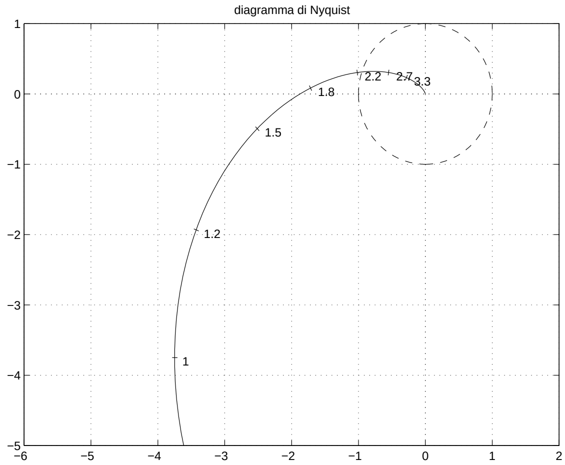
Esame scritto di "Controlli Automatici" - Modena - 15 Giugno 2000 - Esercizi

1) Date le seguenti formule di inversione

$$\tau_1 = \frac{M - \cos\varphi}{\omega \sin\varphi}, \qquad \tau_2 = \frac{\cos\varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin\varphi}$$

si consideri il diagramma di Nyquist riportato a fianco. Calcolare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete ritardatrice in modo da imporre al sistema retroazionato il margine di ampiezza $M_\alpha = 5$.

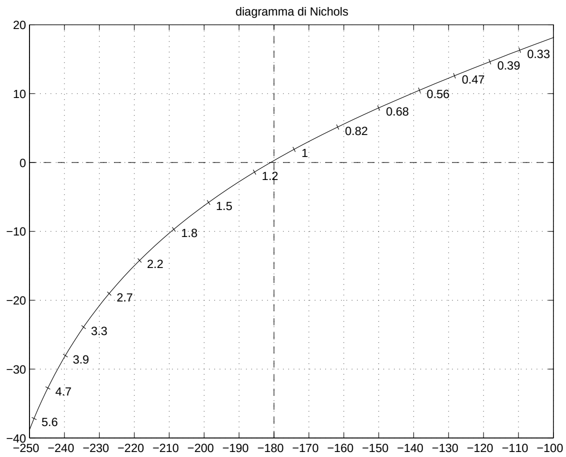


2) Sempre facendo riferimento alla stessa figura, calcolare i parametri τ_1, τ_2 ed α di una rete a ritardo e anticipo

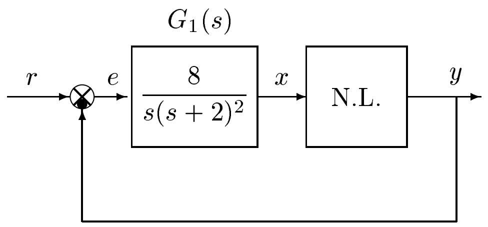
$$R(s) = \frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+\alpha\tau_1 s)(1+\frac{\tau_2}{\alpha} s)}$$

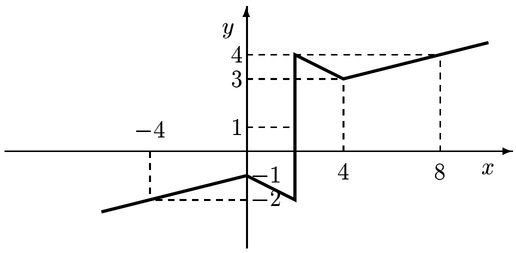
in modo da imporre al sistema retroazionato il margine di fase $M_\varphi = 45^o$. Si proceda in modo approssimato e si ponga $\tau_2 = 9\tau_1$.

3) Si consideri ora il diagramma di Nichols riportato a fianco. Calcolare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete anticipatrice in modo da imporre al sistema retroazionato il margine di fase $M_F = 30$. Si scelga la pulsazione ω che si ritiene più opportuna.



4) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Per quale valore del riferimento r il punto di lavoro del sistema retroazionato è in $(x_0, y_0) = (2,\ 1)$. Tracciare qualitativamente l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della funzione $y = y(x)$ nell'intorno del punto di lavoro e discutere la presenza o meno di oscillazioni autosostenute. Determinare la pulsazione ω^* delle eventuali oscillazioni autosostenute presenti nel sistema.

5) Facendo di nuovo riferimento al sistema non lineare del punto precedente, dire se in base al criterio del cerchio o in base al criterio di Popov il punto di lavoro $(-4, -2)$ é asintoticamente stabile o meno.

6) Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri, discretizzare la seguente funzione di trasferimento:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = 2\frac{s+2}{s+5}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.

Esame scritto di "Controlli Automatici" Modena - 7 Giugno 1999 - Risposte

1) In base alla specifica sul margine di ampiezza $M_\alpha = 5$, il punto B che deve essere raggiunto è il seguente: $M_B = 0.2$, $\varphi = 180^o$. Se si vuol utilizzare una rete ritardatrice, ,i punti che possono essere portati in B sono quelli della curva $G(j\omega)$ che appartengono (grossomodo) al terzo quadrante. Scegliamo il punto A in corrispondenza della pulsazione $\omega_A = 1.5$. L'ampiezza M_A e la fase φ_A del punto A sono i seguenti:

$$M_A \simeq 2.56, \qquad \varphi_A = 191.1^o$$

L'attenuazione M e il ritardo φ che la rete ritardatrice deve introdurre alla pulsazione $\omega = 1.5$ rad/sec per imporre il margine di ampiezza richiesto sono:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = \frac{1}{M_A M_\alpha} = \frac{0.2}{2.56} = 0.0781 \qquad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = 180^o - 191.1^o = -11.1^o$$

Sostituendo questi valori nelle formule di inversione:

$$\tau_1 = 3.1276, \qquad \tau_2 = 40.9401 \qquad \rightarrow \qquad R(s) \simeq \frac{1 + 3.13s}{1 + 40.94s}$$

I diagrammi di Nyquist del sistema originario $G(s)$ e di quello compensato sono mostrati in Fig. 1.

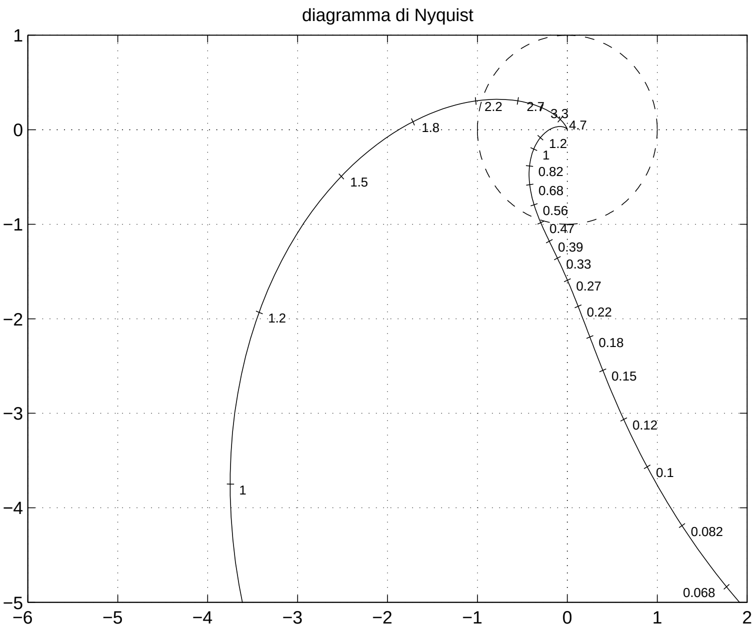


Figura 1: L'andamenti dei diagrammi di Nyquist del sistema originario $G(s)$ e del sistema compensato.

2) In base alla specifica sul margine di fase $M_\varphi = 45^o$, il punto B che deve essere raggiunto è il seguente: $M_B = 1$, $\varphi = 225^o$. La pulsazione alla quale il sistema originario ha un margine di fase $M_\varphi = 45^o$ è $\omega_A = 1$. Il modulo e la fase del punto A sono: $M_A = 5.303$ e $\varphi_A = 225^o$. Nel punto la rete a ritardo e anticipo centrale deve attenuare della seguente quantità:

$$\gamma = \frac{M_B}{M_A} = \frac{1}{5.303} = 0.1886$$

I parametri τ_1, τ_2 ed α di una rete a ritardo e anticipo devono quindi soddisfare le seguenti relazioni:

$$\tau_2 = 9\tau_1, \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}} = 1 \qquad \gamma = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\alpha\tau_1 + \frac{\tau_2}{\alpha}} = 0.1886$$

Dalle prime due relazioni si ottiene:

$$\tau_1 = \frac{1}{3\omega_0} = \frac{1}{3} = 0.3333, \qquad \tau_2 = 3$$

Dall'ultima relazione si ricava:

$$\frac{1+9}{\alpha + \frac{9}{\alpha}} = 0.1886 \quad \rightarrow \quad \frac{10\alpha}{\alpha^2 + 9} = 0.1886 \quad \rightarrow \quad 0.1886\alpha^2 - 10\alpha + 1.6974 = 0$$

Risolvendo rispetto ad α si ottiene $\alpha = 0.1703$. La seconda radice $\alpha = 52.85$ non è accettabile perchè α deve essere minore di 1. La rete a ritardo e anticipo ha quindi la seguente struttura:

$$R(s) = \frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+\alpha\tau_1 s)(1+\frac{\tau_2}{\alpha}s)} = \frac{(1+0.3333\,s)(1+3\,s)}{(1+0.0568s)(1+17.616s)}$$

I diagrammi di Nyquist del sistema originario $G(s)$ e del sistema compensato, utilizzando la rete a ritardo e anticipo, sono mostrati in Fig. 2.

