{\omega\to\infty} = 0$	$\lvert G_2(j\omega)\rvert_{\omega\to\infty} = 0$	$\lvert G_3(j\omega)\rvert_{\omega\to\infty} = 5$
$\varphi_\infty = \arg G_1(j\omega)\rvert_{\omega\to\infty} = -\frac{\pi}{2}$	$\varphi_\infty = \arg G_2(j\omega)\rvert_{\omega\to\infty} = -\frac{\pi}{2}$	$\varphi_\infty = \arg G_3(j\omega)\rvert_{\omega\to\infty} = 0$
$\Delta_a = \sum \tau_i' - \sum \tau_j = 9.51 - \frac{1}{a^2}$	$\Delta_a = \sum \tau_i' - \sum \tau_j = 4.98 - \frac{2}{a}$	$\Delta_a = \sum \tau_i' - \sum \tau_j = \frac{10}{a} - 0.09$
Asintoto: no ☑; si ☐;	Asintoto: no ☐; si ☑;	Asintoto: no ☑; si ☐;
Ascissa asintoto: $\sigma_a = /$	Asintoto: $\sigma_a = -\frac{20}{a^2}(4.98 - \frac{2}{a})$	Ascissa asintoto: $\sigma_a = /$

10) Utilizzando il teorema del valore finale (quando è possibile) calcolare il valore a regime $g_i(\infty)$ delle risposte impulsive $g_i(t)$ dei sistemi $G_i(s)$:

$g_1(\infty) = 0$	$g_2(\infty) = f_1(a) = -\frac{20}{a^2}$	$g_3(\infty) = \infty$

11) Utilizzando il teorema del valore iniziale, calcolare il valore $g_i(0)$ delle risposte impulsive $g_i(t)$ dei sistemi $G_i(s)$:

$g_1(0) = f_1(a) + f_2(a)\sin\varphi(a) = 10$	$g_2(0) = f_1(a) + f_2(a) = 2$	$g_3(0) = \infty$

12) Graficare a computer i diagrammi di Nichols delle funzioni di trasferimento $G_i(s)$ verificando che tali andamenti sono congruenti con i diagrammi di Bode e di Nyquist ottenuti in precedenza.

Note alla soluzione dell'Esercitazione nr.1

Nel seguito, con il simbolo "gsi" si indicherà la variabile utilizzata per definire la funzione $G_i(s)$. Relativamente alle varie domande, valgono le seguenti considerazioni:

1) Mettere in forma di costanti di tempo una funzione di trasferimento $G_i(s)$ è un'operazione che si esegue facilmente "a mano" se il sistema, come nel caso in esame, è dato nella forma fattorizzata. Tale forma si ottiene in TFI utilizzando il comando "gsi:".

2) Le costanti K e K_p sono facilmente individuabili dalle due precedenti forme, quella a costanti di tempo, e quella a poli e zeri.

3) La risposta impulsiva del sistema si ottiene operando la scomposizione in fratti semplici della $G_i(s)$ e antitrasformando i singoli termini. In ambiente TFI l'antitrasformata di Laplace si esegue utilizzando il comando "invtr,gsi". I termini temporali corrispondenti a coppie di poli complessi coniugati possono essere espressi in vari modi: utilizzando la sola funzione seno, utilizzando la sola funzione coseno, oppure utilizzando entrambe le funzioni seno e coseno. Questo giustifica la presenza delle tre opzioni nell'utilizzo del comando "invtr".
Si noti inoltre che nella funzione $g_3(t)$ è presente il termine impulsivo $5\delta(t)$. Un tale termine è sempre presente tutte le volte che la funzione $G(s)$ ha grado relativo 0.

4) Si utilizza il comando "tresp,gsi" e si seleziona l'opzione "risposta al gradino ad anello aperto".

5) Si utilizza il comando "fresp,gsi", si seleziona l'opzione "1 - Diagramma di Bode dell'ampiezza" e poi si attiva la graficazione degli asintoti.

6) Si utilizza il comando "fresp,gsi", si seleziona l'opzione "2 - Diagramma di Bode della fase" e poi si attiva la graficazione degli asintoti.

7) La domanda fa riferimento al solo sistema $G_1(s)$ in quanto gli altri due sistemi $G_2(s)$ e $G_3(s)$ non sono asintoticamente stabili, per cui se sollecitati con un ingresso sinusoidale forniscono in uscita un segnale che, a regime, non sempre tende ad essere sinusoidale.
Il guadagno e lo sfasamento del segnale di uscita rispetto al segnale sinusoidale (o cosinusoidale) di ingresso si possono leggere direttamente dai Diagrammi di Bode in corrispondenza della pulsazione ω del segnale di ingresso. Altrimenti è possibile determinarli calcolando il valore $G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica. A tale scopo all'interno del programma TFI è possibile utilizzare il comando (nel caso $\omega = 2$) "gsi(j*2)";

8) Si utilizza il comando "fresp,gsi" e si seleziona l'opzione "6 - Diagramma di Nyquist". Eventualmente utilizzare l'opzione "zoom" per verificare l'andamento del diagramma di Nyquist nell'intorno dell'origine. Selezionare l'opzione "8 - inserire graduazione in omega" per graduare il diagramma in funzione di ω.

9) Tutti i valori richiesti si possono determinare facilmente facendo semplici calcoli "teorici" sulla funzione di trasferimento $G_i(s)$.

10) Il teorema del valore finale può essere utilizzato nel caso delle funzioni $G_1(s)$ e $G_2(s)$ perchè hanno tutti i poli a parte reale negativa con al più un polo nell'origine. Al sistema $G_3(s)$ non è possibile applicare il teorema del valore finale perchè presente in polo doppio nell'origine: per questo stesso motivo il sistema è divergente per $t \to \infty$;

11) Il teorema del valore iniziale può sempre essere utilizzato. Il valore che si ricava deve essere congruente con il valore della $g_i(t)$ quando $t \to 0$ (vedi domanda 3).

12) Si utilizza il comando "fresp,gsi" e si seleziona l'opzione "5 - Diagramma di Nichols".