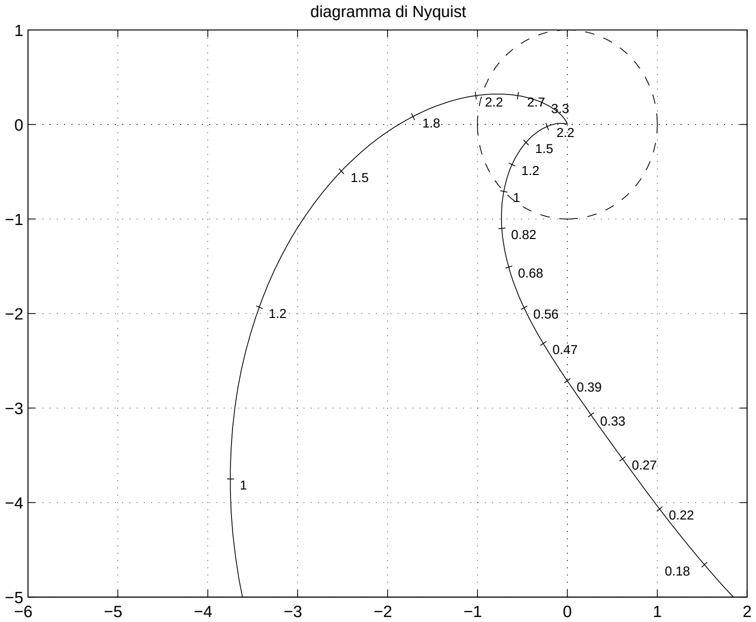


Figura 2: L'andamenti dei diagrammi di Nyquist del sistema originario $G(s)$ e del sistema compensato.

3) Sia A il punto sulla $G(j\omega)$ corrispondente alla alla pulsazione $\omega = 1.8$ rad/sec. Per poter imporre al sistema retroazionato un margine di fase $M_F = 30^o$ occorre portare il punto A nel punto $B = (0 \text{ db}, \ -150^o)$. L'ampiezza M_A e la fase φ_A del punto A sono:

$$M_A \simeq -9.7 \text{ db} = 0.3271 \qquad \varphi_A = 151.3^o$$

L'ampiezza e la fase del punto B sono $M_B = 1$, $\varphi_B = 210^o$. Per portare il punto B in A occorre amplificare ed anticipare delle seguenti quantità:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 9.7 \text{ db} = 3.0576 \qquad \varphi = \varphi_A - \varphi_B = 210 - 151.3 = 58.7^o$$

Sostituendo tali valori nelle formule di inversione si ottiene:

$$\tau_1 = 1.6502 \qquad \tau_2 = 0.1251$$

La rete anticipatrice ha quindi la seguente forma:

$$R(s) = \frac{1+1.6502s}{1+0.1251s}$$

I diagrammi di Nichols della funzione assegnata con e senza rete correttrice sono mostrati in Fig. 3.

4) Il punto di lavoro (2, 1) si ottiene per $r = 1$. Infatti, essendo $K_1 = \infty$, la retta di carico è orizzontale ed interseca l'asse delle ordinate nel punto $y = r$ (essendo $K_2 = K_3 = 1$).

L'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ nell'intorno del punto di lavoro $(x_0, \, y_0) = (2, \, 1)$ è mostrato in Fig. 4. La $F(X)$ vale:

$$F(X) = \frac{12}{\pi X} - \frac{1}{2} \, , per X \leq 2$$

Per $X \to \infty$ la funzione descrittiva $F(X) \to 0.25$.

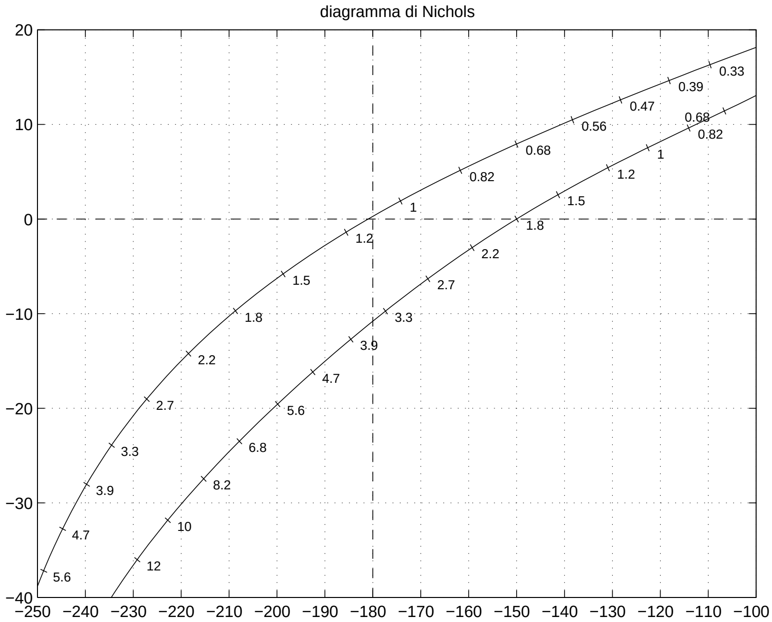


Figura 3: Diagrammi di Nichols della funzione assegnata e del corrispondente sistema con rete ritardatrice.

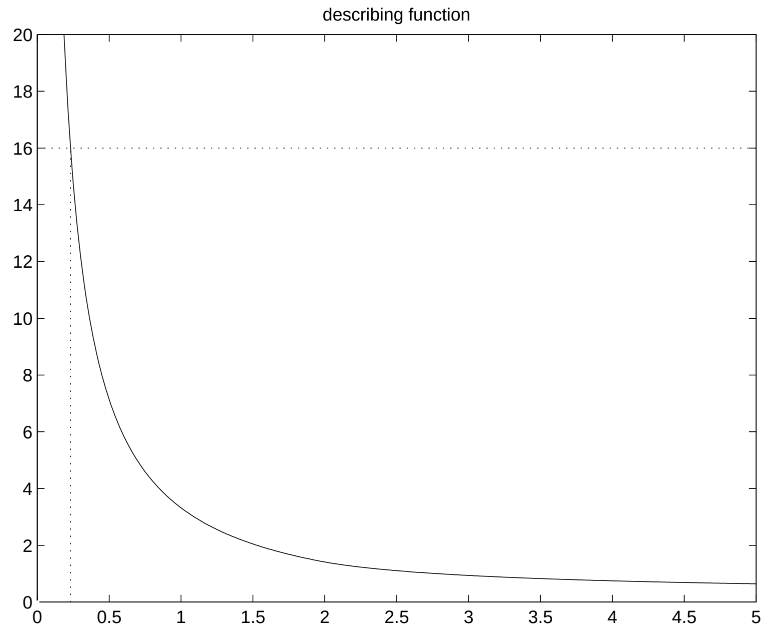


Figura 4: Andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$.

La parte lineare del sistema ha un margine di ampiezza

$$M_\alpha = \frac{(a+b)a\,b}{c} = \frac{(2+2)4}{8} = 2$$

Il valore della pulsazione ω^* di intersezione con il semiasse negativo è

$$\omega^* = \sqrt{a\,b} = \sqrt{4} = 2$$

Il sistema retroazionato è caratterizzato da un solo ciclo limite stabile la cui ampiezza X^* si determina risolvendo l'equazione $F(X) = M_\alpha$:

$$\frac{12}{\pi X^*} - \frac{1}{2} = 2 \qquad \rightarrow \qquad X^* = \frac{24}{5\pi} = 1.5279.$$

5) Un settore centrato nel punto $(-4,\,-2)$ che contenga al suo interno tutta la non linearità, è caratterizzato da $\beta = 1$e $\alpha = 0$. Il corrispondente cerchio critico è il semipiano delimitato dalla retta verticale di ascissa -1. Il sistema $G_1(s)$ interseca il semiasse reale negativo in $\sigma_0 = -0.5$, ma presenta un asintoto verticale in $\sigma_a = -2$. Essendovi intersezione tra cerchio critico e funzione $G(j\omega)$, il criterio del cerchio non permette di concludere nulla sulla stabilità del punto di lavoro.

   Applicando invece il criterio di Popov, è possibile dimostrare l'asintotica stabilità del punto di lavoro.

6) Utilizzando il metodo di discretizzazione per corrispondenza poli/zeri si ottiene

$$D(s) = 2\frac{s+2}{s+5} \qquad \rightarrow \qquad D(z) = k\frac{1-e^{-2T}z^{-1}}{1-e^{-5T}z^{-1}}\bigg|_{T=0.1} = k\frac{1-az^{-1}}{1-bz^{-1}}$$

   dove $a = e^{-2T} = 0.8187$ e $b = e^{-5T} = 0.6065$. Il valore di k si calcola imponendo l'uguaglianza dei guadagni statici:

$$D(s)|_{s=0} = D(z)|_{z=1} \qquad \leftrightarrow \qquad \frac{4}{5} = k\frac{1-a}{1-b} \qquad \rightarrow \qquad k = \frac{4(1-b)}{5(1-a)} = 1.7365$$

   La corrispondente equazione alle differenze si ricava dalla relazione

$$M(z)(1-b\,z^{-1}) = k\,E(z)(1-a\,z^{-1})$$

   ottenendo

$$m(k) = b\,m(k-1) + k\,e(k) - k\,a\,e(k-1)$$

   da cui

$$m(k) = 0.6065\,m(k-1) + 1.7365\,e(k) - 1.4217\,e(k-1)$$

Esame scritto di "Controlli Automatici" Modena - 15 Giugno 2000 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

1. L'uso di un regolatore standard di tipo PI è consigliato
   - ○ se si desidera introdurre un anticipo di fase
   - ⊗ se si desidera amplificare alle basse frequenze
   - ⊗ se si desidera avere errore a regime nullo per ingresso a gradino
2. Una rete correttrice a ritardo e anticipo caratterizzata dai parametri τ_1, τ_2 e α
   - ⊗ per ω finito presenta un modulo sempre minore di 1
   - ○ per $\omega = \omega_n = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$ presenta un modulo esattamente uguale ad α
   - ○ presenta una fase negativa per $\omega > \omega_n$
   - ⊗ presenta una fase positiva per $\omega > \omega_n$
3. Per poter applicare il criterio del cerchio, la caratteristica non lineare $y(x)$ deve:
   - ○ essere simmetrica rispetto all'origine
   - ⊗ essere ad un sol valore
   - ⊗ essere contenuta nel I e nel III quadrante
   - ⊗ passare per l'origine
4. La funzione descrittiva $F(X)$ della funzione a relè ideale è:
   - ○ $F(X) = \frac{\pi Y_1}{4 X}$
   - ○ $F(X) = \frac{\pi X}{4 Y_1}$
   - ⊗ $F(X) = \frac{4 Y_1}{\pi X}$
   - ○ $F(X) = \frac{4 X}{\pi Y_1}$
5. Il massimo ritardo di fase φ_m introdotto da una rete ritardatrice con attenuazione α è:
   - ○ $\varphi_m = \arcsin \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$
   - ○ $\varphi_m = \arcsin \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$
   - ⊗ $\varphi_m = -\arcsin \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$
   - ○ $\varphi_m = -\arcsin \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$
6. Per controllare un processo avente la funzione di trasferimento K/s^2 è più conveniente
   - ○ un controllo P
   - ○ un controllo PI
   - ⊗ un controllo PD
7. Per studiare la stabilità di un sistema "discreto" in retroazione, è possibile utilizzare
   - ⊗ il criterio di Nyquist
   - ⊗ il luogo delle radici (si studia la stabilità al variare del guadagno K)
   - ⊗ il criterio di Routh (in modo indiretto utilizzando la trasformazione bilineare)

8. Il diagramma di Popov della funzione $\dfrac{1}{s(s+a)(s+b)}$ $(a>0,\, b>0)$ per $\omega \in [0,\, \infty]$

   ○ ha un asintoto verticale per $\omega \to 0^+$

   ⊗ si svolge tutto al finito

   ○ ha intersezioni con l'asse reale solo per $\omega \to \infty$

   ⊗ è tutto compreso nel semipiano negativo

9. Un sistema in retroazione composto da una non linarità di tipo saturazione e da una parte lineare descritta dalla funzione di trasferimento $K/[s(1+\tau s)]$

   ⊗ non ha cicli limite

   ○ ha un solo ciclo limite stabile

   ○ ha un solo ciclo limite instabile

   ○ presenta un ciclo limite stabile solo se K è elevato

10. Sia $X(z)$ la Z-trasformata della sequenza $x(kT)$. Il teorema del valore finale afferma che

    ○ $x(\infty) = \lim_{z\to 0} zX(z)$

    ○ $x(\infty) = \lim_{z\to 1} zX(z)$

    ○ $x(\infty) = \lim_{z\to 0}(1-z^{-1})X(z)$

    ⊗ $x(\infty) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})X(z)$

11. L'effetto stabilizzante di una rete ritardatrice deriva

    ○ dallo sfasamento introdotto dalla rete

    ⊗ dall'attenuazione introdotta dalla rete

    ○ dal guadagno statico introdotto dalla rete

12. La funzione descrittiva $F(X)$ di un relè con soglia

    ⊗ è nulla per valori sufficientemente piccoli di X

    ○ è costante (>0) per valori sufficientemente piccoli di X

    ⊗ tende a zero per valori sufficientemente grandi di X

    ○ è costante (>0) per valori sufficientemente grandi di X

13. La $\mathcal{Z}$-trasformata $HG(z)$ della funzione $HG(s) = H_0(s)G(s)$ dove $H_0(s)$ è il ricostruttore di ordine zero può essere calcolata nel seguente modo

    ⊗ $HG(z) = \mathcal{Z}[H_0(s)\, G(s)]$

    ○ $HG(z) = \mathcal{Z}[H_0(s) + G(s)]$

    ⊗ $HG(z) = (1-z^{-1})\mathcal{Z}[\frac{1}{s}\, G(s)]$

    ○ $HG(z) = \mathcal{Z}[H_0(s)]\, \mathcal{Z}[G(s)]$

14. Il metodo di discretizzazione per "corrispondenza poli/zeri" applicato alla funzione $G(s)$

    ⊗ si applica solo se il sistema $G(s)$ è posto in forma fattorizzata

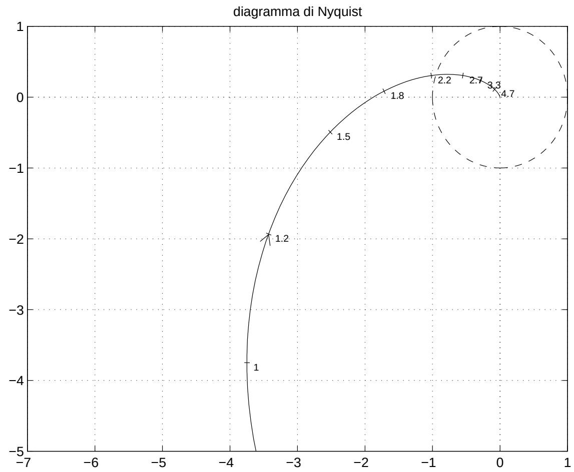
    ⊗ genera sempre una funzione discreta $G(z)$ a grado relativo zero

    ○ si applica solo se il sistema $G(s)$ è a fase minima

1) Date le seguenti formule di inversione

$$\tau_1 = \frac{M - \cos\varphi}{\omega \sin\varphi}, \qquad \tau_2 = \frac{\cos\varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin\varphi}$$

si consideri il diagramma di Nyquist riportato a fianco. Calcolare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete ritardatrice in modo da imporre al sistema retroazionato il margine di ampiezza $M_\alpha = 5$ in corrispondenza della pulsazione $\omega = 1.2$.

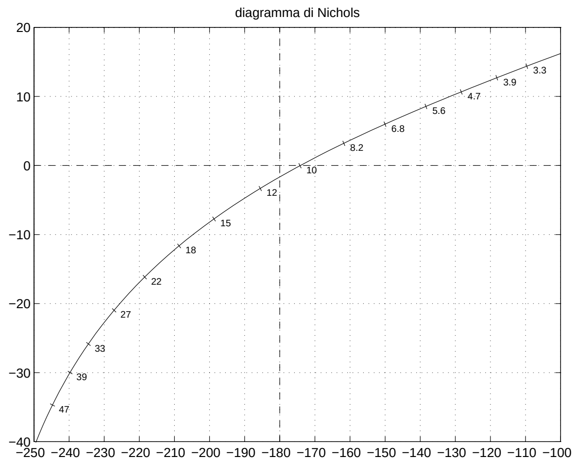


2) Sempre facendo riferimento alla stessa figura, calcolare i parametri τ_1, τ_2 ed α di una rete a ritardo e anticipo

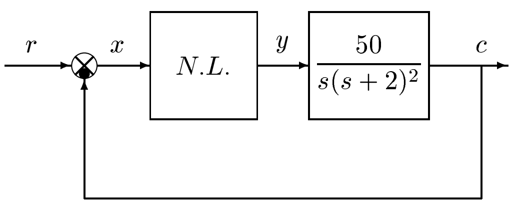
$$R(s) = \frac{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)}{(1 + \alpha\tau_1 s)(1 + \frac{\tau_2}{\alpha} s)}$$

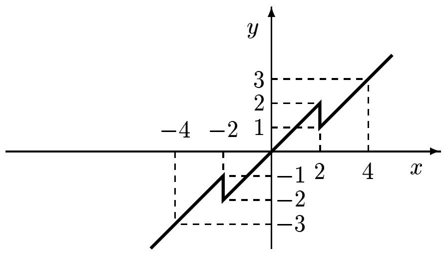
in modo da imporre al sistema retroazionato il margine di ampiezza $M_\alpha = 10$ in corrispondenza della pulsazione di incrocio con il semiasse negativo. Si determini tale pulsazione in modo approssimato e si ponga $\tau_2 = 9\tau_1$.

3) Si consideri ora il diagramma di Nichols riportato a fianco. Calcolare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete anticipatrice in modo da imporre al sistema retroazionato il margine di fase $M_F = 30$. Si scelga la pulsazione ω che si ritiene più opportuna.



4) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Determinare l'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ della non linarità $y = y(x)$ e discutere, in termini di presenza o meno di oscillazioni autosostenute, la stabilità del sistema retroazionato nel punto di origine $(0,\ 0)$.

5) Calcolare la risposta $y(n)$ al gradino unitario $x(n) = 1$ del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n+1) = 0.4y(n) + u(n) \qquad\qquad y(0) = 0$$

6) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare il seguente regolatore:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = 30\frac{s + 20}{s + 50}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.2$.

Esame scritto di "Controlli Automatici" Modena - 7 Giugno 1999 - Risposte

1) L'ampiezza M_A e la fase φ_A del punto A avente pulsazione $\omega = 1.2$ sono i seguenti:

$$M_A \simeq 3.94, \qquad \varphi_A \simeq -150.6^o = 209.4^o$$

L'attenuazione M e il ritardo φ che la rete anticipatrice deve introdurre alla pulsazione $\omega = 1.2$ per imporre il margine fi ampiezza richiesto sono

$$M = \frac{M_B}{M_A} = \frac{1}{M_A M_\alpha} = \frac{1}{3.94 \cdot 5} = 0.0508 \qquad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = 180^o - 209.4^o = -28.4^o$$

Sostituendo questi valori nelle formule di inversione

$$\tau_1 = 1.45, \qquad \tau_2 = 32.95 \qquad \rightarrow \qquad R(s) = \frac{1 + 1.45s}{1 + 32.95s}$$

2) La pulsazione di incrocio con il semiasse negativo è $\omega_0 = 1.732$. Il modulo M_A della funzione in corrispondenza della pulsazione ω_0 è $M_A = 1.875$. Per poter imporre al sistema retroazionato un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$ in corrispondenza della pulsazione ω_0, la rete a ritardo e anticipo nel punto centrale deve attenuare della seguente quantità

$$\gamma = \frac{M_B}{M_A} = \frac{1}{M_A M_\alpha} = \frac{1}{1.875 \cdot 10} = 0.05333$$

I parametri τ_1, τ_2 ed α di una rete a ritardo e anticipo devono quindi soddisfare le seguenti relazioni:

$$\tau_2 = 9\tau_1, \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}} = 1.732 \qquad \gamma = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\alpha\tau_1 + \frac{\tau_2}{\alpha}} = 0.05333$$

Dalle prime due relazioni si ottiene

$$\tau_1 = \frac{1}{3\omega_0} = \frac{1}{3 \cdot 1.732} = 0.1925, \qquad \tau_2 = 1.732$$

Dall'ultima relazione si ricava

$$\frac{1+9}{\alpha + \frac{9}{\alpha}} = 0.05333 \qquad \rightarrow \qquad \frac{10\alpha}{\alpha^2 + 9} = 0.05333 \qquad \rightarrow \qquad 0.05333\alpha^2 - 10\alpha + 0.48 = 0$$

Risolvendo rispetto ad α si ottiene $\alpha = 0.04801$. La rete a ritardo e anticipo ha quindi la seguente struttura:

$$R(s) = \frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+\alpha\tau_1 s)(1+\frac{\tau_2}{\alpha} s)} = \frac{(1+0.1925\,s)(1+1.7321\,s)}{(1+0.0092s)(1+36.078s)}$$

I diagrammi di Nyquist del sistema originario $G(s)$ e dei sistemi compensati utilizzando le precedenti due reti correttrici sono mostrati in Fig. 5.

3) Sia A il punto sulla $G(j\omega)$ corrispondente alla alla pulsazione $\omega = 18$. Per poter imporre al sistema retroazionato un margine di fase $M_F = 30^o$ db occorre portare il punto A nel punto $B = (0 \text{ db}, -150^o)$. L'ampiezza M_A e la fase φ_A del punto A sono:

$$M_A \simeq -11.64 \text{ db} = 0.2617 \qquad \varphi_A = 208.7^o + 360^o = 151.3^o$$

Quelle del punto B sono $M_B = 1$, $\varphi_B = 210^o$. Per portare il punto B in A occorre amplificare ed anticipare delle seguenti quantità

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 11.64 \text{ db} = 3.82 \qquad \varphi = \varphi_A - \varphi_B = 210 - 151.3 = 58.7$$

Sostituendo tali valori nelle formule di inversione si ottiene

$$\tau_1 = 0.2146 \qquad \tau_2 = 0.0168$$

La rete ritardatrice ha quindi la seguente forma

$$R(s) = \frac{1 + 0.2146s}{1 + 0.0168s}$$

I diagrammi di Nichols della funzione assegnata con e senza rete correttrice sono mostrati in Fig. 6.

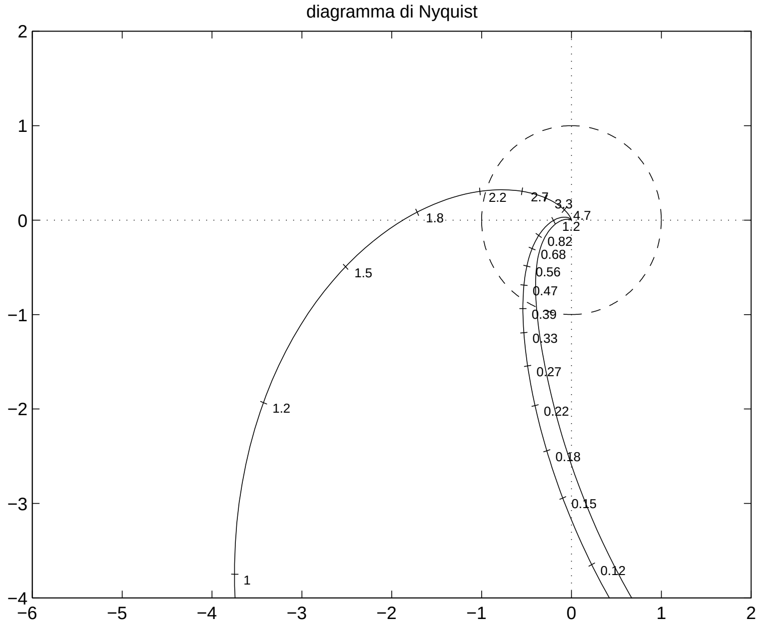


Figura 5: L'andamenti dei diagrammi di Nyquist del sistema originario $G(s)$ e del sistema compensato $T(s)G(s)$.

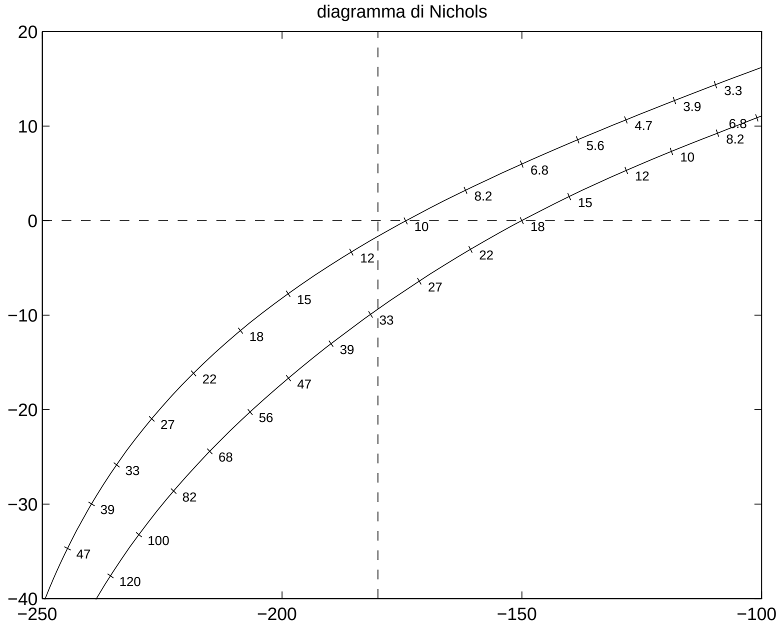


Figura 6: Diagrammi di Nichols della funzione assegnata e del corrispondente sistema con rete ritardatrice.

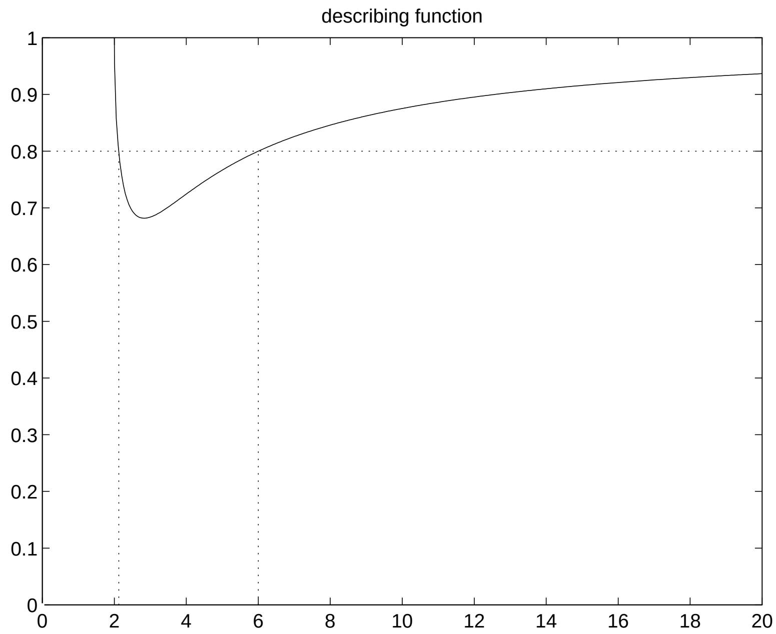


Figura 7: Andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$.

4) L'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ è mostrato in Fig. 7. La parte lineare del sistema ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 0.32$. Non essendovi intersezioni non vi possono essere cicli limite. Il sistema retroazionato è instabile in quanto tutta la funzione descrittiva è contenuta all'interno del diagramma polare completo della funzione. In Fig. 7 vengono mostrate anche le due soluzioni che si avrebbero nel caso in cui il guadagno del sistema venga diminuito di un fattore 0.4.

5) La funzione di trasferimento discreta associata all'equazione alle differenze data è la seguente

$$y(n+1) = 0.5y(n) + u(n) \qquad \rightarrow \qquad G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{1}{z-0.5}$$

La riposta al gradino di questo sistema è

$$U(z) = \frac{z}{z-1} \qquad \rightarrow \qquad Y(z) = \frac{z}{(z-1)(z-0.5)}$$

Applicando la scomposizione in fratti semplici si ha

$$\frac{Y(z)}{z} = \frac{2}{z-1} - \frac{2}{z-0.5} \qquad \rightarrow \qquad Y(z) = \frac{2z}{z-1} - \frac{2z}{z-0.5}$$

Antitrasformando si ottiene

$$y(n) = 2 - 2(0.5)^n$$

6) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare si ottiene

$$D(z) = D(s)\big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = 30\left.\frac{2(1-z^{-1}) + 20T(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1}) + 50T(1+z^{-1})}\right|_{T=0.2} = 30\frac{6+2z^{-1}}{12+8z^{-1}}$$

La corrispondente equazione alle differenze si ricava dalla relazione

$$M(z)(12+8z^{-1}) = 30E(z)(6+2z^{-1})$$

da cui

$$m(k) = \frac{1}{12}[-8\,m(k-1) + 180e(k) + 60e(k-1)$$

cioè

$$m(k) = \frac{1}{3}[-2\,m(k-1) + 45e(k) + 15e(k-1)$$

"Controlli Automatici" - Modena - 7 Giugno 1999 - Domande Teoriche

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

1. Il criterio del Cerchio per lo studio della stabilità di sistemi non lineari

   ○ è un criterio necessario e sufficiente

   ○ è un criterio solo necessario

   ⊗ è un criterio solo sufficiente

2. Una rete correttrice a ritardo e anticipo caratterizzata dai parametri τ_1, τ_2 e α ha sfasamento nullo per

   ○ $\omega = \frac{\alpha}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$

   ○ $\omega = \frac{1}{\alpha\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$

   ⊗ $\omega = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$

   ⊗ $\omega \to \infty$

3. Nella sintesi di un regolatore $D(s)$, la cancellazione polo-zero è applicabile

   ⊗ agli zeri stabili del sistema

   ⊗ ai poli stabili del sistema

   ○ anche agli zeri instabili del sistema

   ○ anche ai poli instabili del sistema

4. Il sistema $G(s) = \frac{1}{s^2}$ posto in retroazione unitaria negativa può essere stabilizzato utilizzando

   ○ un regolatore standard PI

   ⊗ una rete anticipatrice

   ○ una rete ritardatrice

   ⊗ una rete a ritardo e anticipo

5. La $\mathcal{Z}$-trasformata $X(z)$ della successione $x(k) = a^k$ è

   ○ $X(z) = \frac{1}{z-a}$

   ⊗ $X(z) = \frac{z}{z-a}$

   ○ $X(z) = \frac{1}{z+a}$

   ○ $X(z) = \frac{z}{z+a}$

6. Nel metodo di descretizzazione per "corrispondenza poli/zeri" applicato alla funzione $D(s)$, la compensazione del guadagno k alle alte frequenze prevede l'utilizzo della relazione

   ○ $\lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{z\to 1} G(z)$

   ⊗ $\lim_{s\to \infty} G(s) = \lim_{z\to -1} G(z)$

   ○ $\lim_{s\to \infty} G(s) = \lim_{z\to \infty} G(z)$

7. In una rete anticipatrice, all'aumentare di ω da zero all'infinito

   ○ agisce prima il polo e poi lo zero

   ⊗ agisce prima lo zero e poi il polo

   ⊗ la fase è sempre positiva

   ○ la fase è sempre negativa

8. La funzione $G(s)$ sia tale che $Re[G(j\omega)] > 0$ per $\omega \in [0, \infty]$. Il diagramma di Popov della funzione $G(s)$

   ⊗ non può mai intersecare l'asse immaginario
   ○ può intersecare l'asse immaginario solo per $\omega \to 0$
   ○ può intersecare l'asse immaginario solo per $\omega \to \infty$

9. Sia $F(X)$ la funzione descrittiva di una non linearità posta in retroazione negativa sul sistema $G(s)$. Se nel piano di Gauss non vi sono intersezioni tra la $G(j\omega)$ e la $-1/F(X)$ allora

   ⊗ il sistema non presenta oscillazioni autosostenute
   ○ il sistema è sicuramente stabile
   ⊗ il sistema può essere instabile

10. Quando è possibile, l'uso di un regolatore standard di tipo PD è utile

   ⊗ per migliorare la prontezza del sistema retroazionato
   ⊗ per aumentare la larghezza di banda del sistema retroazionato
   ⊗ per migliorare il margine di fase del sistema

11. La funzione di risposta armonica $F(\omega)$ di un sistema discreto $G(z)$ si determina nel seguente modo

   ○ $F(\omega) = G(e^{j\omega})$
   ⊗ $F(\omega) = G(e^{j\omega T})$
   ○ $F(\omega) = G(e^{-j\omega})$
   ○ $F(\omega) = G(e^{-j\omega T})$

12. Nel piano z i luoghi dei punti a coefficiente di smorzamento δ costante

   ○ sono rette uscenti dall'origine
   ○ sono circonferenze centrate nell'origine
   ⊗ sono tratti di spirali decrescenti verso l'origine

13. Nella sintesi diretta di reti correttrici, le formule di inversione possono essere utilizzate

   ⊗ nel caso di sintesi di una rete anticipatrice
   ⊗ nel caso di sintesi di una rete ritardatrice
   ○ nel caso di sintesi di una rete a ritardo e anticipo

14. Per poter applicare il criterio del Cerchio ad un sistema $G(s)$ retroazionato su una non linearità $y = f(x)$

   ○ il sistema $G(s)$ deve essere a fase minima
   ⊗ la non linearità $y = f(x)$ deve passare per l'origine
   ⊗ la non linearità $y = f(x)$ deve essere di tipo "a settore"
   ○ la non linearità $y = f(x)$ deve essere simmetrica rispetto all'origine

Nome: ____________________

Controlli Automatici
Compito 15 giugno 1998 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti quesiti, segnare con una crocetta le risposte che si ritengono corrette. Alcuni quesiti hanno più risposte corrette, e si considerano superati quando queste sono segnate tutte.

1. Un controllore $D(s) = K(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$ di tipo PID (con tutte le tre azioni presenti):
   - ⊗ si può usare con sistemi di tipo 0;
   - ○ si può usare solo con sistemi di tipo 1;
   - ⊗ consente di ottenere errore a regime nullo per ingresso a gradino.

2. Per stabilizzare con retroazione unitaria il sistema dinamico $G(s) = \frac{s+2}{s-1}$:
   - ⊗ può essere sufficiente un solo regolatore proporzionale $D(s) = k$;
   - ○ è necessario utilizzare una rete ritardatrice;
   - ○ è necessario utilizzare una rete anticipatrice;

3. Il diagramma di Nichols di un sistema $G(s)$ a fase minima passa per i punti A=$(-180^o,\, 10\,db)$ e B=$(-220^o,\, 0\,db)$. È possibile portare il punto A nel punto C=$(-140^o,\, 0\,db)$ $(M_F = 40^o)$ utilizzando
   - ○ una rete anticipatrice
   - ○ una rete ritardatrice
   - ⊗ una rete a ritardo e anticipo

4. La scelta del periodo di campionamento T deve essere fatta:
   - ⊗ in modo da rispettare il Teorema di Shannon;
   - ⊗ sulla base delle costanti di tempo e delle specifiche richieste al sistema in retroazione;
   - ○ sulla base del ritardo del sistema controllato.

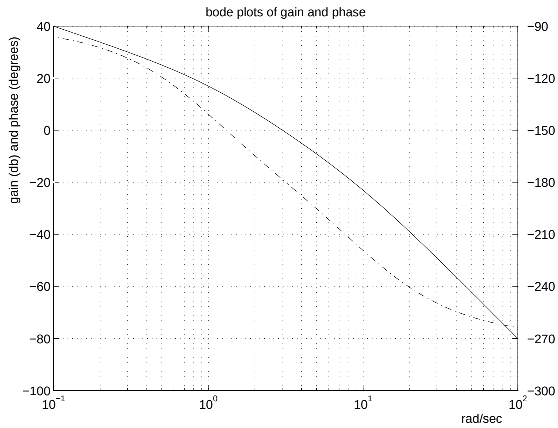
5. Dato un regolatore $D(s)$ stabile, la tecnica di discretizzazione per integrazione all'avanti:
   - ⊗ può dare origine a un regolatore $D(z)$ instabile;
   - ○ dà sempre origine a un regolatore stabile;
   - ⊗ è biunivoca.

6. Il valore a regime (per $k \to \infty$) della sequenza $x(kT)$ corrispondente alla funzione discreta $X(z) = \frac{1-0.1\,z^{-1}}{1-0.5\,z^{-1}+1.3\,z^{-2}}$
   - ○ è nullo $x(\infty) = 0$
   - ⊗ è finito e vale $x(\infty) = 0.5$
   - ○ è finito e vale $x(\infty) = 1.5$
   - ○ è infinito: $x(\infty) = \infty$

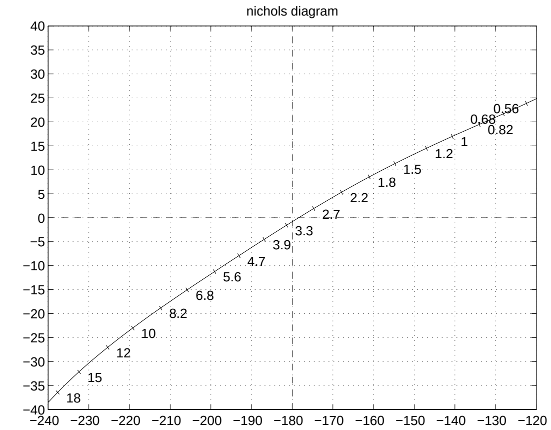
7. Per applicare il criterio del cerchio ad un sistema $G(s)$ in retroazione unitaria con un blocco non lineare $y = f(x)$:
   - ○ si richiede che $G(s)$ sia senza ritardo;
   - ⊗ deve essere $f(0) = 0$;
   - ⊗ la caratteristica $y = f(x)$ deve necessariamente essere contenuta in settori del primo e terzo quadrante.

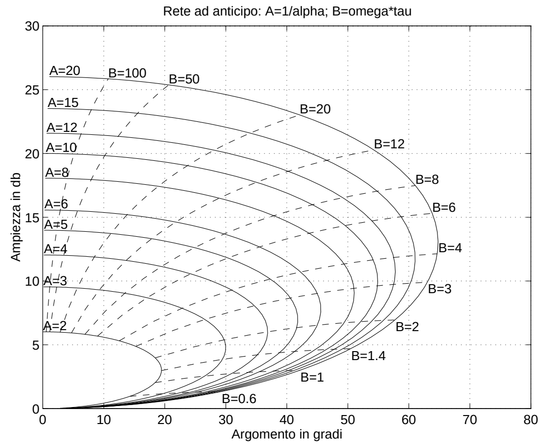
8. Il criterio di Popov applicato ad un sistema $G(s)$ in retroazione unitaria con un blocco non lineare $y = f(x)$:
   - ⊗ fornisce un campo di stabilità più ampio rispetto al criterio del cerchio;
   - ○ fornisce una condizione necessaria e sufficiente per la stabilità asintotica globale del sistema in retroazione;
   - ○ si basa sul diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$.

a) Si consideri i diagrammi di Bode delle ampiezze (linea continua) e delle fasi (linea tratteggiata) riportati a fianco sullo stesso grafico. Determinare i parametri α e τ di una rete anticipatrice tale da garantire al sistema retroazionato un margine di fase $M_F = 40$. Si proceda utilizzando il metodo "approssimato" visto a lezione non operando nessuna maggiorazione sulla fase ϕ_m minima teorica necessaria per garantire il margine di fase richiesto.



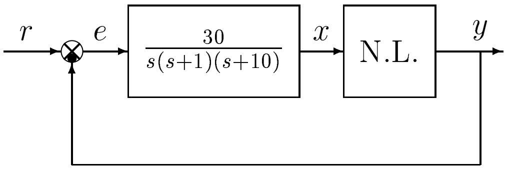
b) Utilizzando i diagrammi di Nichols riportati di seguito, determinare i parametri α e τ di una rete anticipatrice (a guadagno unitario) tale da garantire al sistema retroazionato un margine di ampiezza $M_a = 10$. Selezionare a piacere uno dei punti indicati sul diagramma di Nichols.

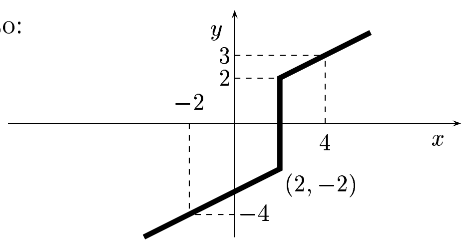




c) Sempre utilizzando i diagrammi di Nichols riportati al punto precedente, determinare i parametri α e τ di una rete ritardatrice tale da garantire al sistema retroazionato un margine di fase $M_F = 50^o$. Selezionare a piacere uno dei punti indicati sul diagramma di Nichols. Si noti che i diagrammi di Nichols di una rete ritardatrice si ottengono da quelli di una rete anticipatrice (riportati sopra) semplicemente ruotando di 180^o attorno al punto a guadagno unitario e fase nulla.

d) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Determinare se il punto di lavoro corrispondente all'ingresso costante $r = 3$ è asintoticamente stabile.

e) Si consideri di nuovo il sistema non lineare definito al punto precedente. Determinare l'ampiezza X^* e la pulsazione ω^* dell'oscillazione autosostenuta presente nel sistema quando il segnale di ingresso $r(t)$ è nullo: $r(t) = 0$.

f) Discretizzare il sistema $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$ utilizzando il metodo della $\mathcal{Z}$-trasformata con ricostruttore di ordine zero. Lasciare indicato in modo simbolico il periodo di campionamento T. Non è necessario giungere anche alla corrispondente equazione alle differenze.

g) Discretizzare il regolatore $D(s) = 30\left[1 + \dfrac{1}{2s} + s\right]$ utilizzando il metodo delle "differenze all'indietro". Sia $T = 0.1$ il periodo di campionamento scelto. Si giunga anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze.

Controlli Automatici - Modena - 12 Giugno 1997 - Risposte

a) I diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi riportati in figura sono relativi alla funzione

$$G(s) = \frac{100}{s(s+1)(s+10)}$$

Il margine di fase del sistema è circa nullo $M_F = 0$ (in realtà $M_F = 1.57$). In assenza di maggiorazione, il minimo anticipo di fase necessario per garantire il margine di fase richiesto ($M_F = 40^o$) è quindi $\phi_m = 40^o$. Il corrispondente valore di α è

$$\alpha = \frac{1 - \sin\phi_m}{1 + \sin\phi_m} = 0.217 = -13.25 \text{ db}$$

Il sistema attenua di $(\alpha/2)_{db}$ alla pulsazione $\omega^* \simeq 5$. In tale punto viene posto il centro della rete anticipatrice

$$\omega^* = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}} \qquad \rightarrow \qquad \tau = \frac{1}{\omega^*\sqrt{\alpha}} \simeq 0.42$$

b) I punti di interesse rispetto ai quali calcolare i parametri α e τ della rete anticipatrice sono solamente i seguenti

ω	3.9	4.7	5.6	6.8	8.2	10	12
α	0.0894	0.1049	0.0763	0.0443	0.0223	0.0082	0.0016
B	1.3723	2.3689	3.6561	5.7457	8.8730	14.2755	22.5635
τ	0.3519	0.5040	0.6529	0.8450	1.0821	1.4276	1.8803

Ad ognuno di questi punti corrisponde una particolare rete correttrice.

b)

d) Nella $G(s)$ è presente un integratore per cui la retta di carico della parte lineare è una retta parallela all'asse delle ascisse avente come ordinata $y = 3$. Il punto di lavoro del sistema è quindi $(x, y) = (4, 3)$. La stabilità di tale punto di lavoro può essere studiata utilizzando il criterio del cerchio o il criterio di Popov. La pendenza massima β del settore che, rispetto al punto di lavoro, racchiude al suo interno tutta la caratteristica non lineare $y = y(x)$ è $\beta = \frac{5}{2} = 2.5$. Il margine di ampiezza del sistema $M_a = 11/3 = 3.666$ è più grande della pendenza massima $\beta = 2.5$ per cui possiamo concludere che il punto di laboro calcolato è sicuramente stabile.

e) Il punto di lavoro corrispondente al segnale di riferimento nullo $r(t) = 0$ è $(x, y) = (2, 0)$. La non linarità assegnata è simmetrica rispetto a tale punto per cui è possibile applicare il metodo della funzione descrittiva. La funzione descrittiva della non linarità assegnata è

$$F(X) = \frac{8}{\pi X} + 0.5$$

Sapendo, dalla soluzione del punto precedente, che il margine di ampiezza del sistema dato è $M_A = \frac{11}{3} = 3.6666$, è possibile calcolare l'ampiezza X^* dell'oscillazione autosostenuta risolvendo la seguente equazione

$$F(X^*) = M_A \qquad \rightarrow \qquad \frac{8}{\pi X^*} + 0.5 = \frac{11}{3} \qquad \rightarrow \qquad X^* = \frac{24}{9.5\pi} = 0.8042$$

La pulsazione ω^* è quella di incrocio della funzione di risposta armonica con l'asse reale negativo: $\omega^* = \sqrt{10}$.

f) Utilizzando il metodo della $\mathcal{Z}$-trasformata con ricostruttore di ordine si ottiene

$$G(z) = \mathcal{Z}[H_0(s)G(s)] = \mathcal{Z}\left[\frac{1 - e^{-sT}}{s} G(s)\right] = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left[\frac{1}{s^2(s+1)}\right]$$

Procedendo mediante scomposizione in fratti semplici si ha che

$$\mathcal{Z}\left[\frac{1}{s^2(s+1)}\right] = \mathcal{Z}\left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{(s+1)}\right] = \frac{T\,z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} - \frac{1}{(1-z^{-1})} + \frac{1}{1 - e^{-T}z^{-1}}$$

da cui si ottiene che

$$G(z) = \frac{T\,z^{-1}}{(1-z^{-1})} - 1 + \frac{(1-z^{-1})}{1 - e^{-T}z^{-1}}$$

g) Il regolatore $D(s)$ è

$$D(s) = \frac{15(1+2s+2s^2)}{s}$$

Utilizzando il metodo delle "differenze all'indietro" si ottiene il seguente regolatore discreto

$$D(z) = D(s)|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} = \frac{15[T^2 + 2T(1-z^{-1}) + 2(1-z^{-1})^2]}{T(1-z^{-1})}$$

da cui si ottiene

$$D(z) = \frac{15[T^2 + 2T + 2 - 2(T+2)z^{-1} + 2z^{-2}]}{T(1-z^{-1})}$$

La corrispondente equazione alle differenze si ricava dalla relazione

$$M(z)(1-z^{-1}) = \frac{15}{T}(T^2 + 2T + 2 - 2(T+2)z^{-1} + 2z^{-2})E(z)$$

da cui

$$m(k) = m(k-1) + 150[2.21e(k) - 4.2e(k-1) + 2e(k-2)]$$

Controlli Automatici - 12 Giugno 1997 - Domande teoriche

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

1. La funzione $G(s) = K(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$, che rappresenta un regolatore standard PID,

   ○ è fisicamente realizzabile

   ⊗ non è fisicamente realizzabile

   ⊗ è un modello ideale semplificato dei PID realizzati fisicamente

2. Una rete ritardatrice $D(s) = \frac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s}$

   ⊗ sfasa a tutte le pulsazioni $\omega \in]0, \infty[$

   ○ amplifica alle basse frequenze

   ⊗ è utile per stabilizzare sistemi fortemente instabili

   ○ rende "più pronto" il sistema retroazionato

3. In corrispondenza della pulsazione centrale $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$, una rete a ritardo e anticipo $D(s) = \frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+\alpha\tau_1 s)(1+\frac{\tau_2}{\alpha} s)}$

   ⊗ attenua ma non sfasa

   ○ sfasa di $-\pi$

   ○ attenua di α

4. La funzione descrittiva $F(X)$ di un relè con isteresi

   ○ è una funzione reale positiva

   ⊗ è una funzione complessa

   ⊗ è una funzione definita solo per $X > X_1$ dove X_1 è l'ampiezza dell'isteresi

5. Per poter applicare il criterio del Popov ad un sistema $G(s)$ retroazionato su una non linearità $y = f(x)$

   ○ il sistema $G(s)$ deve essere a fase minima

   ⊗ la non linearità $y = f(x)$ deve essere di tipo "a settore"

   ○ la non linearità $y = f(x)$ deve essere simmetrica rispetto all'origine

6. Un sistema avente la funzione di trasferimento ad anello aperto K/s^2 e chiuso in retroazione unitaria si può rendere asintoticamente stabile

   ○ variando il guadagno K

   ⊗ con una rete anticipatrice

   ○ con una rete ritardatrice

   ⊗ con retroazione tachimetrica

7. Sul piano z i luoghi dei punti a cui corrisponde un coefficiente di smorzamento δ costante:

   ○ sono rette uscenti dall'origine

   ○ sono circonferenze centrate nell'origine

   ⊗ sono curve a spirale

8. La trasformazione bilineare $s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

   ⊗ è una corrispondenza biunivoca tra il piano s e il piano z

   ○ genera "aliasing"

   ⊗ determina "compressione spettrale" della corrispondente funzione di risposta armonica discreta

Controlli Automatici - 12 Giugno 1997 - **Domande teoriche**

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

1. La funzione $G(s) = K(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$, che rappresenta un regolatore standard PID,

   ⊗ è un modello ideale semplificato dei PID realizzati fisicamente

   ○ è fisicamente realizzabile

   ⊗ non è fisicamente realizzabile

2. Una rete ritardatrice $D(s) = \frac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s}$

   ⊗ è utile per stabilizzare sistemi fortemente instabili

   ○ rende "più pronto" il sistema retroazionato

   ⊗ sfasa a tutte le pulsazioni $\omega \in]0, \infty[$

   ○ amplifica alle basse frequenze

3. In corrispondenza della pulsazione centrale $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}}$, una rete a ritardo e anticipo $D(s) = \frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+\alpha\tau_1 s)(1+\frac{\tau_2}{\alpha}s)}$

   ○ attenua di α

   ⊗ attenua ma non sfasa

   ○ sfasa di $-\pi$

4. La funzione descrittiva $F(X)$ di un relè con isteresi

   ⊗ è una funzione definita solo per $X > X_1$ dove X_1 è l'ampiezza dell'isteresi

   ○ è una funzione reale positiva

   ⊗ è una funzione complessa

5. Per poter applicare il criterio del Popov ad un sistema $G(s)$ retroazionato su una non linearità $y = f(x)$

   ○ la non linearità $y = f(x)$ deve essere simmetrica rispetto all'origine

   ○ il sistema $G(s)$ deve essere a fase minima

   ⊗ la non linearità $y = f(x)$ deve essere di tipo "a settore"

6. Un sistema avente la funzione di trasferimento ad anello aperto K/s^2 e chiuso in retroazione unitaria si può rendere asintoticamente stabile

   ○ con una rete ritardatrice

   ⊗ con retroazione tachimetrica

   ○ variando il guadagno K

   ⊗ con una rete anticipatrice

7. Sul piano z i luoghi dei punti a cui corrisponde un coefficiente di smorzamento δ costante:

   ○ sono rette uscenti dall'origine

   ⊗ sono curve a spirale

   ○ sono circonferenze centrate nell'origine

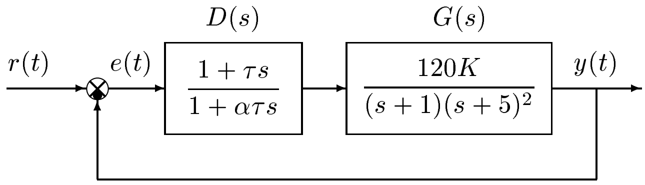
8. La trasformazione bilineare $s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

   ⊗ è una corrispondenza biunivoca tra il piano s e il piano z

   ⊗ determina "compressione spettrale" della corrispondente funzione di risposta armonica discreta

   ○ genera "aliasing"

Sia dato il seguente sistema in retroazione



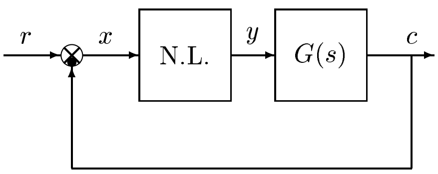
a) Posto $K = 2$, tracciare i diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$. È sufficiente tracciare le approssimazioni asintotiche a spezzata. Si utilizzi il foglio di carta millimetrata cercando di disegnare "con precisione" i diagrammi asintotici. Utilizzare la scala logaritmica in base 10 per l'asse delle pulsazioni ($\omega \in [0.1,\ 100]$ con 4 quadretti per decade), la scala lineare in *db* per le ampiezze ($[-70,\ 30]\,db$, 1 quadretto = $10\,db$) e la scala lineare in radianti per la fase ($[-2\pi,\ 0]\,rad$, 1 quadretto = $\pi/4$). In base ai diagrammi asintotici disegnati determinare il margine di fase M_F e il margine di ampiezza M_A del sistema retroazionato.

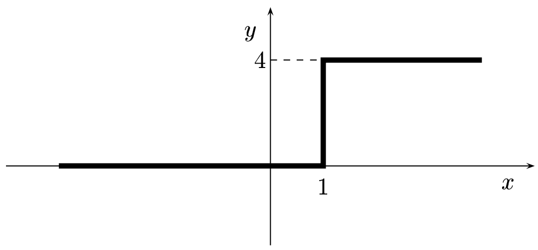
b) Utilizzando i diagrammi asintotici di Bode del punto a) determinare il valore dei parametri α e τ della rete anticipatrice

$$D(s) = \frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s} \tag{1}$$

in modo da garantire al sistema retroazionato un margine di fase $M_F = 40$. Si esegua la sintesi in modo approssimato secondo lo schema fornita a lezione. Maggiorare del 40% l'anticipo minimo richiesto.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Sia $G(s)$ la funzione di trasferimento della parte lineare del sistema:

$$G(s) = \frac{10}{(s+2)^2(s+3)}$$

Determinare se per $r = 0$ il sistema retroazionato è globalmente globalmente asintoticamente stabile. Si specifica che il diagramma di Popov della funzione $G(s)$ è convesso.

d) Relativamente al sistema non lineare definito al punto c), determinare il valore r^* del segnale di riferimento a cui corrisponde il punto di lavoro $(x_0, y_0) = (1,\ 2)$. Relativamente a questo punto di lavoro, determinare anche l'ampiezza X^* e la pulsazione ω^* dell'oscillazione autosostenuta presente nel sistema.

e) Utilizzando il medoto della corrispondenza poli/zeri discretizzare la rete anticipatrice $D(s) = M(s)/E(s)$, vedi eq. (1), giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzino i seguenti parametri: $\tau = 1$, $\alpha = 0.3$ e $T = 0.1$.

Esame scritto di "Controlli Automatici" Modena - 18 Giugno 1996 - Risposte

a) Per $K = 2$ la funzione $G(s)$ vale

$$G(s) = \frac{240}{(s+1)(s+5)^2}$$

I diagrammi asintotici di Bode sono riportati in Fig. 8. Per $\omega = 0$ il guadagno statico del sistema vale

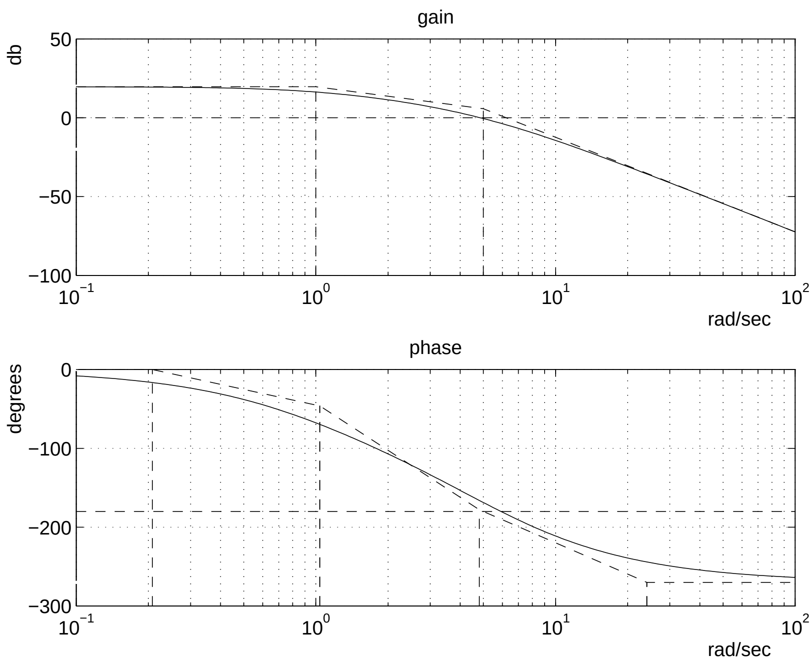


Figura 8: Diagrammi asintotici di Bode.

$G(0) = 240/25 = 9.6 = 19.64\,db$. Il margine di fase è $M_F = 13.44$ alla pulsazione $\omega = 4.85$; il margine di ampiezza è $M_A = 1.5$ alla pulsazione $\omega = 5.916$.

b) I valori numerici α e τ dipendono dalla precizione dell'approssimazione asintotica.

c) Per $r = 0$ il punto di lavoro del sistema retroazionato è l'origine. Rispetto a tale punto di lavoro, la pendenza massima β del settore contenete tutta la non linearità è $\beta = 4$. Siccome il diagramma di Popov della funzione $G(s)$ è convesso, la verifica della globalmente stabilità del sistema retroazionato si riduce alla determinazione del punto di intersezione della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ con il semiasse negativo. Tale punto si determina utilizzando il criterio di Routh.

La funzione caratteristica del sistema retroazionato è la seguente

$$1 + \frac{10K}{(s+2)^2(s+3)} = 0 \qquad \rightarrow \qquad s^3 + 7s^2 + 16s + 12 + 10K = 0$$

Dalla tabella di Routh

$$\begin{array}{c|ccll} 3 & 1 & 16 & & \\ 2 & 7 & 12+10K & & \\ 1 & 100-10K & & \rightarrow & K^* < 10 \\ 0 & 12+10K & & \rightarrow & K > -1.2 \end{array}$$

si ricava che il punto di intersezione con il semiasse negativo si ha nel punto $\sigma = -1/K^* = -0.1$ a cui corrisponde una pulsazione ω^* che si ricava dall'equazione ausiliaria

$$7s^2 + 12 + 10K^* = 0 \qquad \rightarrow \qquad \omega^* = \sqrt{\frac{112}{7}} = 4$$

d) La parte lineare del sistema determina la seguente caratteristica lineare

$$x = r - K_2 y \qquad \rightarrow \qquad x = r - \frac{5}{6}y$$

dove $K_2 = G(0)$ è il guadagno statico del sistema $G(s)$. Imponendo il passaggio di tale caratteristica per il punto di lavoro (1, 2) si determina il valore di r^* cercato:

$$1 = r^* - 2\frac{5}{6} \qquad \rightarrow \qquad r^* = \frac{11}{3}$$

La caratteristica non lineare è simmetrica rispetto al punto di lavoro $(x_0, y_0) = (1, 2)$ per cui è possibile applicare il metodo della funzione descrittiva. Certamente è presente nel sistema un'oscillazione autosostenuta di pulsazione $\omega^* = 4$ (quella calcolta al punto precedente) e di ampiezza X^* che si determina utilizzando la funzione descrittiva della funzione a relè:

$$\frac{8}{\pi X^*} = 10 = K^* \qquad \rightarrow \qquad X^* = \frac{8}{\pi 10} = 0.255$$

e) Utilizzando il medoto della corrispondenza poli/zeri si ottiene

$$D(s) = \frac{1+s}{1+0.2s} = 5\frac{s+1}{s+5} \qquad \rightarrow \qquad D(z) = k\frac{1-e^{-T}z^{-1}}{1-e^{-5T}z^{-1}}\bigg]_{T=0.1} = k\frac{1-0.905z^{-1}}{1-0.606z^{-1}}$$

Il valore di k si calcola imponendo l'ugualianza dei guadagni statici

$$D(s)|_{s=0} = D(z)|_{z=1} \qquad \leftrightarrow \qquad 1 = k\frac{1-e^{-T}}{1-e^{-5T}} \qquad \rightarrow \qquad k = \frac{1-e^{-5T}}{1-e^{-T}} = 4.135$$

La corrispondente equazione alle differenze si ricava dalla relazione

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = k\frac{1-0.905z^{-1}}{1-0.606z^{-1}}$$

ottenendo

$$M(z)(1-0.606z^{-1}) = kE(z)(1-0.905z^{-1})$$

cioè

$$m(k) = 0.606m(k-1) + ke(k) - k0.905e(k-1)$$

da cui

$$m(k) = 0.606m(k-1) + 4.135e(k) - 3.742e(k-1)$$

Esame di "Controlli Automatici" - Modena - 18 Giugno 1996 - Domande Teoriche

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

1. Per poter applicare il criterio del cerchio, la caratteristica non lineare $y(x)$ deve:

   ○ essere simmetrica rispetto all'origine
   ⊗ essere ad un sol valore
   ⊗ passare per l'origine
   ○ essere continua

2. In generale, a parità di guadagno statico del sistema retroazionato, una rete correttrice PD è preferibile ad una rete P perchè

   ⊗ aumenta la larghezza di banda del sistema
   ⊗ migliora il margine di fase del sistema
   ○ diminuisce l'errore a regime del sistema per ingresso a gradino

3. Il diagramma di Nichols di un sistema $G(s)$ a fase minima passa per i punti A=(-180^o, $20\,db$) e B=(-200^o, $0\,db$). È possibile portare il punto A nel punto C=(-140^o, $0\,db$) ($M_F = 40^o$) utilizzando

   ○ una rete anticipatrice
   ○ una rete ritardatrice
   ⊗ una rete a ritardo e anticipo

4. Il metodo di Ziegler-Nichols per determinare i valori di primo tentativo dei parametri di un regolatore standard PID

   ○ richiede la conoscenza esatta del modello del sistema da controllare
   ⊗ richiede la conoscenza della risposta al gradino del sistema da controllare
   ○ è applicabile solamente per sistemi lineari

5. L'uso del metodo della funzione descrittiva per determinare l'ampiezza e la pulsazione di eventuali autooscillazioni presenti nel sistema

   ○ è un metodo esatto
   ⊗ è un metodo approssimato
   ○ è un metodo esatto solo se l'autooscillazione è stabile

6. La trasformata Z della seguenza $x(kT)$ è definita nel seguente modo:

   ○ $X(z) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} x(kT)\, z^{-k}$
   ⊗ $X(z) = \sum_{k=0}^{k=\infty} x(kT)\, z^{-k}$
   ○ $X(z) = \sum_{k=1}^{k=\infty} x(kT)\, z^{-k}$
   ⊗ $X(z) = \sum_{k=1}^{k=\infty} (x(kT)\, z)^{-k}$

7. Il valore a regime (per $k \to \infty$) della sequenza $x(kT)$ corrispondente alla funzione discreta $X(z) = \frac{1-0.2\,z^{-1}}{1-0.5\,z^{-1}}$

   ○ è infinito: $x(\infty) = \infty$
   ○ è finito e vale $x(\infty) = 1$
   ○ è finito e vale $x(\infty) = 1.6$
   ⊗ è nullo $x(\infty) = 0$